

Universidade do Estado do Rio Grande do Norte
Faculdade de Ciências Exatas e Naturais-FANAT
Departamento de Física
Programa de Pós-Graduação em Física

Rafael da Costa Nunes

Vínculos Observacionais sobre Modelos
Cosmológicos com Interação no Setor
Escuro

Mossoró

2014

Rafael da Costa Nunes

Vínculos Observacionais sobre Modelos
Cosmológicos com Interação no Setor Escuro

Dissertação apresentada ao programa
de Pós-graduação em Física como parte
dos requisitos para obtenção do título
de MESTRE EM FÍSICA

Orientador: Prof. Dr. Edésio Miguel Barboza Júnior

Mossoró

2014

Rafael da Costa Nunes

Vínculos Observacionais sobre Modelos
Cosmológicos com Interação no Setor Escuro

Dissertação apresentada ao programa
de Pós-graduação em Física como parte
dos requisitos para obtenção do título
de MESTRE EM FÍSICA

Banca Examinadora

Prof. Dr. Edésio Miguel Barboza Júnior

Orientador

UERN

Prof. Dr. Ronaldo Carlotto Batista

Examinador externo

UFRN

Prof. Dr. Fábio Cabral Carvalho

Examinador interno

UERN

A todos que contribuíram.....

Agradecimentos

- Às mulheres da minha vida: Maria Geralda, Maria Benigna, Natália Coelho e Amanda Coelho da Costa Nunes. A Elas dedico este trabalho.
 - A todos meus familiares.
 - Ao meu orientador e amigo Edésio Barboza, pelos ensinamentos e incentivo.
 - A todos os funcionarios e professores do programa de pós-graduação em Física da UERN, em especial a Tiago Martins, Maria Aldinez e Vamberto Dias.
 - A todos os professores que tive em minha vida que contribuíram de forma direta ou indireta para minha formação.
 - À cidade de Mossoró e às dezenas de amigos que esta cidade me deu, em especial Dayvid Miranda, Diego Rodrigues e Valber Gomes.
 - Ao meu amigo/irmão Lucas Machado pela amizade e companherismo ao longo dos últimos 15 anos.
 - Aos membros da banca que aceitaram o convite para participar dessa ocasião importante na minha formação profissional.
 - À CAPES pela bolsa de estudo.

Resumo

Observações astronômicas realizadas nos últimos 15 anos envolvendo supernovas do tipo Ia, radiação cósmica de fundo e estruturas em grandes escalas indicam que o Universo é descrito por um modelo cosmológico espacialmente plano e que se encontra num estágio de expansão acelerada. A causa da aceleração é desconhecida e constitui um dos maiores desafios para a cosmologia moderna. O modelo que melhor descreve os dados, Λ CDM, apresenta inconsistências teóricas e, devido a esses problemas, vem se propondo cenários alternativos ao modelo Λ CDM.

Nesta dissertação investigamos modelos de interação no setor escuro (matéria escura e energia escura) descrevendo a energia escura por um equação de estado dependente do tempo. Vínculos observacionais sobre os parâmetros de cada cenário proposto são obtidos a partir de uma análise estatística envolvendo quatro conjuntos de dados observacionais independentes. Nossos resultados são compatíveis com o modelo Λ CDM. Contudo, mostramos que, à luz dos dados atuais, modelos com interação no setor escuro, assim como modelos dinâmicos de energia escura, não podem ser descartados.

Abstract

In the last 15 years, astronomic observations coming from type Ia supernovae, cosmic microwave background and large scale structures has pointed that the universe is spatially flat and is expanding at an accelerated rate. The origins of this acceleration is unknown and is one of the main challenges to the modern cosmology. The model that presents a better accordance with the data, the Λ CDM model, has theoretical problems that remain unsolved, making arise a lot of alternative scenarios.

In this Master Thesis we study cosmological models with interaction in the dark sector describing the dark energy by a time dependent parameter of the equation of state. We constrained each proposed scenario with four independent sample of data. Our results are entirely compatible with the standard model. However, we show that models with interaction in the dark sector, as well models with a time dependent parameter EoS, can not be ruled out by the observations.

