



Universidade do Estado do Rio Grande do Norte  
Faculdade de Ciências Naturais e Exatas  
Programa de Pós-graduação em Física

Renato Estevâm da Silva

## **Lentes Planas de Cristais Naturais**

Mossoró, janeiro de 2013

Renato Estevâm da Silva

## **Lentes Planas de Cristais Naturais**

Dissertação apresentada à  
Universidade do Estado do  
Rio Grande do Norte como  
um dos pré-requisitos para  
obtenção do título de  
**MESTRE** em **FÍSICA**

Orientador: Prof. Dr. Thomas Dumelow

Mossoró, janeiro de 2013

Renato Estevâm da Silva

## Lentes Planas de Cristais Naturais

Dissertação apresentada à  
Universidade do Estado do  
Rio Grande do Norte como  
um dos pré-requisitos para  
obtenção do título de  
**MESTRE** em **FÍSICA**

Aprovada em \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Dr. Thomas Dumelow  
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte

---

Prof. Dr. José Alzamir Pereira da Costa  
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte

---

Prof. Dr. Manoel Silva de Vasconcelos  
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

---

**Para pessoas especiais**

---

Meus Pais

Raimundo Estevam da Silva

Aldenora Maria da Silva

Meus Irmãos

Regiane Maria da Silva

Renifran Estevam da Silva

Reneilson Estevam da Silva

Meu Conhado

Wigno Bégno de Freitas

Minha noiva

Edinete Forte Maia

Meus Sobrinhos

Raira Bégna

Raul Estevam

Raissa Lorena

Minhas Cunhadas

Veridiana Jácome

Monica Aline

# Agradecimentos

- Primeiramente A **DEUS**, que me deu força e coragem para nunca desistir dos meus sonhos.
- A CAPES pelo apoio financeiro;
- A todos os que me ajudaram chegar até aqui, obrigado;

*"Se consegui enxergar mais longe, foi por que me apoiei em ombros de gigantes"*

***Isaac Newton***

# Resumo

Mostramos, através de simulações numéricas e medidas experimentais, como cristais anisotrópicos naturais como o quartzo podem exibir o fenômeno de refração negativa nas frequências de infravermelho distante. Este fenômeno ocorre devido a resposta dos fônons, para todos os ângulos de incidência. Trazemos também que um cristal uniaxial deve efetivamente funcionar como uma lente de laje, apesar dos efeitos de absorção que são inevitavelmente apresentam devido ao amortecimento dos fônons. Nós simulamos uma lente plana feita de um cristal de quartzo. Além disso, investigamos a possibilidade de imagem sub comprimento de onda desses materiais, e mostramos que deveria ser possível para certas configurações.

**Palavras-chave:** Refração negativa, lentes planas, lentes de chapa, fônons , cristais anisotrópicos.

# Abstract

We show, through numerical simulations and experimental measurements, how natural anisotropic crystals such as quartz may exhibit the phenomenon of negative refraction at far infrared frequencies. This phenomenon occurs because the response of phonons, for all angles of incidence. We also demonstrate that a uniaxial crystal should effectively function as a lens slab, despite the absorption effects that are inevitably present due to phonon damping. We simulate a slab lens made from crystal quartz. In addition, we investigate the possibility of subwavelength imaging from these materials, and show that it should be possible for certain configurations.

**Keywords:** Negative refraction, flat lenses, lenses slab, phonons, anisotropic crystals.

# Sumário

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Lista de Figuras</b>   | <b>xi</b> |
| <b>Lista de Tabelas</b>   | <b>xv</b> |
| <b>1 Introdução</b>   | <b>1</b>  |
| <b>2 Interação de Radiação Infravermelho com Fônons</b>                       | <b>3</b>  |
| 2.1 Dielétricos . . . . .   | 3         |
| 2.2 Fenômenos das vibrações na rede Cristalina . . . . .                      | 3         |
| 2.3 Vibrações em redes Monoatômicas . . . . .                                 | 4         |
| 2.4 Vibração em uma rede diatômica . . . . .                                  | 6         |
| 2.5 Teoria do campo elétrico local . . . . .                                  | 7         |
| 2.6 Função dielétrica devido aos fônons . . . . .                             | 9         |
| <b>3 Refração Negativa</b>  | <b>13</b> |
| 3.1 Conceitos Básicos . . . . .   | 13        |
| 3.2 Metamateriais com refração negativa . . . . .                             | 15        |
| 3.3 Refração Negativa em Meios Anisotrópico . . . . .                         | 16        |
| <b>4 Lentes planas</b>  | <b>21</b> |
| 4.1 Lentes Planas a partir de meios isotrópicos . . . . .                     | 21        |
| 4.2 Lentes planas a partir de meios anisotrópicos . . . . .                   | 22        |
| <b>5 Procedimento Experimental</b>  | <b>25</b> |
| <b>6 Resultados</b>   | <b>26</b> |
| 6.1 Introdução . . . . .  | 26        |
| 6.2 Refração Negativa em quartz . . . . .                                     | 26        |
| 6.3 Lentes de Laje em Cristais Naturais . . . . .                             | 31        |
| 6.4 A possibilidade de imagem com resolução sub comprimento de onda . . . . . | 35        |
| 6.5 Conclusão . . . . .   | 40        |
| <b>7 Discursões e Perspectivas</b>  | <b>42</b> |

*SUMÁRIO*

x

**Referências Bibliográficas**

**44**

# Lista de Figuras

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 2.1 | <i>Plano de átomos deslocados por uma onda longitudinal.</i>   | 4  |
| 2.2 | <i>Plano de átomos deslocados pela passagem de uma onda transversal.</i>   | 4  |
| 2.3 | <i>cadeia linear monoatômica formada por <math>N</math> íons de massa <math>m</math> separados por uma distância <math>a</math>.</i>   | 5  |
| 2.4 | <i>Relação de dispersão para fônons na primeira zona de Brillouin considerando uma cadeia linear monoatômica.</i>  | 5  |
| 2.5 | <i>Cadeia linear diatômica formada por <math>2N</math> íons com massas <math>m_1</math> e <math>m_2</math> separadas pela distância <math>a</math>.</i>  | 6  |
| 2.6 | <i>Fônons ópticos e acústicos na primeira zona de Brillouin para uma cadeia diatômica linear.</i>  | 8  |
| 2.7 | <i>Representação dos campos elétricos num dielétrico considerando uma cavidade esférica em torno do átomo considerado.</i>   | 8  |
| 2.8 | <i>Gráfico de <math>\epsilon(\omega)</math> para cristais iônicos com <math>\Gamma = 0</math> (sem amortecimento).</i>   | 11 |
| 3.1 | <i>Desvio do raio de luz ao penetrar num meio com índice de refração positivo (a) e negativo (b).</i>  | 14 |
| 3.2 | <i>Refração negativa e as componentes <math>k</math> e <math>S</math> da radiação.</i>   | 14 |
| 3.3 | <i>Os elementos básicos dos metamateriais de Pendry e Smith. Os fios de metal (esquerda) geram a permissividade elétrica, e os anéis partidos – SRRs –, a permeabilidade magnética. Adaptado de Pendry 2006 [2].</i>   | 15 |
| 3.4 | <i>Metamateriais construídos com fios metálicos para produzir a resposta elétrica e SRRs para o efeito magnético. Adaptado de Pendry 2006 [2].</i>   | 15 |
| 3.5 | <i>Tipos de anisotropia.</i>   | 16 |
| 3.6 | <i>Direções do vetor de onda e vetor de Poynting para polarização-p refratando na interface entre o ar e um meio uniaxial com <math>\epsilon_{xx} &gt; 0</math> e <math>\epsilon_{zz} &lt; 0</math> e o perfil do campo instantâneo por um feixe gaussiano.</i>  | 19 |
| 3.7 | <i>Contornos de frequência contante de cada lado da interface para um valor de frequência única( para simplicidade, a curva <math>k_{2z}</math> negativo não é mostrado). O valor de <math>k_x</math> para <math>\theta_i = 30^\circ</math> é mostradado como uma linha tracejada que une os dois contornos.</i> | 20 |
| 4.1 | <i>Lente plana com índice de refração negativo [18].</i>   | 21 |

- 4.2 (a) Imagem de um ponto através de uma lâmina de índice  $n = 2,3$ ; (b) imagem do mesmo ponto fornecida por uma lâmina de índice  $n = -1$ . . . . . 22
- 4.3 (a) Direções dos vetores de onda e vetor de Poynting para polarização  $p$  para um raio que incidi obliquamente passando por um laje de material anisotrópico não magnético. Neste exemplo, o ângulo de incidência é  $30^0$  e são os componentes do tensor dielétrica de laje  $\epsilon_{xx} = 1$  ,  $\epsilon_{zz} = -1$ . (b) Perfis de campo mostram feixe e de frente de onda direções para um raio que passa através da laje.(c)Gráficos Equifrequency (curvas azul) nas três regiões, em conjunto com o vetor Poynting resultante nas direções normal às curvas.(d) diagrama de raio mostrando o caminho de vários raios que passam através da mesma laje . direções dos raios são aqueles do vector de Poynting . . . . . 23
- 6.1 As partes (a) real e (b) imaginária dos componentes principais da função dielétrica de quartzo na faixa de frequências de  $400\text{cm}^{-1}$  até  $600\text{cm}^{-1}$ . . . . . 28
- 6.2 (a) Simulação do ângulo de refração para polarização  $p$ , no caso de quartzo orientada com o seu eixo extraordinário ao longo de  $z$ , para ângulos de incidência  $\theta_1$  de  $30^0$  e  $60^0$ . (b)Espectros de transmissão através de um cristal de espessura  $l = 25 \mu\text{m}$  nestes ângulos de incidência. (C) Espectros de transmissão através de um cristal com  $l = 50 \mu\text{m}$ . (d) Os espectros de transmissão através de um cristal com  $l = 75 \mu\text{m}$ .As linhas sólidas e tracejadas no espectro de transmissão representam a parte experimental e os resultados simulados, respectivamente . . . . . 31
- 6.3 Simulação do perfil de intensidade (em termos da magnitude do médio tempo do vetor Poynting ) de um feixe Gaussiano passando por uma laje de quartzo na configurações utilizadas na fig.6.2 na frequência  $X$  ( $531 \text{ cm}_{-1}$ ). A geometria básica é mostrada na fig. 4.3(a), com o quartzo uniaxial ao longo de  $z$ . (a)  $l = 25\mu\text{m}$  ,  $\theta_1 = 30^0$  (b)  $l = 25\mu\text{m}$  ,  $\theta_1 = 60^0$  , (c)  $l = 50\mu\text{m}$  ,  $\theta_1 = 30^0$ ; (d)  $l = 50\mu\text{m}$  ,  $\theta_1 = 60^0$ ; (e)  $l = 75\mu\text{m}$  ,  $\theta_1 = 30^0$ ; (f)  $l = 75\mu\text{m}$  ,  $\theta_1 = 60^0$ . A linha branca fina através do centro do feixe representa o caminho do raio calculado usando o ângulo de refração dada pela equação. (4). As inserções mostram detalhes de refração negativa dentro da laje. Note-se que a amostra de espessura de  $25 \mu\text{m}$ ,  $50 \mu\text{m}$  e  $75 \mu\text{m}$  correspondem a 1.3, 2.7 e 4.0 comprimentos de onda do espaço livre respectivamente. . . . . 32

- 6.4 (a) As partes real e imaginária da componente do vetor de onda  $k_{2z}$  como uma função de  $k_x$  (expressa em unidades de  $k_0$ ), para a transmissão de um cristal de quartzo tendo seu eixo extraordinário dirigido ao longo de  $z$ , a polarização  $p$ , a frequência  $Y$  ( $537 \text{ cm}^{-1}$ ). (b) Amplitude de campo  $H_y$  no plano de imagem na configuração mostrado na fig. 6. Aqui vamos dar a posição apropriada da imagem na sua intensidade máxima na fig. 6, que é em  $z = 45 \mu\text{m}$ , no caso de  $l = 25 \mu\text{m}$  de espessura da laje,  $z = 94 \mu\text{m}$ , no caso de  $l = 5 \mu\text{m}$ , e  $z = 146 \mu\text{m}$  em caso de  $l = 75 \mu\text{m}$ . . . . . 33
- 6.5 A formação da imagem na polarização  $p$  devido a uma fonte de fenda colocada à esquerda de uma placa de quartzo, cuja eixo extraordinário é dirigido ao longo de  $z$  (para a laje normal a superfície), à frequência  $Y$  ( $537 \text{ cm}^{-1}$ ). (a) esquema mostrando a configuração geral. (b) - (d) Simulação do perfil de intensidade, utilizando os parâmetros (b)  $l = 25 \mu\text{m}$ ,  $l' = 12,5 \mu\text{m}$ ,  $a = 2,5$  (c)  $l = 50 \mu\text{m}$ ,  $l' = 25 \mu\text{m}$ ,  $a = 5 \mu\text{m}$ , e (d)  $l = 75 \mu\text{m}$ ,  $l' = 37,5 \mu\text{m}$ ,  $a = 7,5 \mu\text{m}$ . As larguras de fenda corresponde a (b)  $0.134\lambda$ , (c)  $0.267\lambda$ , e (d)  $0.403\lambda$ , onde  $\lambda$  representa comprimento de onda no espaço livre. . . . . 34
- 6.6 Em incidência oblíquo nos espectros de transmissão a polarização  $p$  através espessuras diferentes de cristais de quartzo com seus eixos extraordinários dirigidos ao longo  $x$ . O ângulo de incidência  $\theta_1$  é  $30^\circ$  em cada caso. As linhas contínuas e tracejadas representam experimentais e simulados resultados, respectivamente. . . . . 36
- 6.7 (a) Partes real e imaginária da componente do vetor de onda  $k_{2z}$  como uma função de  $k_x$  (expressa em unidades de  $k_0$ ), para a transmissão de um cristal de quartzo tendo os seus eixos extraordinários dirigido ao longo de  $x$ , na polarização  $p$ , em frequência  $\omega_{T2,ord}$  ( $450 \text{ cm}^{-1}$ ). (b) Amplitude e (c) a fase do campo  $H_y$  transmitida através de várias espessuras de cristal de quartzo na mesma configuração. . . . . 37
- 6.8 A imagem devido uma fonte de duas fendas na superfície de uma laje de quartzo, cujo eixo é extraordinária ao longo de  $x$ , na frequência  $\omega_{T2,ord}$  ( $450 \text{ cm}^{-1}$ ). (a) Esquema mostrando a configuração geral. (b), (c) Simulação do perfil de intensidade, usando parâmetros (b)  $a = 2.5 \mu\text{m}$ ,  $d = 7 \mu\text{m}$  e (c)  $a = 1.5 \mu\text{m}$ ,  $d = 5 \mu\text{m}$ . A laje de espessura  $l$  é  $25 \mu\text{m}$  em cada um dos casos. . . . . 39

- 6.9 *perfil de intensidade transmitida através de uma laje de quartzo com seu eixo extraordinário ao longo  $x$  devido a uma fonte de duas fendas de largura  $a$  e uma separação  $d$  das fendas. Os cálculos foram feitos com uma frequência  $\omega_{T2,ord}$  ( $450\text{ cm}^{-1}$ ). A escala de intensidade é normalizada em relação a uma onda plana, cuja amplitude do campo magnético é a do campo incidente nas fendas. (a) a espessura da laje é  $l = 25\mu\text{m}$ , (b)  $l = 50\mu\text{m}$ , (c)  $l = 75\mu\text{m}$  . . . . . 40*

## Lista de Tabelas

- 6.1 Comparação de parâmetros fônon de cristal de quartzo utilizados neste trabalho com os de Gervais e Piriou. [33] Mantivemos as constantes dielétricas de alta frequência usados por esses autores ( $\varepsilon_{\infty,\text{ord}} = 2.356$ ,  $\varepsilon_{\infty,\text{ext}} = 2.383$ ). 29

# Capítulo 1

## Introdução

Em 1968, o físico russo Victor Veselago chamou atenção para o fato de que nenhum princípio fundamental proíbe a existência de materiais com índice de refração negativo [1], então esse fenômeno recebeu o nome de refração negativa. Deste então o interesse pela investigação de suas propriedades físicas tem aumentado consideravelmente, devido as suas inúmeras aplicações na área tecnológica. A ocorrência de refração negativa em metamateriais com  $\epsilon < 0$  e  $\mu < 0$ , materiais de índice de refração negativo, tem sido bastante abordado na literatura inclusive com publicações contendo comprovações experimentais. Uma aplicação de interesse na criação de lentes plana como discutido por Pendry 2000 [2], então este tipo de lente tem possibilidade da formação de imagens como resolução melhor que o limite de difração. A refração negativa também é possível em materiais magnéticos anisotrópicos. Particularmente esse fenômeno pode acontecer quando o tensor dielétrico do material possui componentes com sinais opostos.

Mesmo que existam várias maneiras de fabricar estruturas desse tipo artificialmente, alguns cristais naturais podem exibir esse comportamento ao redor das frequências dos fônons. Nós analisamos neste trabalho a refração negativa em quartzo cristalino, e consideramos a possibilidade de usar este material como lente plana, como também a formação de imagem de resolução sub comprimento de onda.

A estrutura da dissertação está distribuída da seguinte forma: Para uma melhor compreensão do fenômeno e da problemática. no capítulo 2 fizemos uma abordagem sobre a interação da radiação infravermelha com fônons, onde discutimos o comportamento de campos eletromagnéticos ao entrar em contato com corpos materiais. No capítulo 3 trazemos o fenômeno de refração negativa, começando com uma discussão de metamateriais com  $\epsilon < 0$  e  $\mu < 0$ . Depois realizamos uma discussão sobre a interação de ondas eletromagnéticas com meios anisotrópicos não-magnéticos, e mostramos como esta interação pode resultar em refração negativa na situação onde dois componentes principais do tensor dielétrico tem sinais opostos, que é a situação de interesse para nós. No capítulo 4 analisamos as lentes planas com a presença da refração negativa. No capítulo 5 descrevemos o modo de como se deu o procedimento experimental. Os resultados das simulações e experimentos estão discutidos no capítulo 6, onde mostramos medidas de

transmissividade em cristais de quartzo e analisamos os resultados particularmente no contexto de refração negativa. As conclusões e perspectivas estão apresentadas no capítulo 7.