Sumário

Lista de Tabelas	i
Lista de Figuras	ii
1 Introdução	1
2 O Modelo Cosmológico Padrão	5
2.1 A Teoria da Relatividade Geral	5
2.2 Modelos de Friedmann-Robertson-Walker	7
2.3 Medidas de Distâncias Cosmológicas	9
2.3.1 Desvio Cosmológico para o vermelho (<i>Redshift</i>)	9
2.3.2 Distância Própria	9
2.3.3 Distância Luminosidade	10
2.3.4 Distância Diâmetro Angular	12
2.3.5 Magnitude e Módulo de Distância	13
2.4 Pilares Observacionais do Modelo Padrão	14
2.4.1 O Universo em Expansão	14
2.4.2 Nucleossíntese Primordial	14
2.4.3 A Radiação Cós mica de Fundo	17
3 Evidências Observacionais da Expansão Acelerada e os Modelos de	

Energia Escura	23
3.1 Supernovas Ia	23
3.2 Λ CDM	24
3.3 Campos Escalares	27
3.4 Gás de Chaplyging	30
3.5 $\omega(z)$ CDM	31
4 Interação no Setor Escuro	34
4.1 $\Lambda(t)$ CDM	34
4.2 Interação entre Matéria Escura e Energia Escura	36
4.3 Interação entre Fluidos Escuros	37
4.4 Aspectos Termodinâmicos	40
4.4.1 Vácuo decaindo em matéria escura fria	41
4.4.2 Partículas de Massa Variável	41
4.4.3 Aspectos Termodinâmicos do Acoplamento entre Matéria e Energia Escuras	42
5 Interação entre matéria escura e energia escura para uma EoS dependente do tempo	45
5.1 Lei de decaimento de Wang-Meng	45
5.1.1 Caso $\omega = \text{constante}$	46
5.1.2 Caso $\omega = \omega(z)$	46
5.1.3 Vínculos Observacionais	47
5.2 Descrição de Campo Escalar	50
6 Quintessência Acoplada com uma EoS Generalizada	58
6.1 O Cenário de Interação	58
6.2 Parâmetro de Equação de Estado Constante	60

6.3	Parâmetro de Equação de Estado Generalizado	62
7	Conclusão e Perspectivas	66
A	Análise Estatística e Testes Cosmológicos	68
A.1	SNIa	69
A.2	RCF	70
A.3	Oscilações acústicas bariônicas (OAB)	71
A.4	Parâmetro de Hubble	72
	Bibliografia	73

Lista de Tabelas

5.1	Comparação entre os resultados obtidos para a parametrização de Barboza-Alcaniz utilizando os dados de SNs Ia, BAO, CMB e $H(z)$ disponíveis à época.	49
6.1	Valores dos parâmetros ω_0 , ω_1 e $\Omega_{m,0}$ que melhor ajustam os dados de SNs Ia, BAO, CMB e $H(z)$ fixando β em alguns valores no intervalo $-1,5 \leq \beta \leq 1,5$ e ξ em 1, 2 e 3. Os erros nessas estimativas são dados em 2σ	64
A.1	$\Delta\chi^2$ com função de nível de confiança e do número de parâmetros livres.	69

Lista de Figuras

2.1	Fração da massa dos núcleos em função do tempo durante a época da nucleossíntese. Figura retirada de [10].	16
2.2	Espectro angular de potência da radiação cósmica de fundo fornecido pelo Planck. A linha sólida corresponde ao modelo Λ CDM. Figura retirada do site da ESA (European Space Agency).	19
3.1	Diagrama de Hubble para 42 supernovas em altos <i>redshift</i> do <i>Supernova Cosmology Project</i> e 18 em baixo <i>redshift</i> do grupo de pesquisa de Calán/ Tololo. Figura retirada de http://supernova.lbl.gov/	24
3.2	Dados de SNIa, oscilações acústicas bariônicas e da radiação cósmica de fundo no plano $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ com 68.3 %, 95.4 % e 99.7 % de confiança estatística. Figura retirada de http://supernova.lbl.gov/	25
4.1	Vínculos observacionais sobre o modelo de Wang-Meng em 68,3% e 95,4% de confiança para SNe Ia + BAO + CMB + $H(z)$	36
5.1	As regiões representam $\Delta\chi^2=2.30$ (1σ) e $\Delta\chi^2=6.17$ (2σ) no plano $\Gamma - \omega_0$. Detalhes sobre a metodologia estatística consultar o apêndice A .	48
5.2	As regiões representam $\Delta\chi^2=2.30$ (1σ) e $\Delta\chi^2=6.17$ (2σ) no plano $\omega_1 - \omega_0$.	49

5.3	Na coluna da esquerda temos as regiões de confiança em 1σ e 2σ para o regime desacoplado. Na coluna da direita são mostrados os vínculos para o regime de acoplamento fraco.	51
5.4	Na coluna da esquerda temos os vínculos em 1σ e 2σ para o regime de acoplamento forte. Na coluna da direita são mostrados os vínculos para o regime de acoplamento fraco com $\Gamma = -0,01$	52
5.5	Reconstrução do potencial e descrição de campo escalar para o regime desacoplado ($\Gamma = 0$). A coluna da esquerda representa um campo de quintessência enquanto a coluna da direita um campo fantasma.	54
5.6	Reconstrução do potencial e descrição de campo escalar para o regime de acoplamento fraco ($\Gamma = 0.01$). A coluna da esquerda representa um campo de quintessência enquanto a coluna da direita um campo fantasma.	55
5.7	Reconstrução do potencial e descrição de campo escalar para o regime de acoplamento forte ($\Gamma = 0.1$). A coluna da esquerda representa um campo de quintessência enquanto a coluna da direita um campo fantasma.	56
5.8	Reconstrução do potencial e descrição de campo escalar para o regime de acoplamento fraco ($\Gamma = -0.01$). A coluna da esquerda representa um campo de quintessência enquanto a coluna da direita um campo fantasma.	57
6.1	As regiões representam $\Delta\chi^2 = 2.30$ (1σ) e $\Delta\chi^2 = 6.17$ (2σ) no plano ξ - ω_x	60
6.2	Evolução do parâmetro de desaceleração em função do <i>redshift</i> para $\omega_x = -1$ (esquerda), $\omega_x = -0,8$ (centro) e $\omega_x = -1,2$ (direita) para $\xi = 1, 2 e 3$	61

6.3	Regiões de confiança em 1 e 2 sigmas no espaço paramétrico $\omega_0 - \omega_1$ para $\xi = 3$ (esquerda), $\xi = 2$ (centro) e $\xi = 1$ (direita). Os valores de β variam de $-1,5$ a $1,5$ e correspondem às linhas horizontais do gráfico com incremento de $0,5$ de baixo para cima. Notamos que para valores de $\xi \neq 3$ modelos com $\omega_1 = 0$ ($\omega_0 = cte.$) não são descartados pelos dados se $\beta > -1$, ou seja, para qualquer acoplamento do tipo <i>scaling</i> ($\xi \neq 3$) modelos de energia escura com EoS dinâmica são favorecidos pelas observações.	65
-----	---	----

Capítulo 1

Introdução

A Cosmologia é a área da ciência que estuda o Universo como um todo, sua origem, dinâmica e constituição, visando descrever do ponto de vista teórico e observacional a evolução do cosmos.

A cosmologia moderna surgiu com o advento da Teoria da Relatividade Geral (TRG) desenvolvida inicialmente por Albert Einstein. Einstein foi o primeiro a propor, no ano de 1917, um modelo de Universo no trabalho *Considerações Cosmológicas sobre a Teoria da Relatividade Geral* [1]. Neste trabalho Einstein propõe um modelo cosmológico estático introduzindo um termo nas suas equações de campo que desempenha o papel de uma força anti-gravitacional cuja função é impedir que o universo colapse sob ação de sua própria gravidade. Esse termo ficou conhecido como constante cosmológica.