## Capítulo 2

# Interação de Radiação Infravermelho com Fônons

Este capítulo tem por objetivo analisar a teoria da interação de radiação infravermelha com as vibrações de rede cristalina e a função dielétrica resultante. Trazemos também que essas vibrações da matéria podem ser descritas como fônons, uma abordagem mais aprofundada destes podem ser encontrada em livros de estado sólido como como Ashcroft e Mermin [3], Kittel [4], Myers [5] entre outros, além de trabalhos mais especializados como Born e Huang [6].

### 2.1 Dielétricos

”Isoladores” são meios dielétricos, cujas características gerais geralmente compreendem ligações iônica forte ou dirigido covalentes, comportamento mecânico frágil à temperatura normal, resistividades muito altas e, em muitos casos, a transparência à luz visível e infravermelha. Um dielétrico é uma substância que se torna polarizado na presença de um campo elétrico. as quantidades físicas de interesse principais são o campo de vetores  $\vec{E}$  e  $\vec{D}$ , a polarização  $P$ , juntamente com a susceptibilidade elétrica  $\chi$  e constante dielétrica  $\epsilon_r$ . Denota-se  $E$  o campo elétrico macroscópico dentro do meio, então

$$\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 + P \quad (2.1)$$

$$P = \chi \epsilon_0 E \quad (2.2)$$

$$\epsilon_r = 1 + \chi \quad (2.3)$$

### 2.2 Fenômenos das vibrações na rede Cristalina

O fônon é definido como uma excitação mecânica que se propaga pela rede cristalina de um sólido. Esta excitação é dividida em dois tipos - longitudinal e transversal. Demonstramos através da Fig. (2.1) (fônons longitudinais) e fig. (2.2) (fônons transversais) a diferença entre estes dois tipos de fônons.

Se uma onda propaga-se ao longo de uma das direções (  $x$ ,  $y$  ou  $z$  ), temos planos intei-

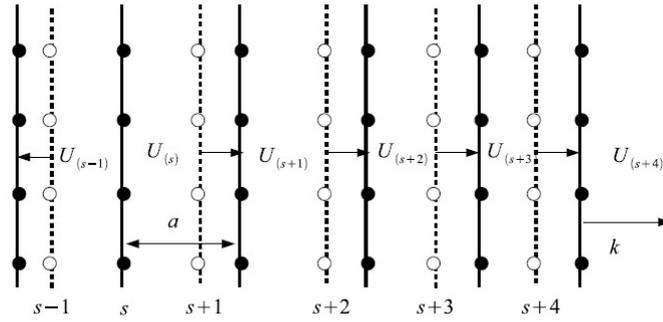


Figura 2.1: Plano de átomos deslocados por uma onda longitudinal.

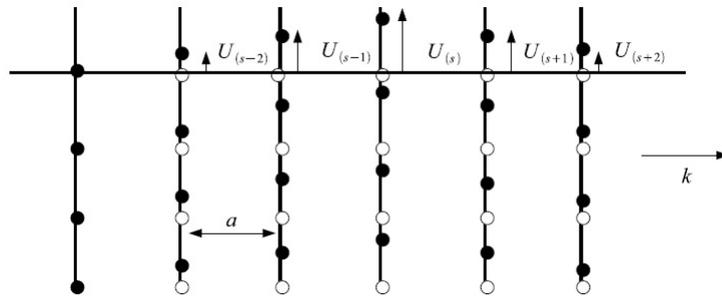


Figura 2.2: Plano de átomos deslocados pela passagem de uma onda transversal.

ros de átomos que se movem em fase, com os deslocamentos paralelos ou perpendiculares à direção do vetor de onda. Descrevemos agora o deslocamento do plano  $s$  em relação à posição de equilíbrio com uma única coordenada  $u_s$  [3]. Para cada vetor de onda existem três modos como soluções para  $u_s$ , um em que a polarização é longitudinal fig.(2.1) e os outros dois em que a polarização é transversal fig.(2.2).

### 2.3 Vibrações em redes Monoatômicas

De uma maneira geral definimos o fônon como sendo o quantum de energia associada com a vibração da rede cristalina. Para exemplificar este conceito, consideraremos um conjunto de  $N$  íons idênticos, todos de massa  $m$ , distribuídos ao longo de uma rede unidimensional monoatômica cujo vetor translação assume a forma  $\vec{R} = na\hat{z}$ , com  $n$  assumindo valores inteiros e  $a$  denotando a distância entre dois íons adjacentes. O movimento vibracional aqui está confinado ao longo da direção- $z$  (ver Fig. 2.1). Assumimos  $u_n$  como sendo o deslocamento dos íons oscilantes em torno da posição de equilíbrio  $z = na$  ao longo da cadeia linear. O número  $N$  é tomado como sendo suficientemente grande de tal forma que os efeitos de borda serão ignorados (i.e. a cadeia é efetivamente infinita). Assumindo que só os íons mais próximos interagem, a equação de movimento de Newton tem a seguinte forma [7]:

$$m\partial^2 u_n / \partial t^2 = C[(u_{n+1} - u_n) - (u_n - u_{n-1})] \quad (2.4)$$

onde  $C$  é a constante de formação elástica entre os íons (esta, depende do fato da onda gerada na cadeia linear ser longitudinal ou transversal). Considerando agora somente os modos normais de propagação (com frequência angular) em uma cadeia, podemos encontrar as soluções para  $u_n$  que podem ser representadas em termos de ondas planas :

$$u_n = u \exp[i(kna - \omega t)] \quad (2.5)$$

de acordo com o teorema de Bloch unidimensional [8, 9]. Substituindo (2.5) em (2.4) encontraremos

$$\omega^2 = (2C/m)(1 - \cos ka) = (4C/m) \sin^2(ka/2) \quad (2.6)$$

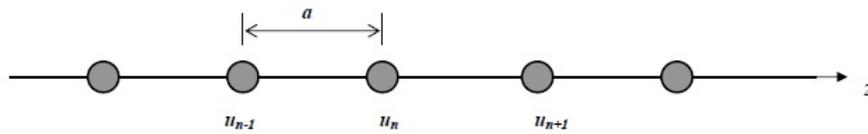


Figura 2.3: cadeia linear monoatômica formada por  $N$  íons de massa  $m$  separados por uma distância  $a$ .

A fig.(2.4) ilustra este espectro aqui representado pela frequência reduzida  $\Omega = \omega/(4C/m)^{1/2}$  contra o vetor de onda  $ka$ .

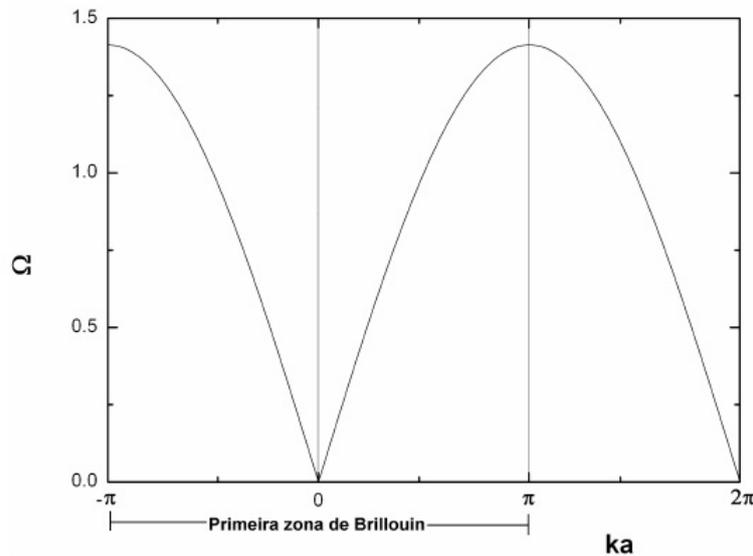


Figura 2.4: Relação de dispersão para fônons na primeira zona de Brillouin considerando uma cadeia linear monoatômica.

Através da eq.(2.5), a razão entre dois deslocamentos sucessivos é dado por:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \exp(ika) \quad (2.7)$$

os valores  $ka$  fisicamente significantes para ondas elásticas são aqueles que se encontram

na primeira zona de Brillouin, pois o intervalo  $-\pi \leq ka \leq \pi$ , que a define na rede linear, cobre todos os valores fisicamente possíveis para o vetor de onda  $ka$  [10]. Neste caso não há necessidade de atribuir a dois íons uma diferença de fase maior que  $\pi$ . Perceba que os valores de  $ka$  fora da primeira zona reproduzem os movimentos da rede descritos pelos valores dentro dos limites  $ka = \pm\pi$ . Note também que quando  $ka$  tende a zero,  $\Omega$  é proporcional a  $|k|$ , e a velocidade de grupo definida como  $d\omega/dk$ , tende a zero na primeira zona de Brillouin ( $ka = \pm\pi$ )

## 2.4 Vibração em uma rede diatômica

Consideramos agora uma rede unidimensional com dois íons alternados com massas  $m_1$  e  $m_2$  por célula primitiva caracterizando a cadeia diatômica descrita na fig(2.5). Ela tem  $2N$  íons ( $N$  para cada tipo de massa), e para todos os pares de íons assumimos a mesma constante de força elástica  $C$ . A equação de movimento é levemente diferente quando comparada ao caso anterior para cada tipo de íon, ou seja:

$$m_1 \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = C[(v_n - u_n) - (u_n - v_{n-1})], \quad (2.8)$$

$$m_2 \frac{\partial^2 v_n}{\partial t^2} = C[(u_{n+1} - v_n) - (v_n - u_n)]. \quad (2.9)$$

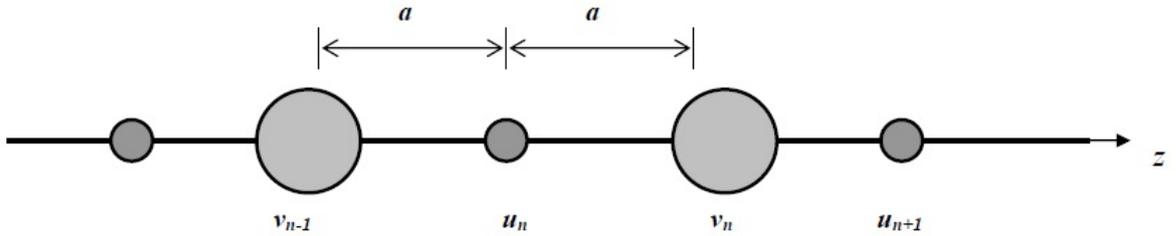


Figura 2.5: Cadeia linear diatômica formada por  $2N$  íons com massas  $m_1$  e  $m_2$  separadas pela distância  $a$ .

A simetria de cada par de íons tem um modo normal representado por uma onda plana similar a da Eq. (2.5), mas com diferentes amplitudes  $u$  e  $v$  para ambos os íons. Deste modo as Eqs.(2.8) e (2.9) assumem a forma:

$$-\omega^2 m_1 u = Cv[1 + \exp(-ika)] - 2Cu, \quad (2.10)$$

$$-\omega^2 m_2 v = Cu[1 + \exp(ika)] - 2Cv, \quad (2.11)$$

Este par de equações para as amplitudes possuem soluções encontradas igualando-se a zero o determinante secular. Este determinante nos fornece a seguinte equação para  $\omega$ :

$$\omega^2 = C(m_1 + m_2) \pm C[(m_1^{-1} + m_2^{-1})^2 - \sin^2(ka/2)m_1 m_2]. \quad (2.12)$$

A razão entre as amplitudes  $u$  e  $v$  é dada por :

$$\frac{u}{v} = \frac{2C \cos(ka)}{2C - m_1 \omega^2} = \frac{2C - m_2 \omega^2}{2C \cos(ka)} \quad (2.13)$$

É fácil ver que quando  $ka = \pm\pi$  (fronteiras da zona de Brillouin), as soluções para  $\omega^2$  na Eq.(2.12) são  $2C/m_1$  e  $2C/m_2$ . Além disso, quando  $ka \rightarrow 0$  (término da zona central de Brillouin), as duas soluções são aproximadamente:

$$\omega^2 = 2C(m_1^{-1} + m_2^{-1}), \quad (2.14)$$

$$\omega^2 = \left[ \frac{2C}{m_1 + m_2} \right] k^2 a^2. \quad (2.15)$$

Para cada valor de  $ka$  temos duas soluções separadas, surgindo assim dois ramos. Estes ramos que aparecem na relação de dispersão são ilustrados na fig.(2.6). O ramo inferior tem a mesma forma qualitativa que o único ramo encontrado no caso anterior (a rede monoatômica). O ramo inferior é conhecido como ramo acústico devido ao fato da relação de dispersão apresentar para pequenos valores de  $ka$  a forma  $\omega = vk$ , que é característica das ondas sonoras. O ramo superior é conhecido como ramo óptico devido ao fato do longo comprimento de onda transversal do modo óptico nos cristais iônicos poder interagir com a radiação eletromagnética. A classificação dos modos de vibração em ramos acústico e óptico pode ser estendido a um sólido em três dimensões com uma base poliatômica. Para um cristal com  $p$  átomos em cada célula primitiva, ocorrerão  $3p$  ramos na relação de dispersão: 3 ramos acústicos e  $3(p - 1)$  ramos ópticos. O número de ramos é função da quantidade de graus de liberdade dos átomos. Considerando  $N$  células primitivas e  $p$  átomos por célula primitiva, existirão  $pN$  átomos no sistema. Cada átomo possui três graus de liberdade, um para cada direção  $x, y, z$ , totalizando  $3pN$  graus de liberdade para o cristal (desconsiderando-se rotações). O número de valores de  $k$  permitidos num único ramo é, portanto,  $N$  para uma zona de Brillouin. Assim o ramo longitudinal

acústico (LA) e os dois ramos transversal acústico (TA) possuem um total de  $3N$  modos, respondendo por  $3N$  do total de graus de liberdade do sistema. Os  $(3p - 3)N$  graus de liberdade restante são acomodados pelos ramos ópticos [transversais óptico (TO) e longitudinais ópticos (LO)].

## 2.5 Teoria do campo elétrico local

Do ponto de vista microscópico, o campo elétrico local atuando sobre um dado átomo ou íon inserido num material dielétrico, será afetado pela própria polarização causada no meio e, portanto, será diferente do campo externo aplicado. [5] O cálculo do campo elétrico local pode ser feito considerando-se o seguinte artifício: imagina-se uma cavidade esférica no interior do dielétrico, em torno do átomo a ser analisado, conforme mostrar fig.(2.7) Neste contexto, o dielétrico externo à concavidade pode ser tratado como um contínuo,e

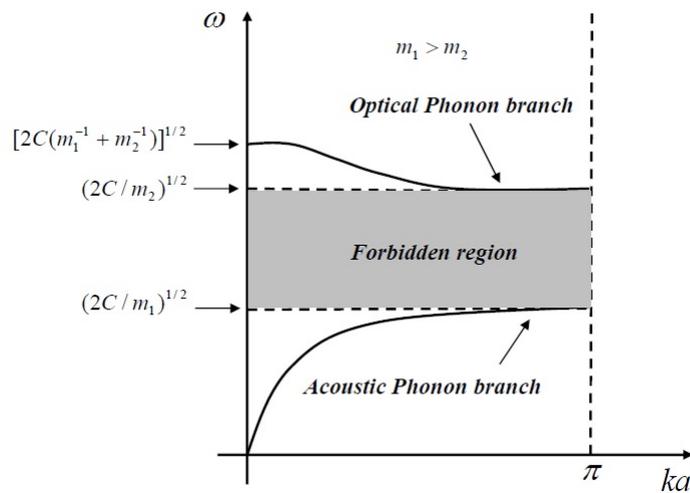


Figura 2.6: Fônons ópticos e acústicos na primeira zona de Brillouin para uma cadeia diatômica linear.

os demais átomos na cavidade, como um contínuo, e os demais átomos na concavidade, como dipólos individuais. O campo efetivo têm três contribuições:

- $E$ : campo macoscópico dentro do material;
- $E_{cav}$ : campo devido às cargas na superfície da cavidade;
- $E_{dip}$ : campo devido aos dipolos no interior da cavidade

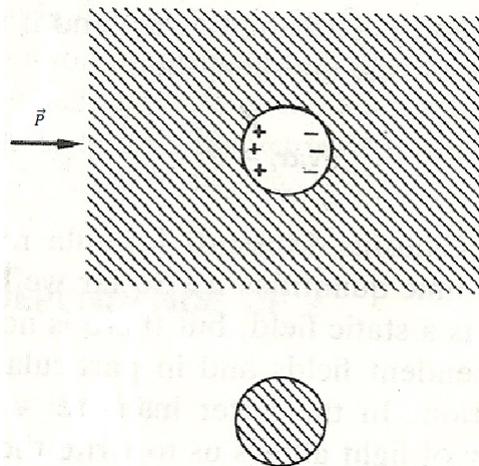


Figura 2.7: Representação dos campos elétricos num dielétrico considerando uma cavidade esférica em torno do átomo considerado.