Ainda em 1917, de Sitter obtém uma solução das equações de campo da TRG para um modelo contendo apenas um termo cosmológico. Ao contrário do modelo do Einstein, o universo de de Sitter expandia. Em 1924 Alexander Friedmann combina o modelo de Einstein (composto por matéria) com o modelo expansionista de de Sitter. Anos depois, em 1929, Edwin Hubble publica dados astrofísicos [2] que mostram que nebulosas (hoje sabemos que essas nebulosas são galáxias) estavam se afastando de nós com velocidades proporcionais à distância. Mostrando assim, que o universo

estava de fato em expansão. Essa descoberta levou Einstein a abandonar seu modelo estático e, junto com ele, o termo cosmológico.

Em 1948, o físico russo George Gamow mostrou que um universo em expansão poderia explicar as elevadas abundâncias dos elementos químicos hidrogênio e hélio. Gamow previu também, baseado em modelos expansionistas, a existência de uma radiação isotrópica e homogênea e de espectro bem definido, a radiação cósmica de fundo (RCF) que teria se originado no universo primordial.

Essa relíquia de radiação foi observada pela primeira vez, por Arno Penzias e Robert Wilson em 1965. Essa descoberta rendeu a Penzias e Wilson o prêmio Nobel de 1978. Desde então, a RCF vem sendo pesquisada por diversas missões observacionais, dentre as quais podemos destacar o *Cosmic Background Explorer* (COBE) e o *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (WMAP) ambos operados pela NASA (*National Aeronautics and Space Administration*), e, atualmente, a sonda Planck operada pela Agência Espacial Europeia (ESA). A RCF é, ao lado do afastamento das galáxias e, da abundância de elementos leves (nucleossíntese primordial), uma das principais evidências observacionais do modelo do *Big Bang*, segundo a qual o universo era extremamente quente e denso no passado.

Modelos cosmológicos são sustentados por observações, recentemente dados provenientes de supernovas do tipo Ia e medidas da anisotropia da RCF indicam que o universo é espacialmente plano e se encontra num estágio de expansão acelerada. Embora a aceleração cósmica esteja bem estabelecida, sua causa ainda é desconhecida constituindo um dos maiores desafios da cosmologia moderna.

Supondo que a teoria da relatividade geral permaneça válida, o regime acelerado pode ser obtido adicionando uma forma exótica de energia com pressão negativa, denominada de energia escura, ao conteúdo energético do universo. A representação teórica mais simples para energia escura é uma constante cosmológica, a qual está associada a energia de vácuo quântico, cuja equação de estado é dada por, $p = -\rho$.

Com as atuais observações astrofísicas, podemos inferir que o balanço energético do universo se encontra da seguinte forma: 68% de energia escura, 32% de matéria (escura e bariônica) [3].

O modelo contendo uma constante cosmológica e matéria escura fria (modelo Λ CDM) é o que melhor descreve os dados observacionais atuais. Contudo, o modelo Λ CDM apresenta inconsistências teóricas ligadas a densidade de energia de vácuo, uma vez que as estimativas teóricas e observacionais diferem de 50 a 120 ordens de grandeza [4, 5, 6]. Tal problema é conhecido como o problema da constante cosmológica e tem inspirado os físicos a propor mecanismos e candidatos alternativos à constante cosmológica.

Esta dissertação encontra-se organizada da seguinte forma : No Capítulo 2, discutimos brevemente a teoria da relatividade geral, os modelos cosmológicos, os testes cosmológicos que permitem estimar os valores de parâmetros cosmológicos e dos fundamentos observacionais do modelo do *big bang*. No Capítulo 3, apresentamos as evidências da expansão acelerada, o atual modelo padrão da cosmologia, modelos com campos escalares, o cenário de gás de Chaplygin e modelos com parâmetros de equação de estado dependente do tempo. No Capítulo 4, fazemos uma revisão dos modelos cosmológicos com interação no setor escuro, incluindo uma análise observacional atualizada do modelo de Wang-Meng de decaimento de vácuo. No Capítulo 5, deduzimos uma equação geral que descreve a evolução da densidade de energia escura para o cenário cosmológico de interação no setor escuro dado pela lei de decaimento de Wang-Meng. Investigamos as soluções e seus aspectos observacionais para modelos como $\omega = const.$, e um modelo com dependência temporal na equação de estado, o modelo de Barboza-Alcaniz. No Capítulo 6, investigamos o cenário *scaling cosmology* na presença de uma parametrização generalizada para alguns modelos de energia escura, dentre eles três parametrizações de uso frequente pelos cosmólogos quando querem investigar desvios de modelo Λ CDM. Nossas conclusões e perspectivas