A contribuição  $E_{cav}$  pode ser calculada a partir da densidade de carga de polarização na superfície esférica:

$$\vec{E}_{cav} = \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} \quad (2.16)$$

o campo microscópico devido às moléculas da cavidade é o único que dependerá da estrutura cristalina do material. Para o caso de cristais cúbicos, gases ou líquidos, corre um cancelamento das contribuições de todos os dipólos, resultando  $E_{dip} = 0$ . Neste caso o campo efetivo local será dado, então por:

$$\vec{E}_{loc} = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} \quad (2.17)$$

considerando que haja  $N$  moléculas por unidade de volume no material, cada uma conta com momento de dipolo induzido,  $\mu$ , a polarização resultante também pode ser escrita como:

$$\vec{P} = N\vec{\mu} \quad (2.18)$$

o momento de dipolo induzido será diretamente proporcional ao campo local:

$$\vec{\mu} = \alpha\vec{E}_{loc} \quad (2.19)$$

onde  $\vec{\mu}$  é o tensor polarizabilidade eletrônica, que pode ser definido como sendo a capacidade de polarização do átomo na presença de um campo elétrico.

Como a polarização eletrônica  $\alpha$  relaciona dois vetores - o campo elétrico atuando sobre o átomo e o momento de dipolo elétrico induzido pelo próprio campo - ela é, em princípio, uma grandeza tensorial que depende das propriedades do meio onde o átomo está inserido. Conseqüentemente, a componente da polarização resultante num material anisotrópico será diferente para diferentes direções cristalinas. Entretanto, para materiais isotrópicos ou com simetria cúbica,  $\alpha$  reduz-se a um escalar e a polarização resultante é a mesma para todas as direções.

## 2.6 Função dielétrica devido aos fônons

A função dielétrica é a resposta de um sistema a um campo elétrico externo, e a sua interpretação possui um importante papel no estudo dos modos eletromagnéticos acoplados, tais como polaritons de fônons, plasmons e excitons [11, 12]. Para um meio com invariância translacional, a dependência na posição e no tempo da função dielétrica é definida em termos do campo elétrico  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  e do vetor deslocamento elétrico  $\vec{D}(\vec{r}, t)$  por:

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int \epsilon(\vec{r} - \vec{r}', t - t') \vec{E}(\vec{r}', t') d^3\vec{r}' dt', \quad (2.20)$$

em que  $\epsilon$  é função da diferença  $\vec{r} - \vec{r}'$  e não de  $\vec{r}$  e  $\vec{r}'$  separadamente. a Eq.(2.20) pode ser escrita de uma maneira mais conveniente em termos da transformada de Fourier para o vetor de onda  $\vec{k}$  e frequência  $\omega$  como:

$$\vec{D}(\vec{k}, \omega) = \epsilon_0 \epsilon(\vec{k}) \vec{E}(\vec{k}, \omega) \quad (2.21)$$

portanto, em geral  $\varepsilon$  é uma função do vetor de onda  $\vec{k}$  e de frequência  $\omega$ . O regime de polariton corresponde a pequenos vetores de onda ( ou grandes comprimentos de onda). devido essencialmente ao fato de que, o fóton e a excitação cristalina possuem energias comparáveis (como necessário para a formação do modo acoplado) somente para pequenos valores de  $|\vec{k}|$ , por causa da grande velocidade de fase da luz. Este regime eletromagnético é descrito pelas equações de Maxwell [13] com retardamento (tipicamente com  $|\vec{k}| \leq 10^3 m^{-1}$ ). Neste caso, a dependência da função dielétrica  $\varepsilon$  sobre o vetor de onda  $\vec{k}$  (denominada dependência espacial) pode ser usualmente desprezada. Assim podemos trocar  $\varepsilon(\vec{k}, \omega)$  por  $\varepsilon(0, \omega)$ , assumindo a forma simples  $\varepsilon(\omega)$  é descrita por um tensor ( ou matriz) em vez de um escalar. Em particular, para um material uniaxial, ela tem seguinte forma:

$$\bar{\varepsilon}(\omega) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{ord}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{ord}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{ext}(\omega) \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

em termos dos eixos principais. As funções  $\varepsilon_{ord}(\omega)$  e  $\varepsilon_{ext}(\omega)$  descrevem, respectivamente a resposta dielétrica para um campo elétrico transversal e longitudinais ao eixo extraordinário, respectivamente. Determinaremos agora a função dielétrica para um cristal iônico [6, 14] através de um modelo simples. Consideraremos uma rede diatômica infinita unidimensional com massa  $m_1$  e  $m_2$  alternadas como mostrado na seção anterior. O vetor polarização  $\vec{P}$  envolve um termo proporcional ao deslocamento relativo  $\vec{u}$  e outro proporcional ao campo elétrico  $\vec{E}$ , i.e.

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\alpha\vec{u} + \lambda\vec{E}) \quad (2.23)$$

onde  $\lambda$  é a susceptibilidade eletrônica. Aqui  $\vec{E}$  é o campo elétrico macroscópico médio. Os cálculos das constantes de proporcionalidade  $\alpha$  e  $\lambda$  depende de detalhes da dinâmica da rede. Logo a equação de movimento para  $\vec{u}$  tem a forma:

$$(-\omega^2 - i\omega\Gamma)\vec{u} = -\omega_T^2\vec{u} + \beta\vec{E}_{loc}, \quad (2.24)$$

onde incluímos o termo de amortecimento  $\Gamma$ . Aqui  $\omega_T$  denota a frequência transversal óptica (TO) dos fônons (é nesta frequência que o polariton surge) e  $\omega_L$  é a frequência longitudinal óptica (LO) que não se acopla com a luz no interior do cristal. Como a relação entre  $\vec{E}$  e  $\vec{E}_{loc}$  é linear [15], a Eq.(2.24) assume a forma:

$$(\omega^2 + i\omega\Gamma)\vec{u} = \omega_T^2\vec{u} + \gamma\vec{E}_{loc}, \quad (2.25)$$

Resolvendo as Eqs. (2.23) e (2.25) em relação a  $\vec{P}$  encontraremos:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \left[ \frac{\alpha\gamma\vec{E}}{\omega_T^2\vec{u} - \omega^2 - i\omega\Gamma} + \lambda\vec{E} \right], \quad (2.26)$$

Usando (2.26) juntamente com a equação para o deslocamento elétrico

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0\varepsilon(\omega)\vec{E}, \quad (2.27)$$

encontramos a forma de  $\varepsilon(\omega)$  para cristais iônicos:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \left( 1 + \frac{\omega_L^2 - \omega_T^2}{\omega_T^2\vec{u} - \omega^2 - i\omega\Gamma} \right), \quad (2.28)$$

onde

$$\varepsilon_\infty = 1 + \lambda \quad (2.29)$$

e

$$\omega_L^2 - \omega_T^2 = \frac{\alpha\gamma}{1 + \lambda}, \quad (2.30)$$

O valor da função dielétrica para frequência nula é:

$$\varepsilon(0) = \varepsilon_\infty \frac{\omega_L^2}{\omega_T^2}, \quad (2.31)$$

conhecida como relação de Lyddane-Sachs - Teller (LST) [16]. para o limite  $\Gamma \rightarrow 0$ . o zero de  $\varepsilon(\omega)$  define sua frequência longitudinal - óptica  $\omega_L$  do fônon, ao passo que no limite  $\omega \rightarrow \infty$  definimos a frequência transversal óptica  $\omega_T$ . a fig. (2.8) mostra o comportamento de  $\varepsilon(\omega)$  em função da frequência reduzida ( $\omega/\omega_T$ ) para  $\varepsilon(0) = 4$  e  $\varepsilon_\infty = 1$ .

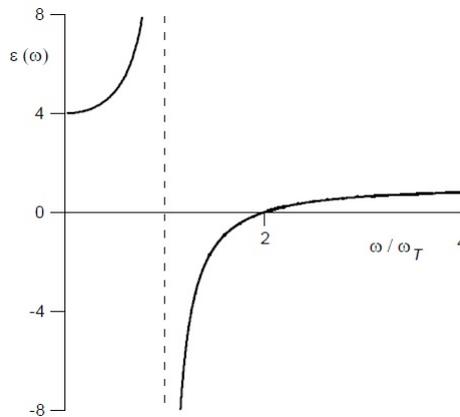


Figura 2.8: Gráfico de  $\varepsilon(\omega)$  para cristais iônicos com  $\Gamma = 0$  (sem amortecimento).

Eq.(2.28) pode ser escrita na forma

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\infty} \frac{\omega_L^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma}, \quad (2.32)$$

para uma rede com várias ressonâncias é comum escrever

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\infty} \prod_i \frac{\omega_L^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_{Li}}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_{Li}}, \quad (2.33)$$

No caso de cristais uniaxial pode usar essa forma de resposta para representar os componentes do tensor dielétrico em Eq.(2.22), onde os parâmetros para  $\varepsilon_{ord}$  e  $\varepsilon_{ext}$  são diferentes.

## Capítulo 3

# Refração Negativa

Interesse na refração negativo tem florescido desde 2000, através de inúmeras comprovações experimentais. Um grande avanço no estudo da refração teve início em 1967, com o físico russo Victor Veselago. Ele sugeriu possibilidade de um material com índice de refração negativo [1], que a princípio nenhuma lei física diz ser impossível. Essa era uma proposta inovadora, uma vez que a comunidade científica nunca tinha examinado de perto o conceito de refração negativa.

### 3.1 Conceitos Básicos

Veselago foi o pioneiro a formalizar uma idéia a respeito de refração negativa, como sendo com um tratamento eletrodinâmico o comportamento de um meio com índice de refração negativa [1]. Sendo que esses meios possuem comportamento caracterizado pela permissividade elétrica,  $\epsilon$ , e pela permeabilidade magnética,  $\mu$ , conforme  $\epsilon$  e  $\mu$  seriam respectivamente menores que zero. O índice de refração que é dado por

$$n = \pm(\epsilon\mu)^{\frac{1}{2}} \quad (3.1)$$

é considerado negativo para materiais com  $\epsilon < 0$  e  $\mu < 0$  simultaneamente. O fenômeno mais interessante previsto por Veselago aconteceria na interface entre um meio com índice de refração negativo e outro com índice positivo. Um raio de luz que incidisse sobre a fronteira entre esses meios seria refratado para o lado “errado” da linha normal. Ao invés de cruzar essa linha, como ocorre quando os dois meios têm índices de refração positivos fig.3.1(a), o raio permaneceria sempre do mesmo lado da normal fig.3.1(b).

Utilizando a lei de Snell modificada, podemos determinar o ângulo de refração negativa

$$n_+ \sin\theta_+ = n_- \sin\theta_- \quad (3.2)$$

onde  $n_+$  e  $\theta_+$  são em relação ao meio positivo e  $n_-$  e  $\theta_-$  ao meio de índice negativo. Por outro lado, de acordo com Veselago [1], a constante dielétrica  $\epsilon$  e a permeabilidade magnética  $\mu$  são as características fundamentais de quantidades escalares que determinam a propagação de ondas eletromagnéticas na matéria. Isto é devido ao fato de que eles são

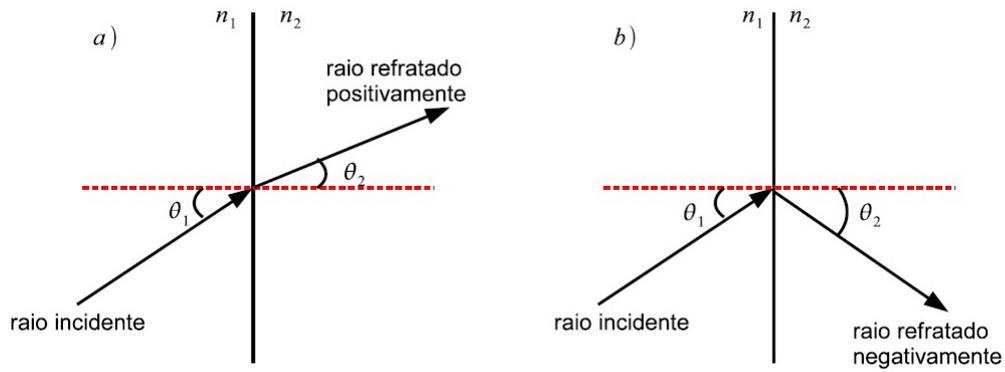


Figura 3.1: Desvio do raio de luz ao penetrar num meio com índice de refração positivo (a) e negativo (b).

os únicos parâmetros da substância que aparecem na relação dispersão: em substância isotrópica podemos encontrar a simples relação:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} n^2 \quad (3.3)$$

de modo que não sofre alteração para  $n > 0$  ou  $n < 0$ , onde  $n^2$  é o quadrado do índice de refração da substância,  $\omega$  e  $c$  são respectivamente a frequência angular e a velocidade da luz. O fluxo de energia da onda eletromagnética é determinado pelo vetor Poynting  $\vec{S}$ , que é dada por

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (3.4)$$

Além disso, a direção de  $\vec{S}$  define a direção do fluxo de energia eletromagnética, já que a direção desse vetornormalmente coincide com a direção  $\vec{k}$  de propagação da onda eletromagnética em meios isotrópicos. Sendo que também pode sofrer uma inversão na direção em relação a  $\vec{k}$  e aponta na direção de  $-\vec{k}$ , como mostra a figura( 3.2). Em

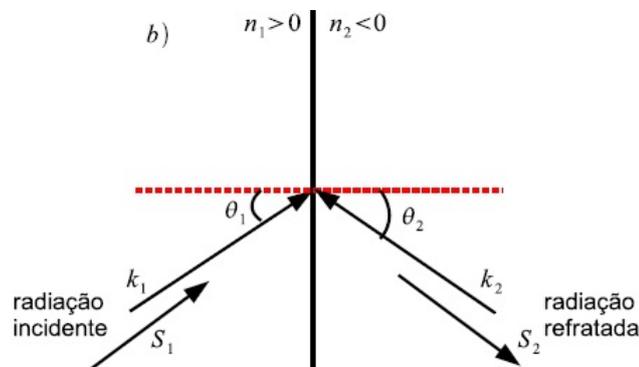


Figura 3.2: Refração negativa e as componentes  $k$  e  $S$  da radiação.

materiais com  $\epsilon < 0$  e  $\mu < 0$  (LHM - “left-handed media”), as ondas eletromagnéticas são de retorno, já que o fluxo de energia e o vetor de onda são antiparalelos, enquanto que estes vetores são paralelos em materiais homogêneos convencionais (RHM - “right-handed

media”)

### 3.2 Metamateriais com refração negativa

Os materiais propostos por Veselago – que ele chamou de materiais canhotos (nossa tradução para left-handed materials) – despertaram inicialmente bastante interesse. Entretanto, o insucesso em encontrar meios com índice de refração negativo terminou por relegar a idéia ao esquecimento. Essa situação durou até o final dos anos 90, quando se descobriu que era possível produzir “metamateriais” com índice de refração negativo [Pendry 1999, Smith 2000 [2]. Metamateriais, como o nome indica, não são substâncias comuns – são obras de microengenharia, estruturas periódicas formadas pelo arranjo regular de minúsculos circuitos elétricos. Radiação eletromagnética de grande comprimento de onda (muito maior que o tamanho dos circuitos) propaga-se por um metamaterial como se ele fosse um meio homogêneo, dotado de índice de refração. Escolhendo apropriadamente os circuitos elementares é possível obter os mais diferentes índices de refração, inclusive valores negativos.



Figura 3.3: Os elementos básicos dos metamateriais de Pendry e Smith. Os fios de metal (esquerda) geram a permissividade elétrica, e os anéis partidos – SRRs –, a permeabilidade magnética. Adaptado de Pendry 2006 [2].



Figura 3.4: Metamateriais construídos com fios metálicos para produzir a resposta elétrica e SRRs para o efeito magnético. Adaptado de Pendry 2006 [2].

O interesse despertado pelos metamateriais vem da possibilidade de se projetar seus elementos básicos de forma que tanto  $\epsilon$  quanto  $\mu$  sejam negativos em uma mesma faixa de frequências, uma flexibilidade que não é oferecida pelas moléculas e átomos encontrados na natureza. A permissividade elétrica, associada ao movimento de “vai e vem” dos elétrons,

foi gerada nos metamateriais de Pendry e Smith através de um gradeamento ordenado de fios de metal. A permeabilidade magnética, associada ao efeito de correntes circulares, foi produzida por um conjunto de “anéis partidos ressonantes” (split-ring resonators, SRR). Esses dois elementos estão mostrados na fig.(3.4).

Dois metamateriais produzidos pelo grupo da UCSD com esses elementos estão mostrados na fig.(3.3) Cada célula elementar mede cerca de 5 mm e contém um fio metálico e um anel partido. A refração nesses metamateriais foi estudada com micro-ondas de comprimento de onda da ordem de alguns centímetros, bem maiores que as dimensões das células.

### 3.3 Refração Negativa em Meios Anisotrópico

Meios anisotrópicos são materiais com propriedades físicas diferentes para direções diferentes, referida ao sistema de coordenadas principais (X, Y, Z). Em termos técnicos representa a situação na qual os vetores de polarização não estão alinhados com seus respectivos campos. Assim, em vez de um parâmetros materiais seria identificados com constantes, ele assumem a forma de tensores, ou funções permissividade e permeabilidade com diversos valores, que podem ser representado como:

$$\epsilon(\omega) = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{zx} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{zy} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$\mu(\omega) = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{zx} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{zy} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

onde as equações (3.5) e (3.6) representam os tensores para usar como parâmetros para os meios anisotrópicos.

A anisotropia de acordo com a figura pode ocorrer em diversas formas no material dielétrico.

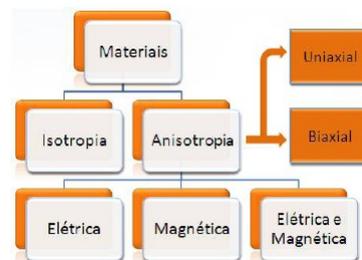


Figura 3.5: Tipos de anisotropia.

Se considerar os eixos ao longo dos eixos principais do cristal, os tensores se tornam diagonais. Além disso no caso de cristais não magnético a permeabilidade é efetivamente

um escalar igual a 1. As equações (3.7) e (3.8) representam esse comportamento.

$$\epsilon(\omega) = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

$$\mu(\omega) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

No caso biaxial cada direção cartesiana tem seu próprio valor, ou seja,  $\epsilon_{xx} \neq \epsilon_{yy} \neq \epsilon_{zz}$ , mas esse modelo não é de interesse de nosso trabalho, conforme vamos analisar apenas no caso uniaxial. Na situação anisotrópica uniaxial uma simplificação pode ser feita, se igualar os valores das duas direções cartesianas, isto é,  $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} \neq \epsilon_{zz}$  ou  $\epsilon_{xx} \neq \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz}$ .

Agora vamos analisar a propagação da onda em meio uniaxial e seu comportamento em meios anisotrópicos. Tomamos  $\vec{k}$  no plano x-z. Utilizando abaixo, as equações de Maxwell's para ondas planas

$$\vec{k}(\epsilon\epsilon_0\vec{E}) = 0 \quad (3.9)$$

$$\vec{k}(\mu\mu_0\vec{H}) = 0 \quad (3.10)$$

$$\vec{k} \times \vec{H} = -\epsilon\epsilon_0\vec{E} \quad (3.11)$$

$$\vec{k} \times \vec{E} = -\mu\mu_0\vec{H} \quad (3.12)$$

onde agora  $\epsilon$  é tensor.

Aplicando as equações (3.11) e (3.12), temos

$$\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = -\mu_0\epsilon_0\omega^2\epsilon\vec{E} = -\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon\vec{E} \quad (3.13)$$

onde  $\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = (\vec{k} \cdot \vec{E})\vec{k} - k^2\vec{E}$

Portanto

$$\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = -\mu_0\epsilon_0\omega^2\epsilon\vec{E} = -\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon\vec{E} \quad (3.14)$$

resolvendo a equação (3.14), poderemos encontrar a solução para as três componente do vetor de onda

componente x:

$$(k_x E_x + k_z E_z)k_x - (k_x^2 + k_z^2)E_x + \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_{xx}E_x = 0 \quad (3.15)$$

componente y:

$$-(k_x^2 + k_z^2)E_y + \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_{yy}E_y = 0 \quad (3.16)$$

componente z:

$$(k_x E_x + k_z E_z)k_z - (k_x^2 + k_z^2)E_z + \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_{zz}E_z = 0. \quad (3.17)$$

Analisando as equações acima podemos perceber que na equação (3.16) o campo elétrico está ao longo de y ( $E_y$ ), formando assim em sua solução uma onda ordinária(III) enquanto as equações (3.15) e (3.17) o campo elétrico está ao longo de x ( $E_x$ ) e z ( $E_z$ ), formando também em sua solução uma onda extraordinária ( $\vec{E} \perp y$ ). Assim geram duas relações de dispersão independentes, para a polarização s, em virtude da equação (3.16)

$$(k_z^2 + k_x^2) = k_0^2 \epsilon_{yy} \quad (3.18)$$

e para a polarização p, em virtude das equações (3.15) e (3.17)

$$\frac{k_z^2}{\epsilon_{xx}} + \frac{k_x^2}{\epsilon_{zz}} = k_0^2 \quad (3.19)$$

onde  $\epsilon_{xx}$  e  $\epsilon_{zz}$  representam os principais componentes da função dielétrica do meio uniaxial e  $k_0 = \omega/c$ . Considere radiação que passa através de uma interface na geometria, mostrado na fig.3.6: A camada 1 é uma camada no vácuo e camada 2 é um meio não magnético uniaxial cuja uniaxis está ao longo de z, normal à interface. No ar a componente do vetor de onda  $k_x$  é então dado por:

$$k_x = k_0 \text{sen} \theta_i, \quad (3.20)$$

onde  $\theta_i$  é o ângulo de incidência. As condições de fronteiras determinam que este  $k_x$  mantém o valor para ambos os lados do interface. O componente z do vetor de onda no vácuo é dada por

$$k_{1z}^2 = k_0^2 - k_x^2, \quad (3.21)$$

No material no meio anisotrópico  $k_{2z}$  é representado por

$$k_{2z}^2 = k_0^2 \epsilon_{yy} - k_x^2, \quad (3.22)$$

em polarização s, e

$$k_{2z}^2 = k_0^2 \epsilon_{xx} - k_x^2 \frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon_{zz}} \quad (3.23)$$

na polarização p.

É importante escolher a raiz correta para  $k_{1z}$  e  $k_{2z}$ . A fim de fazer isso, olhamos para o fluxo de potência  $S$ , que, para raios incidentes e refratados considerado aqui; deve ser da esquerda para a direita em ambos os meios. Em primeiro meio (vácuo), o fluxo energia é paralela à vetor de onda, e nós escolhemos a raiz positiva para  $k_{1z}$ . A fim de determinar a raiz correta para  $k_{2z}$ , representamos o fluxo energia pelo vetor de Poynting  $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}^*$ ,

com o valor médio temporal  $\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{S})$ . Na polarização s, temos

$$\langle \vec{S}_2 \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left( \frac{k_x^*}{\mu_0 \omega} |\vec{E}_y|^2, 0, \frac{k_{z2}^*}{\mu_0 \omega} |\vec{E}_y|^2 \right) \quad (3.24)$$

em termos do componente diferente de zero  $E_y$ . Na polarização p, temos

$$\langle \vec{S}_2 \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left( \frac{k_x}{\epsilon_\omega \epsilon_{zz}} |\vec{H}_y|^2, 0, \frac{k_{z2}}{\epsilon_0 \omega \epsilon_{xx}} |\vec{H}_y|^2 \right). \quad (3.25)$$

O fluxo de energia da polarização s é paralela à parte real do vetor de onda, assim como

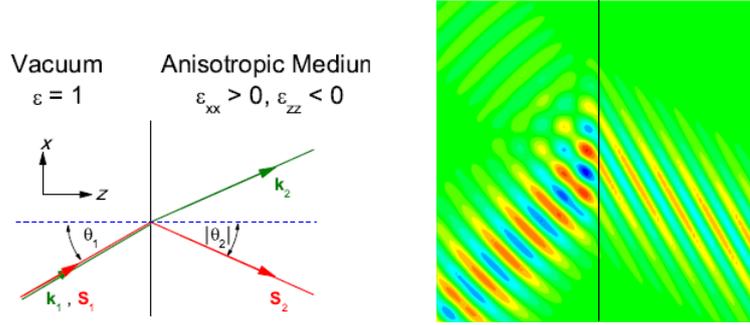


Figura 3.6: Direções do vetor de onda e vetor de Poynting para polarização-p refratando na interface entre o ar e um meio uniaxial com  $\epsilon_{xx} > 0$  e  $\epsilon_{zz} < 0$  e o perfil do campo instantâneo por um feixe gaussiano.

no vácuo, e  $\text{Re}(k_{2z})$  é sempre positivo ou zero. Na polarização p, a direção do fluxo de energia (ou ângulo de refração  $\theta_r$ ) é dado por

$$\text{tg} \theta_r = \frac{\langle S_{2x} \rangle}{\langle S_{2z} \rangle} = \frac{\text{Re}(k_x / \epsilon_{zz})}{\text{Re}(k_{2z} / \epsilon_{xx})}. \quad (3.26)$$

Para simplificar, vamos considerar no momento apenas propagação de ondas sem absorção, no caso que  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{zz}$ , e  $k_{2z}$  são todos reais [ $k_x$  é automaticamente real a partir da Eq.3.20. Desde que  $S_{2z}$  deve ser positivo, Eq.3.24 mostra que o sinal de  $k_{2z}$  devem ser o mesmo que o de  $\epsilon_{xx}$ . O caso de interesse nessa discussão é  $\epsilon_{xx}$  positiva e  $\epsilon_{zz}$  negativo. Em caso que  $k_{2z}$  é sempre real e positivo (outras combinações de sinais de  $\epsilon_{xx}$  e  $\epsilon_{zz}$  são considerados nos documentos anteriores). Equação 3.7 mostra que, para  $k_x$  positivo (ângulo de incidência  $\theta_i$  é positivo), o ângulo de refração  $\theta_r$  então será negativo, indicando refração negativa [17] como mostra a Fig.3.6. O procedimento acima pode ser representada ilustradamente usando contornos de frequência constante no plano  $k_x - k_z$ . Em qualquer frequência dada, Eqs.3.18 e 3.19 fornecem os vetores de onda para ondas propagantes, gerando os contornos mostrado na figura 3.7. Assim Eq.3.18 é representado por um círculo de raio  $k_0$  e Eq.3.18 por duas hipérbolas - Uma para  $k_{2z}$  positivo e outros valores [ não mostrado na fig.3.7] para os valores de  $k_{2z}$  negativo. O fluxo de energia é sempre perpendicular a estes contornos. As direções do vetor de Poynting resultantes são, então, iguais a aquelas mostradas na

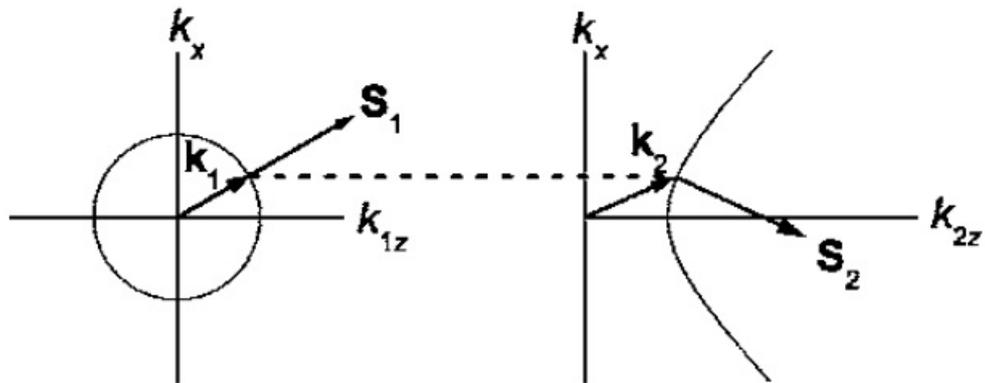


Figura 3.7: Contornos de frequência constante de cada lado da interface para um valor de frequência única (para simplicidade, a curva  $k_{2z}$  negativo não é mostrado). O valor de  $k_x$  para  $\theta_i = 30^\circ$  é mostrada como uma linha tracejada que une os dois contornos.

fig.3.6. Note-se que existe sempre um ângulo agudo entre  $S_2$  e  $k_2$ . Isso contrasta com dois meios isotrópicos com materiais de índice de refração negativo, que possuem  $S$  e  $k$  antiparalelas.

## Capítulo 4

### Lentes planas

A idéia de uma lente laje decorrente de refração negativo foi descrito por Veselago já em 1968 [1], Essa lente teria lados planos paralelos, e um objeto colocado num lado da lente iria projetar uma imagem real dentro da laje seguido de uma segunda imagem no outro lado do mesmo. Ao mesmo tempo, o conceito, com base em materiais que têm ambos permitividade  $\epsilon$  e  $\mu$  e a permeabilidade simultaneamente negativo, foi considerado como essencialmente hipotético. Pendry [2]propões um tipo de lente foi que chamou bastante atenção, no entanto, em parte devido à percepção que dupla materiais negativos ( $\epsilon < 0 ; \mu < 0$ ) foram tornar-se uma realidade através de engenharia metamaterial, e em parte como resultado da sugestão de que as lentes podem ter possibilidades de imagem para além do tradicional limite de difração, por causa deste tais lentes são freqüentemente descrito como super lentes. Sob condições ideais, isto corresponderia a imagem perfeitas.

#### 4.1 Lentes Planas a partir de meios isótropicos

Lentes convencionais têm superfícies curvas, que podem ser côncavas ou convexas. Se tiver índice de refração negativo, entretanto, uma lente não necessita de curvatura para focalizar a luz. A figura(4.1) mostra uma ‘lente plana’ com índice de refração  $n = -1$ , proposta por Veselago em seu trabalho original. A lente forma duas imagens reais, uma no seu interior e outra no lado oposto àquele onde se encontra o objeto. A figura(4.2)

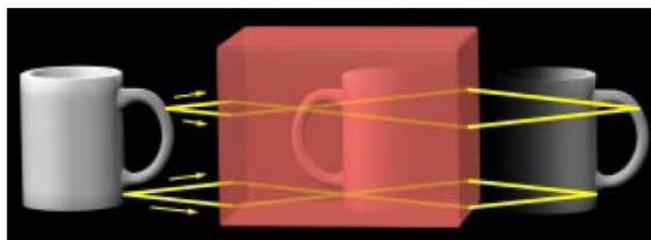


Figura 4.1: *Lente plana com índice de refração negativo [18].*

ilustra a refração por placas de índice de refração positivo e negativo. Vemos que apenas a placa com refração negativa é capaz de focalizar a luz. Lentes convencionais também são incapazes de produzir imagens perfeitas. Há um limite para a resolução de imagens, o

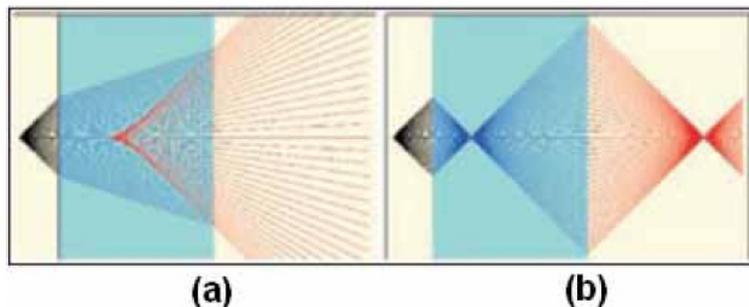


Figura 4.2: (a) Imagem de um ponto através de uma lâmina de índice  $n = 2,3$ ; (b) imagem do mesmo ponto fornecida por uma lâmina de índice  $n = -1$ .

limite de difração, que tem origem ondulatória e, portanto, é ignorado no traçado de raios luminosos. Ernst Abbe, em 1873, foi o primeiro a definir o limite de difração, quando afirmou que: “...mesmo com lentes perfeitas, é impossível definir detalhes menores do que a metade do comprimento de onda da luz que produz a imagem. No caso da luz visível, isso significa que objetos menores que algumas centenas de nanômetros nunca poderão ser vistos. [2] Pendry mostrou que a lente plana de Veselago era capaz de superar o limite de difração [2]. Pouco tempo depois, em 2004, Anthony Grbic e George Eleftheriades [19] demonstraram experimentalmente que uma linha de transmissão bidimensional projetada para ter  $\epsilon = -1$  e  $\mu = -1$  em frequências de rádio podia realmente criar imagens com detalhes mais finos que o permitido pelo limite de difração. Por isso as lentes planas de Veselago passaram a ser chamadas de superlentes.

## 4.2 Lentes planas a partir de meios anisotrópicos

Embora as imagens perfeita requer parâmetros exato para o material, que são difíceis (se não impossível) para conseguir na prática, [20,21] qualquer laje de material que exhibe refração negativo (definido em termos de sentidos de fluxo de raio ou de energia) para ângulos incidência positivos e negativos deve apresentar algum grau de comportamento de lentes lajes independentemente do mecanismo que leva à refração negativo. Assim, assumindo que a placa é suficientemente espessa para criar a imagem intermédia, uma segunda imagem deve ser formada no outro lado da laje para uma determinada intervalo de ângulos de incidência (embora isto não faz implicar que a funcionamento como superlentes, nem mesmo livre de aberração de imagem, irá ocorrer). Uma maneira muito simples de alcançar a refração negativa necessária é fazer a laje de um meio não magnético anisotrópico cujos eixos principais tem componentes do tensor dielétrico com sinais opostos, como descrevemos na seção 3.3. [22–30] Meios deste tipo são muitas vezes referidos como meios hiperbólicas devido à forma de onda da dispersão do vetor associado veja á figura 3.7. Em a configuração correta, eles induzem refração negativa em todos os ângulos de incidência  $\theta_1$  no intervalo de  $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ , assim tornando-os particularmente promissora para a construção delentes de laje. [25,31]

A fim de entender o comportamento de lentes laje em meios anisotrópicos não-magnéticos, consideremos primeiro como refração negativa de um único raio pode ocorrer na geometria mostrada figura 4.3 (a). A laje é feita de tal um meio orientado com os seus eixos principais ao longo dos eixos cartesianos  $x$ ,  $y$  e  $z$ .  $xz$  é o plano de incidência ( $k_y = 0$ ), e  $z$  é normal, para a superfície da laje. Consideramos a radiação incidente para ser  $p$ -polarizada ( $E$  é campo no plano de incidência  $xz$ ).

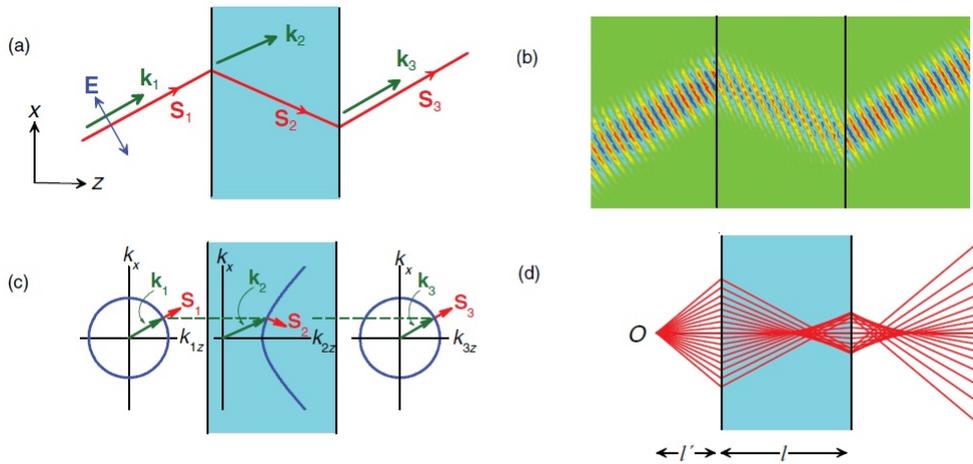


Figura 4.3: (a) Direções dos vetores de onda e vetor de Poynting para polarização  $p$  para um raio que incide obliquamente passando por um laje de material anisotrópico não magnético. Neste exemplo, o ângulo de incidência é  $30^\circ$  e são os componentes do tensor dielétrica de laje  $\epsilon_{xx} = 1$ ,  $\epsilon_{zz} = -1$ . (b) Perfis de campo mostram feixe e de frente de onda direções para um raio que passa através da laje. (c) Gráficos Equipfrequency (curvas azul) nas três regiões, em conjunto com o vetor Poynting resultante nas direções normal às curvas. (d) diagrama de raio mostrando o caminho de vários raios que passam através da mesma laje. direções dos raios são aqueles do vector de Poynting

O raio sofre refração negativa do tipo mostrado na figura 3.6 nas duas interfaces. Este raio através da laje, segue as direções do vetor de Poynting mostrado na Fig. 4.3(a), com o comportamento de onda mostrado na Fig. 4.3(b). Uma comparação entre essas duas figuras também confirma que a onda vetores permanecem normais para as frentes de onda em todas as camadas. Uma maneira alternativa de interpretação refração negativa no presente tipo de sistema é em termos dos contornos de frequência constantes. Tais curvas são mostrados na Fig.4.3(c). Nas regiões, sendo hiperbólica dentro da laje e circular no ar circundante. Desde que  $k_x$  é o mesmo nas três regiões e simplesmente obtido a partir do ângulo incidência Eq.3.19, podemos determinara a direção do vetor de Poynting (perpendicular à curva equipfrequencia) em cada um deles, conforme mostrado na figura. As direções estão em acordo com as mostradas nas Figs. 4.3(a) e 4.3 (b). A refração negativa da direção do vetor de Poynting é claramente visto, e é óbvio que tal comportamento irá ocorrer para ângulos de incidência tanto positivo como negativo ( $k_x$

positivos e negativos).

No caso de uma série de raios que emanam de um objeto O, a simulação na fig.4.3 (d) mostra a formação de imagem, tanto dentro da laje e, ao lado direito da mesma, embora existam aberrações associado com ângulos de incidência maiores.

De um modo geral, as lentes de placas deste tipo não levam a sub comprimento de onda. No entanto, numa geometria restrita em que tanto o objeto e a imagem estão na superfície, ou muito perto (ou seja, no de campo próximo distâncias) das superfícies da laje, imagem sub comprimento de onda são possível com lajes utilizando materiais cujas dispersões assumem uma forma (ou associados) hiperbólica. Neste caso, a formação de imagem não especificamente depende da refração negativa dentro da laje, mas sim sobre da propagação de um feixe colimado que é essencialmente perpendicular as superfícies. Detalhes do objeto sub comprimento de onda, que apenas no existem como ondas evanescentes, são então, passado de um lado da placa para a outra, como ondas de propagação canalizado, [24, 32] um fenômeno descrito como canalização por Belov et al [24].

## Capítulo 5

# Procedimento Experimental

Todas as nossas medidas foram realizadas em um espectrômetro de infravermelho distante utilizando um polarizador e para fazer medidas com apenas a polarização- p. O instrumento utilizado para realizar as medidas de transmissividade foi o Bruker Vertex 70. A abertura do feixe incidente na amostra foi de 2,5mm. O detector utilizado foi o de DTGS. A fonte utilizada foi a globalar. O divisor de feixes é o Si. A resolução foi de  $2\text{cm}^{-1}$ . Foram realizadas para cada medida um total de 64 scans

As medidas de transmissão foram feitas com as amostras presas sobre uma barra de ferro por uma lâmina magnética flexível, ambos contendo uma abertura de 15mm. O acessório inteiro foi girado para obter medidas em incidência oblíqua.

Os cristais de quartzo para as medidas foram obtidos de Boston Piezo- Optics Inc. Para as medidas de transmissividade usamos cristais de diâmetro 20mm e espessura de  $25\mu\text{m}$ ,  $50\mu\text{m}$  e  $75\mu\text{m}$ . Dois tipos de cristais foram usados - com eixo perpendicular à superfície e com o eixo no plano da superfície.

## Capítulo 6

# Resultados

### 6.1 Introdução

Em nosso trabalho consideramos cristais anisotrópicos para o uso de lentes planas a partir de refração negativa. O cristal que utilizamos foi quartzo ( $SiO_2$ ), um dos primeiros materiais a ser investigado no infravermelho devido a seu potencial tecnológico. Embora a resposta a baixas temperaturas seja mais eficiente devido a uma diminuição no efeito de absorção nós trabalhamos a temperatura ambiente que teoricamente também nos possibilitaria resultados satisfatórios. Já é conhecido da literatura especializada na área que cristais de quartzo apresentam resposta de fônons para frequências específicas na faixa de infravermelho. O fenômeno de refração negativa nesses cristais é esperado para ocorrer devido a sua anisotropia.

Aqui nós investigamos a interação do infravermelho com o quartzo mostrando cálculos dos tensores de permissividade, do ângulo de refração, da transmissividade. Foram realizadas também medidas experimentais de transmissividade para comparação com os cálculos. Com base nesses resultados investigamos refração negativa neste materia e seu funcionamento com lentes planas.

Na primeira seção discutimos a refração negativa em cristais de quartzo, Na segunda seção mostramos e discutimos nossos resultados para transmissividade em lentes de lajes de cristais naturais. Na terceira seção apresentamos a possibilidade se obter imagens com resolução sub comprimento de ondas. E finalmente trazemos uma breve conclusão na última seção deste capítulo.

### 6.2 Refração Negativa em quartz

Uma maneira de satisfazer a condição  $\epsilon_{xx} > 0$ ,  $\epsilon_{zz} < 0$  é fazer uso da resposta fônon em cristais anisotrópicos naturais [25, 26, 28–30]. Se tomarmos um o caso de uma cristal uniaxiall, podemos escrever o tensor dielétrico, expresso em relação aos eixos do cristal, como a equação 2.22

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{ord} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{ord} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{ext} \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

Aqui  $\epsilon_{ext}$  se refere à resposta ao longo do eixo extraordinário (cristais uniaxiais) e  $\epsilon_{ord}$  para a resposta ao longo dos eixos ordinários. Em torno das frequências dos fônons, estes componentes podem ser escrito na forma da equação 2.33 modificada para meios uniaxiais:

$$\epsilon_{ord} = \epsilon_{\infty,ord} \prod_n \frac{\omega_{Ln,ord}^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_{Ln,ord}}{\omega_{Tn,ord}^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_{Tn,ord}}, \quad (6.2)$$

$$\epsilon_{ext} = \epsilon_{\infty,ext} \prod_n \frac{\omega_{Ln,ext}^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_{Ln,ext}}{\omega_{Tn,ext}^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_{Tn,ext}}, \quad (6.3)$$

onde  $\omega$  é a frequência;  $\epsilon_{\infty,ord}$  e  $\epsilon_{\infty,ext}$  são as constantes dielétricas a alta frequência;  $\omega_{Tn,ord}$  e  $\omega_{Tn,ext}$  são as frequências transversais ópticos (TO) dos fônons;  $\omega_{Ln,ord}$  e  $\omega_{Ln,ext}$  são as frequências longitudinal optico(LO) dos fônons, e  $\gamma_{Tn,ord}$ ,  $\gamma_{Tn,ext}$ ,  $\gamma_{Ln,ord}$  e  $\gamma_{Ln,ext}$  são os parâmetros adequado de amortecimento e responsável pela absorção em torno as frequências dos fônons. Desde os fônons polarizada ao longo dos eixos ordinários e extraordinárias são inerentemente diferentes, os vários parâmetros fônons (incluindo as frequências dos fônons) contribuindo aos componentes dos tensores correspondentes são também diferentes. Na prática, no entanto, ressonâncias razoavelmente fortes, com frequências ao longo dos diferentes eixos principais de cristal bem separados em relação à magnitude dos parâmetros de amortecimento, são necessários a fim de fornecer resultados úteis. Nesta dissertação, consideramos o caso de cristal de quartzo, um material de que mostra ressonâncias devidamente separados em temperatura ambiente.

Na figura mostramos os valores de  $\epsilon_{ord}$  e  $\epsilon_{ext}$  de cristal de quartzo na faixa  $400\text{cm}^{-1}$  a  $600\text{cm}^{-1}$ . Os parâmetros utilizados são baseados os obtidos por Gervaise Piriou. Fizemos alguns ajustes de seus valores, no entanto, para se obter concordância comos resultados experimentais apresentados mais adiante neste documento, conforme resumido na Tabela (6.1).

A função dielétrica na região fônons é, em geral, complexo, mas é razoável, como uma primeira aproximação, basta olhar para a sua parte real, na consideração do comportamento da refração. É visto que no caso de um cristal de quartzo,  $Re(\epsilon_{ord}) > 0$ ,  $Re(\epsilon_{ext}) < 0$  na região de frequência entre  $\omega_{L2,ord}$  e  $\omega_{L2,ext}$  (usando o modo numeração da Tabela 6.1, enquanto que  $Re(\epsilon_{ord}) < 0$ ,  $Re(\epsilon_{ext}) > 0$  na região da frequência entre  $\omega_{T2,ord}$  e  $\omega_{T2,ext}$ . A região correspondente de refração negativa depende da orientação do cristal.

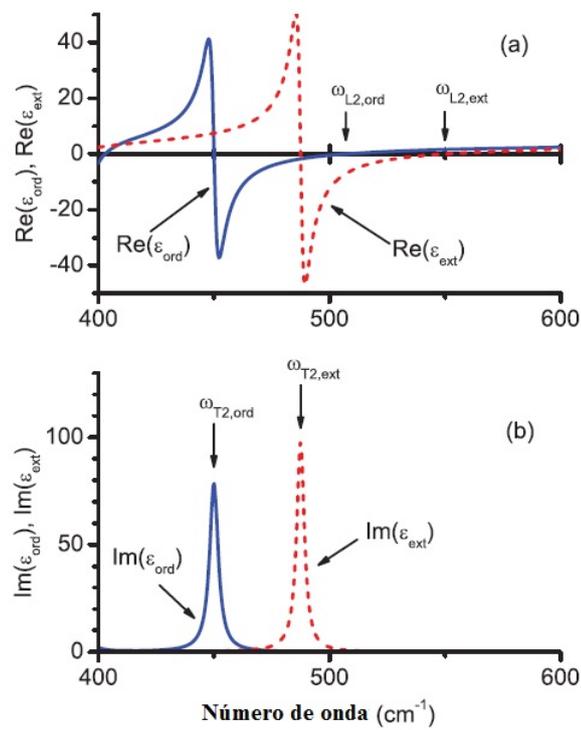


Figura 6.1: As partes (a) real e (b) imaginária dos componentes principais da função dielétrica de quartzo na faixa de frequências de  $400\text{cm}^{-1}$  até  $600\text{cm}^{-1}$ .

Tabela 6.1: Comparação de parâmetros fônon de cristal de quartzo utilizados neste trabalho com os de Gervais e Piriou. [33] Mantivemos as constantes dielétricas de alta frequência usados por esses autores ( $\varepsilon_{\infty, \text{ord}} = 2.356$ ,  $\varepsilon_{\infty, \text{ext}} = 2.383$ ).

| Symmetry                 | $n$ | Gervais and Piriou                    |                                       |  |  | This work                             |                                       |  |  |
|--------------------------|-----|---------------------------------------|---------------------------------------|--|--|---------------------------------------|---------------------------------------|--|--|
|                          |     | $\omega_{Tn}$<br>( $\text{cm}^{-1}$ ) | $\gamma_{Tn}$<br>( $\text{cm}^{-1}$ ) | $\omega_{L_n}$<br>( $\text{cm}^{-1}$ ) | $\gamma_{L_n}$<br>( $\text{cm}^{-1}$ ) | $\omega_{Tn}$<br>( $\text{cm}^{-1}$ ) | $\gamma_{Tn}$<br>( $\text{cm}^{-1}$ ) | $\omega_{L_n}$<br>( $\text{cm}^{-1}$ ) | $\gamma_{L_n}$<br>( $\text{cm}^{-1}$ ) |
| $E$<br>(ordinary)        | 1   | 393.5                                 | 2.8                                   | 402.0                                  | 2.8                                    | 393.5                                 | 2.1                                   | 403.0                                  | 2.8                                    |
|                          | 2   | 450.0                                 | 4.5                                   | 510.0                                  | 4.1                                    | 450.0                                 | 4.5                                   | 507.0                                  | 3.5                                    |
|                          | 3   | 695.0                                 | 13.0                                  | 697.6                                  | 13.0                                   | 695.0 <sup>1</sup>                    | 13.0 <sup>1</sup>                     | 697.6 <sup>1</sup>                     | 13.0 <sup>1</sup>                      |
|                          | 4   | 797.0                                 | 6.9                                   | 810.0                                  | 6.9                                    | 797.0 <sup>1</sup>                    | 6.9 <sup>1</sup>                      | 810.0 <sup>1</sup>                     | 6.9 <sup>1</sup>                       |
|                          | 5   | 1065.0                                | 7.2                                   | 1226.0                                 | 12.5                                   | 1065.0 <sup>1</sup>                   | 7.2 <sup>1</sup>                      | 1226.0 <sup>1</sup>                    | 12.5 <sup>1</sup>                      |
|                          | 6   | 1158.0                                | 9.3                                   | 1155.0                                 | 9.3                                    | 1158.0 <sup>1</sup>                   | 9.3 <sup>1</sup>                      | 1155.0 <sup>1</sup>                    | 9.3 <sup>1</sup>                       |
| $A_2$<br>(extraordinary) | 1   | 363.5                                 | 4.8                                   | 386.7                                  | 4.8                                    | 363.5 <sup>1</sup>                    | 4.8 <sup>1</sup>                      | 386.7                                  | 7.0                                    |
|                          | 2   | 496.0                                 | 5.2                                   | 551.5                                  | 5.8                                    | 487.5                                 | 4.0                                   | 550.0                                  | 3.2                                    |
|                          | 3   | 777.0                                 | 6.7                                   | 790.0                                  | 6.7                                    | 777.0 <sup>1</sup>                    | 6.7 <sup>1</sup>                      | 790.0 <sup>1</sup>                     | 6.7 <sup>1</sup>                       |
|                          | 4   | 1071.0                                | 6.8                                   | 1229.0                                 | 12.0                                   | 1071.0 <sup>1</sup>                   | 6.8 <sup>1</sup>                      | 1229.0 <sup>1</sup>                    | 12.0 <sup>1</sup>                      |
|                          | -   | 509.0 <sup>2</sup>                    | 14.0 <sup>2</sup>                     | 507.5 <sup>2</sup>                     | 14.0 <sup>2</sup>                      | -                                     | -                                     | -                                      | -                                      |

1. Os parâmetros associados com os modos com frequências fora da faixa de estudo, ou sua proximidade imediata, foram deixados inalterado desde os publicados por Gervais e Piriou [33].

2. Este modo adicional, utilizada na modelagem dos resultados experimentais de Gervais e Piriou, é geralmente considerado para ser um artefato experimental. [33, 34], e não foi incluído na nossa simulações.

Primeiro, consideramos o eixo extraordinária ao longo de  $z$  (ou seja, normal à superfície do cristal), de modo que  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{\text{ord}}$  and  $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{\text{ext}}$ . Neste caso, temos a condição para que ocorra a refração negativa  $\text{Re}(\varepsilon_{xx}) > 0$ ,  $\text{Re}(\varepsilon_{zz}) < 0$  entre  $507 \text{ cm}^{-1}$  e  $550 \text{ cm}^{-1}$  (Ou seja, entre  $\omega_{L2,\text{ord}}$  e  $\omega_{L2,\text{ext}}$ ) como se mostra na fig. 6.2(a). A Refração negativa nesta orientação foi estudado em Ref. [30], o que mostra que a transmissão significativa ocorre na região de frequência correspondente. Isto é confirmado no espectro de transmissão mostrada na fig. 6.2, o que mostra ambos os dados experimentais, medidos utilizando um Bruker Vertex 70 espectrômetro e simulações teóricas, obtidas usando técnicas padrão da matriz de transferência, [35] para a amostra de várias espessuras  $l$  (ver a fig.4.3) e ângulos de incidência  $\theta_1$ .

Nós inicialmente concentrar-se na frequência marcada como  $X$  na fig.6.2 ( $531 \text{ cm}^{-1}$ ). Modelamos o comportamento de um feixe finito passando através das lajes nessa frequência, considerando o feixe incidente como sendo Gaussian, e pode ser representado como uma soma de Fourier de ondas planas

$$H_y = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(k_x) e^{i(k_x x + k_{1z} z)} dk_x. \quad (6.4)$$

No caso de um feixe Gaussiano,  $\psi(k_x)$  pode ser escrito [36]

$$\psi(k_x) = -\frac{g}{2 \cos \theta_0 \sqrt{\pi}} \exp \left[ -\frac{g^2 (k_x - k_0 \sin \theta_0)^2}{4 \cos^2 \theta_0} \right], \quad (6.5)$$

onde  $2g$  representa a largura do feixe à sua cintura e  $\theta_0$  representa o ângulo efetivo de incidência de feixe. Na prática, assume-se que todos os componentes dos feixes Gaussiano estão propagando no ar (isto é,  $k_{1z}$  é real), [37] por isso restringir o integral na Eq. (6.4) para o intervalo  $-k_0 \leq k_x \leq k_0$ .

Usando um feixe incidente desta forma, é possível utilizar técnicas ópticas multicamadas óptica para calcular o campo magnético associado a cada componente de onda plana em qualquer ponto no plano  $xz$ . Integração numérica então dá os campos gerais  $\mathbf{H}$ , e assim o associado campos  $\mathbf{E}$  e vetores de Poynting.

Os perfis resultantes para as várias configurações experimentais representadas na fig. 6.2 estão mostrados na fig. 6.3. Aqui o feixe incidente, cuja largura é  $g = 100 \mu\text{m}$ , assume-se que é focado na superfície de placas, em  $x = 0$ ,  $z = 0$ . A refração negativa, visto como um deslocamento do transmitida feixe na direção  $x$  negativo de um modo semelhante ao que mostrado na fig.4.3(b), ocorre em cada caso. O deslocamento é naturalmente maior para as amostras de maior espessura, mas a transmissão está inferior, em conformidade com o espectro representado na fig. 6.2. Além disso, a intensidade transmitida é significativamente reduzida quando o ângulo de incidência é aumentada. Isto também é observada na resultados experimentais.

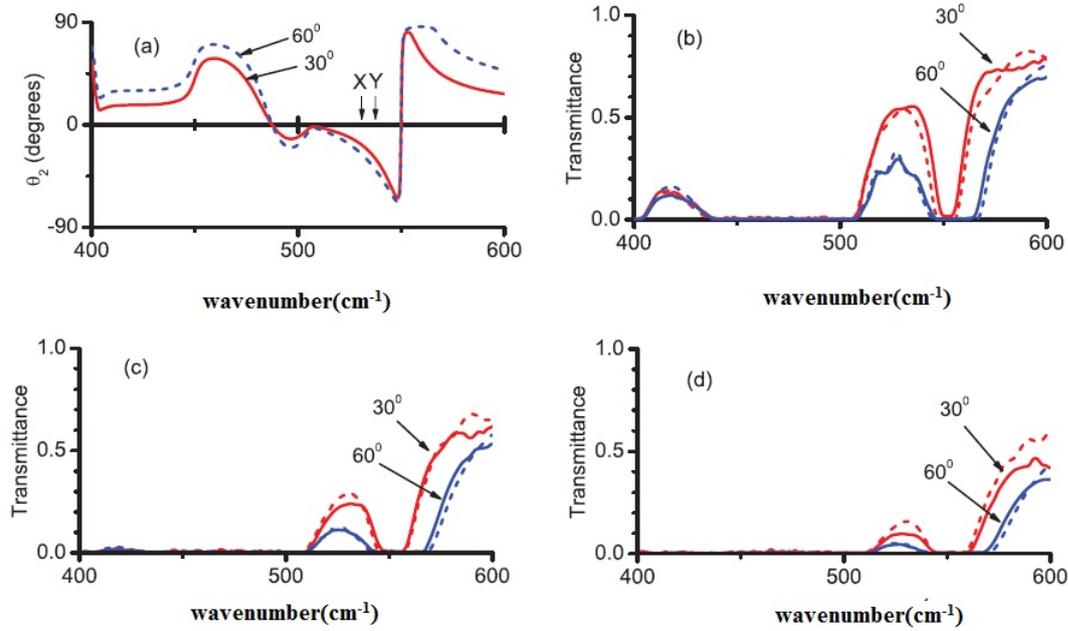


Figura 6.2: (a) Simulação do ângulo de refração para polarização  $p$ , no caso de quartzo orientada com o seu eixo extraordinário ao longo de  $z$ , para ângulos de incidência  $\theta_1$  de  $30^\circ$  e  $60^\circ$ . (b) Espectros de transmissão através de um cristal de espessura  $l = 25 \mu\text{m}$  nestes ângulos de incidência. (c) Espectros de transmissão através de um cristal com  $l = 50 \mu\text{m}$ . (d) Os espectros de transmissão através de um cristal com  $l = 75 \mu\text{m}$ . As linhas sólidas e tracejadas no espectro de transmissão representam a parte experimental e os resultados simulados, respectivamente

### 6.3 Lentes de Laje em Cristais Naturais

Consideramos agora como refração negativa em cristais naturais, tais como o quartzo pode ser usado para a lente de laje do tipo mostrado na figura 4.3(d). Em vez da frequência  $X$  utilizada na simulação de transmissão dos feixes gaussianos, considera-se conveniente para mostrar os resultados para o frequência ligeiramente superior marcado como  $Y$  na fig.6.2(a), em  $537 \text{ cm}^{-1}$ . Embora a transmissão é menor nesta frequência, o ângulo de refração  $\theta_2$  é (em magnitude) um pouco mais alto. Os gráficos das partes real e imaginária de  $k_{2z}$  como uma função de  $k_x$  (ambos os componentes vetor de onda podem ser normalizado em relação a  $k_0$ ) a frequência  $Y$  são mostrados na fig. 6.4(a). A relação entre essas dois gráficos resulta na figura de mérito. De interesse particular nesta figura é o Re curva ( $k_{2z}$ ), já que este é essencialmente um contorno de frequência constante. A Dispersão hiperbólica do tipo mostrado na fig. 4.3(c), está claramente presente, de modo semelhante ao da lente de laje na fig. 4.3 (d) como deve ser esperado.

Nos cálculos de lentes laje, tomamos uma fonte para ser posicionada em  $x = 0, z = 0$ , a uma distância  $l'$  para a esquerda da laje, isto é, a superfície frontal da placa é em  $z = l'$  [ver fig. 6 (a)]. Como uma aproximação de uma fonte a fenda, a amplitude do campo incidente  $H_y$  é assumida constante no intervalo de  $-a/2$  para  $a/2$  em  $z = 0$ , sendo zero em

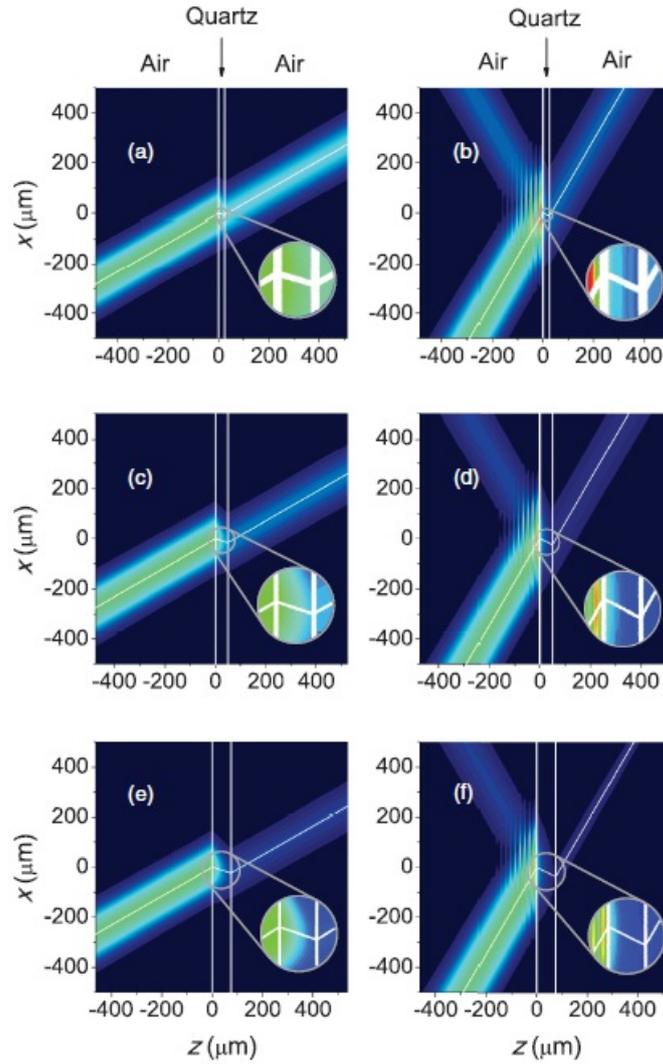


Figura 6.3: Simulação do perfil de intensidade (em termos da magnitude do médio tempo do vetor Poynting) de um feixe Gaussiano passando por uma laje de quartzo nas configurações utilizadas na fig.6.2 na frequência  $X$  ( $531 \text{ cm}^{-1}$ ). A geometria básica é mostrada na fig. 4.3(a), com o quartzo uniaxial ao longo de  $z$ . (a)  $l = 25 \mu\text{m}$ ,  $\theta_1 = 30^\circ$  (b)  $l = 25 \mu\text{m}$ ,  $\theta_1 = 60^\circ$ , (c)  $l = 50 \mu\text{m}$ ,  $\theta_1 = 30^\circ$ ; (d)  $l = 50 \mu\text{m}$ ,  $\theta_1 = 60^\circ$ ; (e)  $l = 75 \mu\text{m}$ ,  $\theta_1 = 30^\circ$ ; (f)  $l = 75 \mu\text{m}$ ,  $\theta_1 = 60^\circ$ . A linha branca fina através do centro do feixe representa o caminho do raio calculado usando o ângulo de refração dada pela equação. (4). As inserções mostram detalhes de refração negativa dentro da laje. Note-se que a amostra de espessura de  $25 \mu\text{m}$ ,  $50 \mu\text{m}$  e  $75 \mu\text{m}$  correspondem a 1.3, 2.7 e 4.0 comprimentos de onda do espaço livre respectivamente.

todos os outros pontos deste plano. Assim a, em efeito, representa uma largura de fenda. De um modo semelhante ao utilizado para descrever um feixe gaussiano, representamos o campo incidente à direita do plano  $z = 0$  pela Eq.(6.4), mas  $\psi(k_x)$ , é agora dada por

$$\psi(k_x) = \frac{\sin(k_x a/2)}{\pi k_x}. \quad (6.6)$$

As técnicas utilizadas para o cálculo dos campos totais e intensidades no plano  $xz$  são as mesmas que utilizados acima para simulações de feixe de Gaussiano.

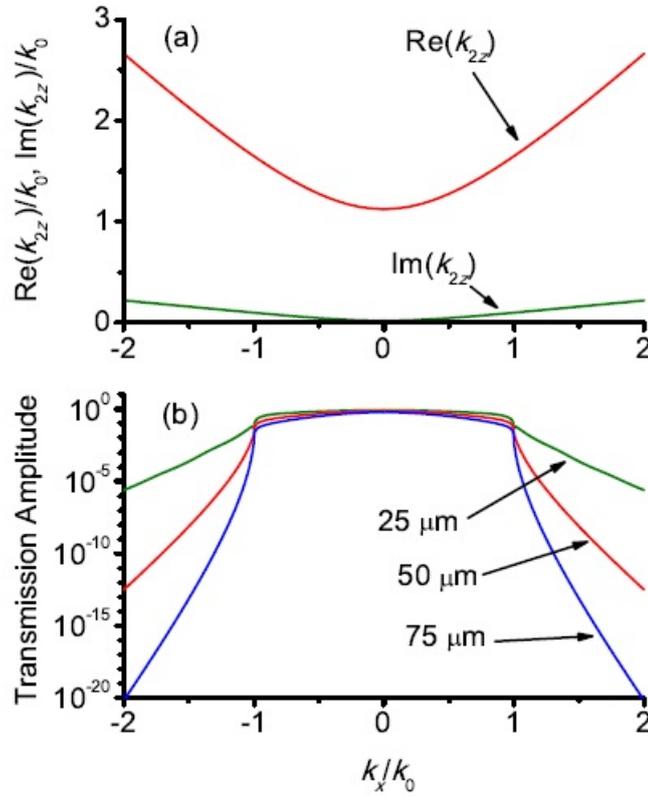


Figura 6.4: (a) As partes real e imaginária da componente do vetor de onda  $k_{2z}$  como uma função de  $k_x$  (expressa em unidades de  $k_0$ ), para a transmissão de um cristal de quartzo tendo seu eixo extraordinário dirigido ao longo de  $z$ , a polarização  $p$ , a frequência  $Y$  ( $537 \text{ cm}^{-1}$ ). (b) Amplitude de campo  $H_y$  no plano de imagem na configuração mostrado na fig. 6. Aqui vamos dar a posição apropriada da imagem na sua intensidade máxima na fig. 6, que é em  $z = 45 \mu\text{m}$ , no caso de  $l = 25 \mu\text{m}$  de espessura da laje,  $z = 94 \mu\text{m}$ , no caso de  $l = 5 \mu\text{m}$ , e  $z = 146 \mu\text{m}$  em caso de  $l = 75 \mu\text{m}$ .

O resultado de simulações de intensidade no plano  $xz$  são mostrados na fig. 6.5 para a laje de três espessuras considerada anteriormente. Para cada uma dessas espessuras tomamos  $l' = l/2$  e  $a = l/10$ , assim que, se estes valores foram substituídas por diagramas de raios (como por exemplo, cada um dos lados da fenda representado como um único ponto da fonte) as três figuras seriam equivalentes. Na prática, a fig. 6.5 mostra que o foco das imagens internas e externas [ver Fig.4.3] ocorre em todos os casos, mas o tamanho da imagem não simplesmente escala com as dimensões gerais do sistema como ocorreria numa análise óptica geométrica.

Na interpretação desses resultados, deve-se notar que tanto o objeto e imagem estão suficientemente longe da laje que os efeitos de campo próximo pode ser razoavelmente ignorada. Assim, as ondas evanescentes do objeto desempenha um papel insignificante na formação da imagem. Podemos ver isso na fig. 6.4(b), que mostra a função de transferência (isto é, a amplitude da coeficiente de transmissão a partir do plano do objeto para o plano da imagem, [38] de cada componente da onda plana no intervalo

$-2k_0 \leq k_x \leq 2k_0$ . Vê-se que a amplitude rapidamente cai para  $|k_x| > k_0$ , a região em que as ondas estão evanescente no ar.

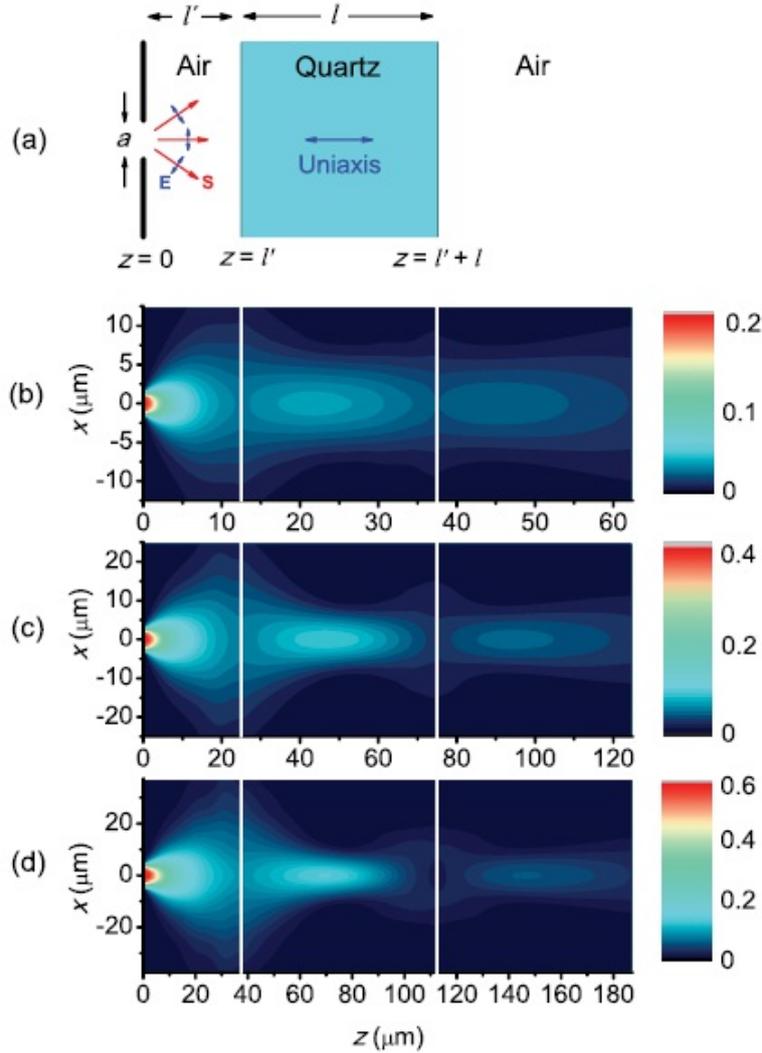


Figura 6.5: A formação da imagem na polarização  $p$  devido a uma fonte de fenda colocada à esquerda de uma placa de quartzo, cuja eixo extraordinário é dirigido ao longo de  $z$  (para a laje normal a superfície), à frequência  $Y$  ( $537 \text{ cm}^{-1}$ ). (a) esquema mostrando a configuração geral. (b) - (d) Simulação do perfil de intensidade, utilizando os parâmetros (b)  $l = 25 \mu\text{m}$ ,  $l' = 12,5 \mu\text{m}$ ,  $a = 2,5$  (c)  $l = 50 \mu\text{m}$ ,  $l' = 25 \mu\text{m}$ ,  $a = 5 \mu\text{m}$ , e (d)  $l = 75 \mu\text{m}$ ,  $l' = 37,5 \mu\text{m}$ ,  $a = 7,5 \mu\text{m}$ . As larguras de fenda corresponde a (b)  $0.134\lambda$ , (c)  $0.267\lambda$ , e (d)  $0.403\lambda$ , onde  $\lambda$  representa comprimento de onda no espaço livre.

Imagens limitadas por difração deve ser esperados. Na interpretação dos resultados da Fig. 6, com isso em mente, podemos constatar que a largura da fenda considerado nos cálculos é menor do que o limite de difração, em cada caso. Se o tamanho da imagem é de limite difração, é, portanto, natural esperar um aumento acentuado do tamanho da imagem em relação ao tamanho do objeto na situação mostrada na fig. 6 (b), em que o objecto mais pequeno, e este é o que é de fato observada.

Além do limite de difração, outros efeitos são importante na determinação da qualidade

da imagem. Em primeiro lugar, os efeitos de absorção não são insignificante nas espessuras da laje aqui considerado, conforme observado nas Figs. 6.2 e 6.3. Isto reduz a intensidade da imagem e, desde modo o efeito é maior para maior  $k_x$  [ver fig. 6.4(b)], podem também alterar a distribuição de intensidade do imagem. Em segundo lugar, mesmo em uma análise óptica geométrica da imagem, formação de imagens por lentes de laje com  $\epsilon_{xx} > 0, \epsilon_{zz} < 0$  não é perfeita, e existem aberrações do tipo mostrado na fig. 4.3(d). Estas aberrações deve ser mais importante em placas mais espessas tal como o representado na fig. 6.5 (d) . Em placas mais finas dos tipo mostrado na fig. 6.5 (b), limitação por difrações ligeiramente ofuscar tais aberrações.

## 6.4 A possibilidade de imagem com resolução sub comprimento de onda

Como discutido acima, a restauração de ondas evanescentes não é possível para este tipo de lente desde ondas evanescentes não estão presentes no interior da laje. No entanto, a ausência de tal ondas evanescentes podem ser utilizados com vantagem, se a placa é colocada dentro do campo próximo do objeto. Neste caso, ondas evanescentes no ar são convertidas para ondas propagantes na laje. No outro lado da laje, as ondas podem, então, ser convertido de volta para as ondas evanescentes e, dado os parâmetros corretos da laje, contribuir para uma imagem com resolução sub comprimento de onda em um distância dentro do campo próximo a partir da laje. Na presente seção, consideramos a formação de tais imagens de sub comprimento de onda , restringindo nossa atenção para o caso extremo em que tanto o objeto e a imagem são, na verdade, as superfícies da laje. Assim, na notação das Figs. 4.3(d) e 6.5 (a), arranjamos para ter  $l' = 0$  com uma imagem em  $z = l$ . Nesta configuração , a atenuação de campo, devido o decaimento evanescente no ar é reduzida para a zero.

Para conseguir imagens perfeitas, os campos associados a cada componente  $k_x$  deverão nenhuma chegar ao ponto de imagem com a mesma fase e com a mesma perda relativa de amplitude (embora de preferência sem perda de amplitude ). Inicialmente procuramos uma condição que dá uma mudança de fase cuja dependência  $k_x$  é pequena. Ao menos que a laje seja muito fina , a principal contribuição para a mudança de fase entre objeto e imagem, normalmente, será a partir da transmissão dentro da laje, o que depende da parte real da componente do vetor de onda  $k_{2z}$ . Se  $Re(k_{2z})$  pode ser feita independente de  $k_x$ , todos os componentes devem transmitir dentro da laje, com a mesma fase, como requerido. A equação 3.23 mostra que isso ocorre quando  $Re(\epsilon_{xx} \geq 0), 1/\epsilon_{zz} \rightarrow 0$ . Como pode ser visto a partir da eq. (3.7), esta condição implica  $\theta_2 = 0$ , então a transmissão ocorre como um feixe colimado, o qual pode ter largura de sub comprimento de onda, através da placa.

É perceptível que a condição  $1/\epsilon_{zz} \rightarrow 0$  exige apenas que a amplitude d e  $\epsilon_{zz}$  deve ser grande, sem qualquer restrição em seu sinal. Na verdade, não é mesmo necessário para

ser real, então  $\epsilon_{zz}$  grande imaginário satisfaz a condição. A partir da fig. 6.1, vemos que dentro do intervalo investigada, a condição combinada  $Re(\epsilon_{xx} \geq 0)$ ,  $1/\epsilon_{zz} \rightarrow 0$ , não ocorre em cristais de quartzo se o eixo extraordinário reside ao longo de z ( $\epsilon_{xx} = \epsilon_{ord}$ ,  $\epsilon_{zz} = \epsilon_{ext}$ ), mas ocorre na TO frequência dos fonons  $\omega_{T2,ord}$  ( $450 \text{ cm}^{-1}$ ) se o eixo extraordinário fica ao longo x ( $\epsilon_{xx} = \epsilon_{ext}$ ,  $\epsilon_{zz} = \epsilon_{ord}$ ) desde  $Im(\epsilon_{zz})$  torna-se grande nesta frequência. Esta é, portanto, a geometria e frequência que usamos em nossa discussão nas imagens de sub comprimento de onda.

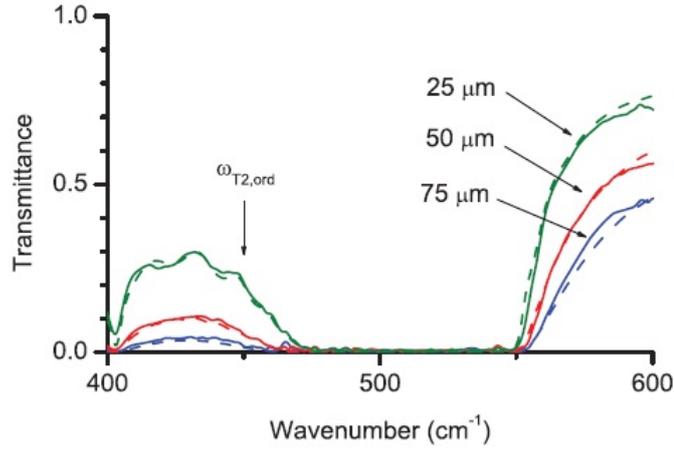


Figura 6.6: *Em incidência oblíquo nos espectros de transmissão na polarização p através espessuras diferentes de cristais de quartzo com seus eixos extraordinários dirigidos ao longo x. O ângulo de incidência  $\theta_1$  é  $30^\circ$  em cada caso. As linhas contínuas e tracejadas representam experimentais e simulados resultados, respectivamente.*

Uma vez que estamos considerando a transmissão através da laje na polarização p em uma frequência de ressonância, devemos primeiro verificar que não há absorção associado a esta ressonância. Na fig.6.6 mostramos tanto experimentalmente e teóricamente os espectros de transmissão na polarização p, na geometria necessária, a incidência oblíqua. É claramente visível que não existe uma absorção por imersão em  $\omega_{T2,ord}$ , mesmo que a componente z do campo incidente  $E$  é diferente de zero na polarização p. Podemos interpretar isso na seguinte maneira. Condições de contorno ditam que deve ser  $D_z$  contínua através da interface, de modo que um grande  $|\epsilon_{zz}|$  implica que  $E_z \rightarrow 0$  na laje, e o modo TO não é excitado. Há alguma absorção nesta região, tal como pode ser observado a partir da diminuição da transmissão com o aumento da espessura da laje, mas esta é principalmente devido à proximidade dos fônons TO polarizados ao longo de X em  $\omega_{T2,ext}$ .

A Figura 6.7 (a) mostra as partes real e imaginária da  $k_{2z}$  como uma função vetor de onda plana  $k_x$  (normalizado em relação ao  $k_0$ ), e confirma que a condição a cerca de constante  $Re(k_{2z})$  é satisfeita. Assim, se considerarmos a curva  $Re(k_{2z})$  como uma gráfico equifrequencia, é evidente que haverá propagação na direção z para todos  $k_x$ , levando à requerido comportamento de canalização. Além disso, podemos ver que  $Im(k_{2z})$ , que é responsável pela absorção, é relativamente pequena. Na região  $-k_0 < k_x < k_0$

, correspondente a ângulos de incidência reais (isto é, propagação das ondas no ar), é sempre inferior a  $0,03 \mu m^{-1}$ . Isso é equivalente a uma figura de mérito  $\text{Re}(k_{2z}) / \text{Im}(k_{2z})$  variando a partir de 31 a incidência normal a 26 em incidência rasante. Em  $|k_x|$  maior, a absorção aumenta gradualmente e em  $k_x = \pm 5k_0$  a figura de mérito cai para 5.

A Fig. 6.7(b) mostra a amplitude total do campo  $H_y$  (isto é, a função de transferência) transmitida através das lajes de quartzo, tendo estudado os três espessuras, como uma função de  $k_x/k_0$ . A Fig. 6.7 (c) mostra a fase associada. Para a imagem perfeita, tanto a amplitude e fase seria constante para todas os  $k_x$  (a amplitude tendo um valor igual à unidade, no caso ideal). Na prática, existem desvios perceptíveis a partir deste comportamento.

Podemos interpretar as curvas na fig. 6.7 (b) em termos de dois efeitos distintos, a eficiência de transmissão entre as duas interfaces de ambos os lados para fora da placa e absorção dentro da laje associado com a parte imaginária da  $k_{2z}$  mostrado na fig. 6.7 (a). O primeiro efeito dá a forma básica das curvas e o segundo efeito explica a separação das três curvas representada nas três espessuras diferentes, e contribui para a queda da transmissão de  $|k_x|$  maior, onde  $\text{Im}(k_{2z})$  é maior.

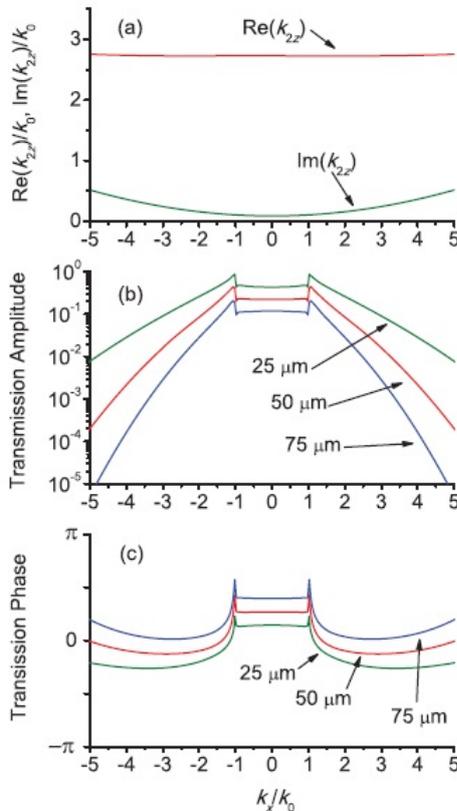


Figura 6.7: (a) Partes real e imaginária da componente do vetor de onda  $k_{2z}$  como uma função de  $k_x$  (expressa em unidades de  $k_0$ ), para a transmissão de um cristal de quartzo tendo os seus eixos extraordinários dirigido ao longo de  $x$ , na polarização  $p$ , em frequência  $\omega_{T2,ord}$  ( $450 \text{ cm}^{-1}$ ). (b) Amplitude e (c) a fase do campo  $H_y$  transmitida através de várias espessuras de cristal de quartzo na mesma configuração.

A Figura 6.7(c) mostra que existe alguma mudança de fase com  $k_x$ , mas a variação total para uma espessura específica da laje é cerca de  $\pi/2$  no intervalo mostrado. Dessa mesma forma que as curvas de amplitude discutidas acima, a forma básica está associada com mudanças de fase na transmissão através das interfaces. Mudanças de fase associados com a transmissão no interior da laje simplesmente dão um deslocamento vertical para esta forma básica uma vez que estas mudanças de fase são quase independentes de  $k_x$ . Acima exposto, vemos que uma restrição importante para o comportamento desejada da imagem de sub comprimento de onda é associada com a transmissão através da interface. Um certo número de estudos sobre a utilização de estruturas em camadas metálicas para atingir o tensor dielétrico anisotrópicos necessário, também discutem esse fenômeno [32, 39–43]. De particular importância é a sugestão de que a utilização de uma laje de espessura igual a uma número exato de meio comprimentos de onda [ou seja,  $Re(k_{2z})l = m\pi$  onde  $m$  é inteiro], garantindo interferência construtiva de franjas a partir Fabry-Perot, deve superar essas restrições. [32, 43] Um caso especial deste, equivalente a escolha de  $m = 0$ , é possível se  $\epsilon_{xx} = 0$ . No presente trabalho, podemos ver da figura 6.6, que algumaa franjas de interferência fracas são observados no espectro de transmissão, no caso de amostra de  $25 \mu m$  de espessura, mas que estão essencialmente ausente no caso das amostras mais espessas. Assim, acreditamos que, para a faixa de espessuras considerado neste trabalho, a condição de Fabry-Perot não é de importância crucial, uma vez que os raios de ordem superior parciais são absorvidos pela laje. Na verdade, a amostra de  $25 \mu m$  de espessura é perto de satisfazer a condição de Fabry-Perot com  $m = 6$  (um cálculo exato dá  $m = 6.13$ ), mas uma pequena mudança na espessura da laje não parece ter muito efeito sobre o resultados.

Passamos agora para simulações de imagem de sub comprimento de onda em si. Consideramos uma fonte de duas fendas em que o campo magnético do feixe incidente é assumido ser constante em toda a largura de cada fenda, como antes. Para uma largura de fendas separadas por uma distância  $d$  [ver fig.6.8 (a)], isso equivale a definição de  $\psi(k_x)$  para

$$\psi(k_x) = \frac{2 \sin(k_x a/2) \cos(k_x d/2)}{\pi k_x}. \quad (6.7)$$

As fendas são colocadas na superfície frontal da placa ( $l' = 0$ ). As Figuras 6.8 (b) e 6.8 (c) mostram as distribuições de intensidade resultantes no caso da laje  $25 \mu m$  de espessura. A Figura 6.8 (b) mostra os resultados para uma fenda de separação  $d = 7 \mu m$  ( $0.32 \lambda$ ) e larguras de fenda  $a = 2.5 \mu m$  ( $0.11 \lambda$ ). As intensidades das duas fendas estão bem resolvidas dentro da laje, com perda significativa de intensidade com a propagação através da laje. A curva (verde) em sólido Fig. 6.9 (a) mostra a distribuição de intensidade passada através da laje. As imagens das duas fendas ainda são facilmente resolvidas. Quando a separação  $d$  da fenda é reduzida para  $d = 5 \mu m$  ( $0.23 \lambda$ ), verificou-se

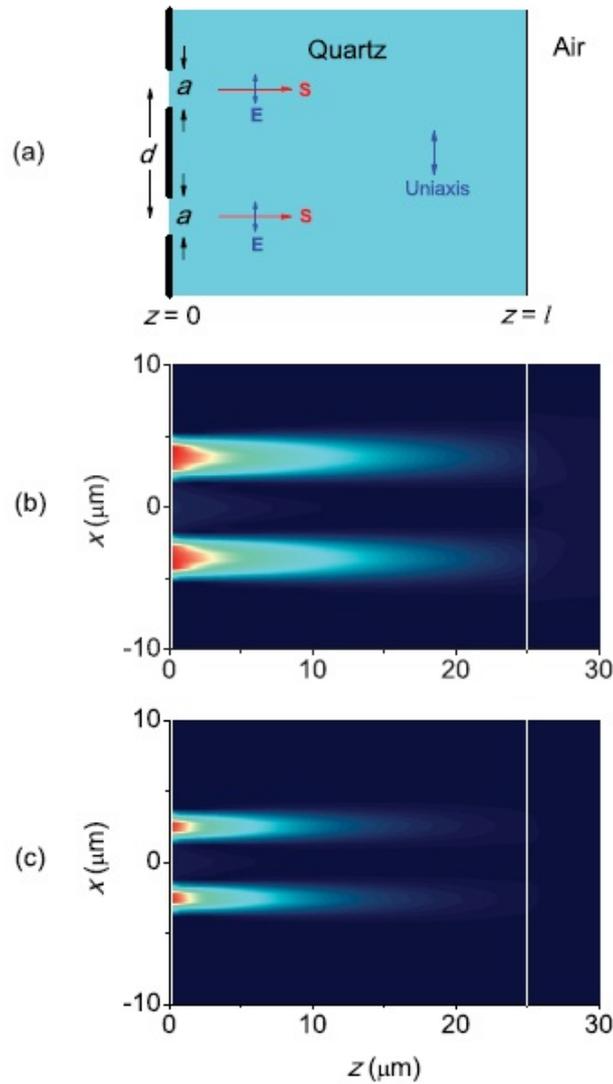


Figura 6.8: A imagem devido uma fonte de duas fendas na superfície de uma laje de quartzo, cujo eixo é extraordinária ao longo de  $x$ , na frequência  $\omega_{T2,ord}$  ( $450 \text{ cm}^{-1}$ ). (a) Esquema mostrando a configuração geral. (b),(c) Simulação do perfil de intensidade, usando parâmetros (b)  $a = 2.5 \mu\text{m}$ ,  $d = 7 \mu\text{m}$  e (c)  $a = 1.5 \mu\text{m}$ ,  $d = 5 \mu\text{m}$ . A laje de espessura  $l$  é  $25 \mu\text{m}$  em cada um dos casos.

que as imagens são melhor resolvido se também reduzir as larguras de fenda. Mostramos portanto, a distribuição de intensidade para a separação de fenda  $d = 5 \mu\text{m}$  e as larguras de fenda  $a = 1.5 \mu\text{m}$  ( $0.07\lambda$ ) na fig.6.8 (c). As intensidades das duas fendas são ainda bem resolvidas dentro da laje, mas são consideravelmente reduzidas devido ao estreitamento das fendas. A distribuição da intensidade passada através da placa é mostrada como a curva tracejada (vermelho) em Fig. 6.9 (a), e os dois picos de novo resolvido.

As Figuras 6.9(b) e 6.9(c) mostram as distribuições de intensidade que passa através de placas de espessuras  $l = 50 \mu\text{m}$  e  $l = 75 \mu\text{m}$ , respectivamente, usando a mesma largura de fenda de separação como combinações mais fina para a laje. Vê-se que quando  $l = 50 \mu\text{m}$  as imagens das fendas estão ainda resolvido para  $d = 7 \mu\text{m}$ , mas não para  $d = 5 \mu\text{m}$ .

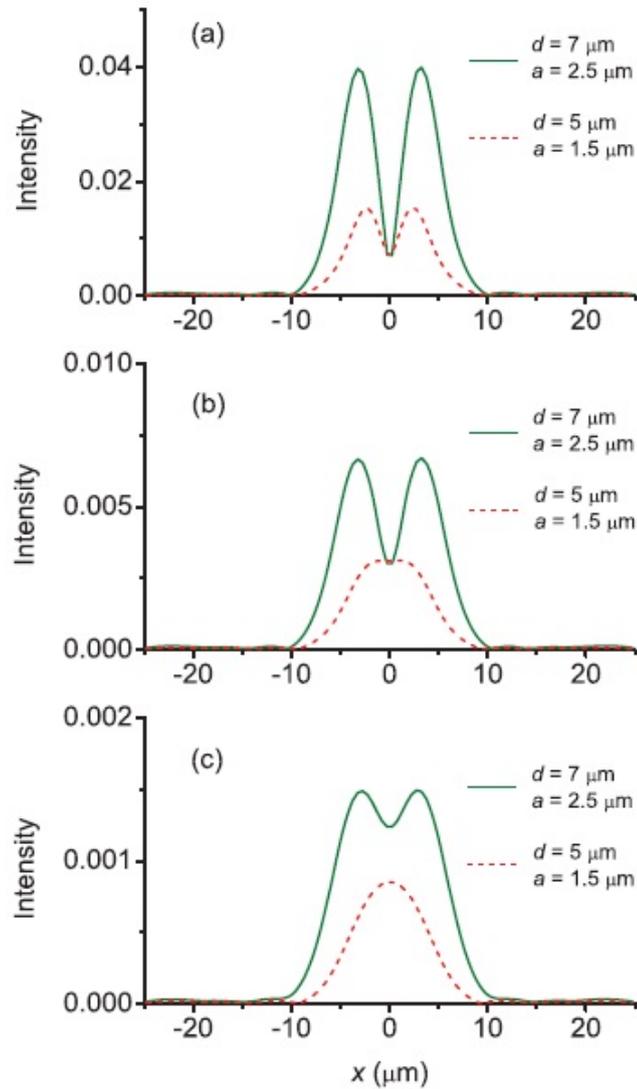


Figura 6.9: perfil de intensidade transmitida através de uma laje de quartzo com seu eixo extraordinário ao longo  $x$  devido a uma fonte de duas fendas de largura  $a$  e uma separação  $d$  das fendas. Os cálculos foram feitos com uma frequência  $\omega_{T2,ord}$  ( $450 \text{ cm}^{-1}$ ). A escala de intensidade é normalizada em relação a uma onda plana, cuja amplitude do campo magnético é a do campo incidente nas fendas. (a) a espessura da laje é  $l = 25 \mu\text{m}$ , (b)  $l = 50 \mu\text{m}$ , (c)  $l = 75 \mu\text{m}$

Quando  $l = 50 \mu\text{m}$ , algumas Estruturas permanece no caso  $d = 7 \mu\text{m}$ , mas não no caso de  $d = 5 \mu\text{m}$ .

Vemos, assim, que imagem subwavelength deve ocorrer mesmo em placas relativamente grossas de quartz, correspondentes a um pouco de espaço livre comprimentos de onda, embora com considerável perda de intensidade.

## 6.5 Conclusão

Em conclusão, neste trabalho nós mostramos que cristais anisotrópicos como quartzo devem comportar-se como lentes de laje em torno de frequências ópticas dos fônons,

mesmo à temperatura ambiente. Além disso, nas frequências de fônons TO polarizada normal à superfície, imagens de sub comprimento de onda com base na canalização pode ser possível em cristais suficientemente anisotrópicos, e temos mostrados exemplos deste usando quartzo. Este trabalho claramente estende se para outras frequências com outros materiais, e existem diferentes possibilidades de estudos experimentais.

## Capítulo 7

# Discursões e Perspectivas

Os resultados acima confirmam que cristais anisotrópicos simples, como o quartzo, deve funcionar como lentes de laje, assim como obter imagens com resolução de sub comprimento de onda. Temos restringido nossas simulações para a laje de espessuras utilizadas nas nossas investigações experimentais espectrais, e tais espessuras são facilmente obtidos (os cristais de quartzo utilizados nas medições espectroscópicas foram obtidos comercialmente a partir de Boston Piezo-Optics).

As lajes utilizadas para os nossos estudos de sub comprimento de onda são de bastante espessuras em relação a maioria dos estudos com base em estruturas de multicamada. [32, 40–43] Resolução melhor deve ser possível com lajes mais finas, e deve também ser possível tirar proveito de Fabry-Perot de interferência em tais casos. [32,43] No entanto, na prática, do comportamento nas interfaces podem ser drasticamente afectada pela fonte e detector de configuração, se estão próximos das superfícies, e uma análise de onda plana, embora correcta dentro da laje, pode não fornecer uma indicação precisa do comportamento da interface.

Neste estudo, foi apenas considerado quartzo cristalino como o meio de placas, mas existe um número de cristais anisotrópicos que pode ser adequado. Entre aqueles considerados no contexto de comportamento hiperbólico são TGS, [26]  $Hg_2I_2$  (Ref. [25]),  $MgF_2$  (Re. [28]), e safira. Vários fatores podem ser importantes na escolha de materiais adequados. Obviamente materiais diferentes serão apropriados para diferentes faixas de frequência, e ressonâncias de fônon devem ser suficientemente fortes e bem separados. Absorção claramente desempenha um papel vital na formação da imagem, assim o baixo amortecimento é importante. Para a imagem de sub comprimento de onda utilizando o critério  $\text{Re}(\epsilon_{xx}) \geq 0$ ,  $1/\epsilon_{zz} \rightarrow 0$  em frequências TO polarizados ao longo de z, seria útil dispor de  $\text{Im}(\epsilon_{zz})$  desprezível. Por isso idealmente não deve ter fônons na polarização x próximas à frequência de interesse. Dvorak and Kuzel [26] discutiu o caso de  $Hg_2I_2$  no contexto de refração negativa (em vez de comportamento das imagens). Os parâmetros de amortecimento para este material são um pouco maiores do que aqueles para o quartzo, mas o fônon óptico das frequências ao longo dos eixos principais são bem separados um do outro, de modo que eles podem ser adequados para imagens aplicações das imagens

de sub comprimento de onda . Dumelow *et al* [25] considerou lentes de laje de sulfato de glicina (TGS), que, a baixa temperatura, tem ambas as amortecimento muito baixos e frequências dos fônons bem separadas. Além das propriedades da lente de laje discutidas nesse trabalho, este material provavelmente dará para uma boa imagem com resolução de sub comprimento de ondas. A desvantagem é, obviamente, é a necessidade de baixas temperaturas. Outro material considerado como um meio hiperbólico é  $MgF_2$ , que possui propriedades semelhantes a quartzo.

Neste tipo de estudo e suas aplicações subseqüentes seria útil observar experimentalmente o comportamento a uma frequência única. Há relatos recentes de laser de cascata quânticas que operam em frequências discutido neste trabalho, [44, 45]. Entretanto, estas frequência atualmente estão no limite da menor frequência desta tecnologia na região do infravermelho. No futuro imediato, medições espectroscópicas, com o auxílio de batentes, fendas, ou grades, podem ser uma opção mais fácil para investigar efeitos associados às imagens em quartzo. No entanto, fônons ópticos, de um modo geral, abrangem uma ampla faixa de frequência, e investigações de propriedades de imagem utilizando radiação monocromática pode ser mais simples em outros materiais. Os modos mais elevados de frequência de calcita, [46] por exemplo, devem ser muito mais facilmente acessíveis através de laser de cascata de quânticas do que quartz. Consideravelmente frequências mais baixas, ou seja, abaixo  $\sim 150 \text{ cm}^{-1}$ , laser de cascata quânticas pode ser novamente considerados como fontes possíveis, [47] juntamente com outros dispositivos, tais como os osciladores de onda para trás. [48] utilizando cristais, tais como  $Hg_2I_2$  uma TGS, cuja fônons cair a esta faixa de frequência. No geral, parece haver amplas possibilidades para a utilização de cristais anisotrópicos desta maneira.

## Referências Bibliográficas

- [1] VESELAGO, V. G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Sov. Phys. Usp.*, v. 10, n. 4, p. 509–514, 1968.
- [2] PENDRY, J. B. Negative refraction makes a perfect lens. *prl*, v. 85, n. 18, p. 3966–3969, oct 2000.
- [3] ASHCROFT, N. W.; MERMIN, N. D. *Solid State Physics*. Philadelphia: Saunders College, 1976.
- [4] KITTEL. *Quantum Theory of Solids*. 2 nd. ed. Wiley: New York, 1987.
- [5] MYERS, H. P. *Introductory Solid State Physics*. University of Techlologia: New York, 1990.
- [6] BORN, K. H. M. *Dynamical Theory of Crystal Lattices*. Oxford Univ. Press: Oxford, 1954.
- [7] ALBUQUERQUE, M. G. C. E. L. *Polations in Periodic and Quasiperiodic Strutures*. Elsevier: Amsterdam, 2004.
- [8] PIERES, R. E. *Quantum Theory of solids*. Oxford University: Oxford, 1964.
- [9] CALLAWAY, J. *Energy Band Theory*. Academic Press: New york, 1964.
- [10] JONES, H. *The Theory of Brillouin Zones and Electronic States in crytals*. North-Holland: Amsterdam, 1962.
- [11] STERN, F. *Phys. Rev.*, v. 18, p. 546, 1967.
- [12] FETTER, A. C. *Ann. Phys.*, v. 1, p. 88, 1974.
- [13] JACKSON, J. D. *Classical Electrodynamics*,. 3nd.. ed. Wiley: New york, 1999.
- [14] MARADUDIN E. W. MONTROLL, G. H. W. A. A.; IPOTOVA, I. P. *Theory of Lattice Dynamic in the Harmonic Aproximation*. Academic Press: New York, 1971.
- [15] ELLIOTT, A. F. G. R. J. *An Introduction to solid state and its Aplications*. Macmillan: London, 2013.
- [16] LYDDANE, R. G. S. R. H.; TELLER, E. *Phys. Rev.*, v. 59, p. 673, 1941.
- [17] AL, J. P. et. Unknown title. *Phys. Rev. Lett.*, v. 89, p. 257401, 2002.
- [18] PENDRY, D. S. e. D. R. S. J. B. *Science*. v. 312, p. 1780, 2006.

- [19] GRBIC, G. V. E. A. Overcoming the diffraction limit with a planar. *Physical Review Letters*, v. 92,, p. 117403, 2004.
- [20] GUAN-XIA, Y.; TIE-JUN, C. Imaging properties of a line source using general anisotropic metamaterials. *Journal of Infrared, Millimeter and Terahertz Waves*, Springer New York, v. 30, p. 71–84, 2009. ISSN 1866-6892. 10.1007/s10762-008-9414-1. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s10762-008-9414-1>>.
- [21] SHEN, N.-H. et al. Large lateral shift near pseudo-Brewster angle on reflection from a weakly absorbing double negative medium. *Optics Express*, v. 14, n. 22, p. 10574–10579, 2006.
- [22] ERITSYAN, O. S. Optical properties of anisotropic crystals with different signs of tensor components of dielectric constant. *Kristallografiya, Mezhdunarodnaya Kniga*, 39 Dimitrova Ul., 113095 Moscow, Russia, v. 23, n. 3, p. 461–464, 1978.
- [23] DUMELOW, T.; TILLEY, D. R. Optical properties of semiconductor superlattices in the far infrared. *J. Opt. Soc. Am. A*, v. 10, p. 633–645, apr 1993.
- [24] BELOV, P. A. Backward waves and negative refraction in uniaxial dielectrics with negative dielectric permittivity along the anisotropy axis. *Microwave and Optical Technology Letters*, v. 37, n. 4, p. 259–263, may 2003.
- [25] DUMELOW, T.; COSTA, J. A. P. da; FREIRE, V. N. Slab lenses from simple anisotropic media. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 72, p. 235115, Dec 2005. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.72.235115>>.
- [26] DVORAK, V.; KUZEL, P. Negative index of refraction in anisotropic nonmagnetic materials. *Ferroelectrics*, TAYLOR & FRANCIS LTD, 4 PARK SQUARE, MILTON PARK, ABINGDON OX14 4RN, OXON, ENGLAND, v. 338, p. 195–203, 2006.
- [27] ALEKSEYEV, L. V.; NARIMANOV, E. Slow light and 3d imaging with non-magnetic negative index systems. *Opt. Express*, OSA, v. 14, n. 23, p. 11184–11193, 2006.
- [28] ERITSYAN, O. S. et al. Crystals with an open wave-vector surface: Peculiarities of reflection and possibilities of designing flat lenses. *Crystallography Reports*, MAIK NAUKA/INTERPERIODICA/SPRINGER, 233 SPRING ST, NEW YORK, NY 10013-1578 USA, v. 55, n. 6, p. 938–943, NOV 2010.
- [29] WANG, R.; SUN, J.; ZHOU, J. Indefinite permittivity in uniaxial single crystal at infrared frequency. *Appl. Phys. Lett.*, AIP, v. 97, n. 3, p. 031912, 2010.
- [30] SILVA, R. Rodrigues da et al. Using phonon resonances as a route to all-angle negative refraction in the far-infrared region: The case of crystal quartz. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 105, n. 16, p. 163903, Oct 2010.
- [31] YAO, J. et al. Imaging visible light using anisotropic metamaterial slab lens. *Opt. Express*, OSA, v. 17, n. 25, p. 22380–22385, Dec 2009. Disponível em: <<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-17-25-22380>>.

- [32] LIU, H.; SHIVANAND; WEBB, K. J. Subwavelength imaging opportunities with planar uniaxial anisotropic lenses. *Opt. Lett.*, OSA, v. 33, n. 21, p. 2568–2570, Nov 2008. Disponível em: <<http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-33-21-2568>>.
- [33] GERVAIS, F.; PIRIOU, B. Temperature-dependence of transverse and longitudinal optic modes in alpha-phases and beta-phases of quartz. *Phys. Rev. B*, AMERICAN PHYSICAL SOC, ONE PHYSICS ELLIPSE, COLLEGE PK, MD 20740-3844 USA, v. 11, n. 10, p. 3944–3950, 1975.
- [34] DUARTE, J. L.; SANJURJO, J. A.; KATIYAR, R. S. Off-normal infrared reflectivity in uniaxial crystals - alpha-lithio3 and alpha-quartz. *Phys. Rev. B*, AMERICAN PHYSICAL SOC, ONE PHYSICS ELLIPSE, COLLEGE PK, MD 20740-3844 USA, v. 36, n. 6, p. 3368–3372, AUG 15 1987.
- [35] DUMELOW, T. et al. Far-infrared spectroscopy of phonons and plasmons in semiconductor superlattices. *Surf. Sci. Rep.*, v. 17, n. 3, p. 151–212, mar 1993.
- [36] HOROWITZ, B. R.; TAMIR, T. Lateral displacement of a light beam at a dielectric interface. *Josa*, v. 61, n. 5, p. 586–594, may 1971.
- [37] CHEN, X.; LI, C.-F. Lateral shift of the transmitted light beam through a left-handed slab. *Phys. Rev. E*, v. 69, p. 066617, 2004.
- [38] SMITH, D. R.; KOLINKO, P.; SCHURIG, D. Negative refraction in indefinite media. *J. Opt. Soc. Am. B*, v. 21, n. 5, p. 1032–1043, maY 2004.
- [39] RAMAKRISHNA, S. A. et al. Imaging the near field. *J. Mod. Opt.*, v. 50, n. 9, p. 1419–1430, 2003. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/09500340308235215>>.
- [40] BELOV, P. A.; HAO, Y. Subwavelength imaging at optical frequencies using a transmission device formed by a periodic layered metal-dielectric structure operating in the canalization regime. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 73, p. 113110, Mar 2006. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.73.113110>>.
- [41] WEBB, K. J.; YANG, M. Subwavelength imaging with a multilayer silver film structure. *Opt. Lett.*, OSA, v. 31, n. 14, p. 2130–2132, Jul 2006. Disponível em: <<http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-31-14-2130>>.
- [42] LI, X.; HE, S.; JIN, Y. Subwavelength focusing with a multilayered fabry-perot structure at optical frequencies. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 75, p. 045103, Jan 2007. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.75.045103>>.
- [43] WANG, C. et al. Subwavelength imaging with anisotropic structure comprising alternately layered metal and dielectric films. *Opt. Express*, OSA, v. 16, n. 6, p. 4217–4227, Mar 2008. Disponível em: <<http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-16-6-4217>>.
- [44] COLOMBELLI, R. et al. Far-infrared surface-plasmon quantum-cascade lasers at 21.5  $\mu\text{m}$  and 24  $\mu\text{m}$  wavelengths. *Appl. Phys. Lett.*, AIP, v. 78, n. 18, p. 2620–2622, 2001. Disponível em: <<http://link.aip.org/link/?APL/78/2620/1>>.

- [45] CASTELLANO, F. et al. Loss mechanisms of quantum cascade lasers operating close to optical phonon frequencies. *J. Appl. Phys.*, AIP, v. 109, n. 10, p. 102407, 2011. Disponível em: <<http://link.aip.org/link/?JAP/109/102407/1>>.
- [46] LONG, L. et al. Optical properties of calcite and gypsum in crystalline and powdered form in the infrared and far-infrared. *Infrared Phys.*, v. 34, n. 2, p. 191 – 201, 1993. ISSN 0020-0891. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002008919390008U>>.
- [47] WILLIAMS, B. Terahertz quantum-cascade lasers. *Nature Photonics*, v. 1, n. 9, p. 517–525, 2007.
- [48] DOBROIU, A.; OTANI, C.; KAWASE, K. Terahertz-wave sources and imaging applications. *Measurement Science and Technology*, v. 17, n. 11, p. R161, 2006. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0957-0233/17/i=11/a=R01>>.