são apresentadas no capítulo 7. Um apêndice destinado a análise estatística e aos testes cosmológicos é apresentado no final da dissertação.

Capítulo 2

O Modelo Cosmológico Padrão

2.1 A Teoria da Relatividade Geral

Em 1905, para conciliar as leis da mecânica com a teoria do eletromagnetismo de Maxwell, Albert Einstein (1879-1955) propôs a teoria da relatividade especial. Essa teoria postula que a velocidade da luz no vácuo é constante (princípio da constância da velocidade da luz), e que as leis da física são as mesmas em todas as referências inerciais (princípio da relatividade).

A teoria é dita especial ou restrita, por se aplicar apenas a referências inerciais e a campos gravitacionais desprezíveis. A generalização dessa teoria para referências não-inerciais e, conseqüentemente, campos gravitacionais, levou 10 anos, sendo concluída por Einstein em 1915.

A Teoria da Relatividade Geral (TRG) descreve a ação dos campos de matéria sobre o espaço-tempo que, por sua vez, afeta o movimento da matéria. Na TRG o espaço-tempo é descrito pela geometria pseudo-riemanniana de forma que o intervalo entre dois eventos é dado por

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (2.1)$$

onde $g_{\mu\nu}$ é o tensor métrico. No espaço-tempo a trajetória de uma partícula sob a

ação da gravidade pode ser obtida pelo princípio da mínima ação,

$$\delta \int ds = 0. \quad (2.2)$$

No espaço-tempo curvo, essas trajetórias não são retas, são geodésicas descritas pela equação [7, 8, 9]:

$$\frac{d^2 x^\lambda}{ds^2} + \Gamma^\lambda_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0, \quad (2.3)$$

onde

$$\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\sigma\lambda} \left(\frac{\partial g_{\nu\sigma}}{\partial x^\mu} + \frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial g_{\nu\mu}}{\partial x^\sigma} \right) \quad (2.4)$$

são os símbolos de Christoffel de segunda espécie [7, 8, 9].

A curvatura do espaço-tempo é caracterizada pelo chamado tensor de Riemann-Christoffel, definido como [7, 8, 9]:

$$R^\lambda_{\mu\nu\kappa} = \frac{\partial \Gamma^\lambda_{\mu\nu}}{\partial x^\kappa} - \frac{\partial \Gamma^\lambda_{\mu\kappa}}{\partial x^\nu} + \Gamma^\eta_{\mu\nu} \Gamma^\lambda_{\kappa\eta} - \Gamma^\eta_{\mu\kappa} \Gamma^\lambda_{\nu\eta}. \quad (2.5)$$

Na TRG temos que os efeitos gravitacionais são descritos pela curvatura do espaço-tempo, onde o conteúdo material presente é quem determina a forma do espaço-tempo, isso pode ser expresso matematicamente pelas equações de campo de Einstein [7, 8, 9]:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}, \quad (2.6)$$

onde $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R$ é o tensor de Einstein, que fornece as propriedades geométricas do espaço-tempo, $R_{\mu\nu} = R^\lambda_{\mu\lambda\nu}$ e $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$ são o tensor de Ricci e o escalar de Ricci, $T_{\mu\nu}$ é o tensor momento-energia e representa o conteúdo material do universo. Para um fluido perfeito,

$$T_{\mu\nu} = (p + \rho)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}, \quad (2.7)$$

onde p , ρ e u_μ são, respectivamente, pressão, densidade do fluido e a quadrivelocidade das partículas do fluido.

2.2 Modelos de Friedmann-Robertson-Walker

Além da TRG, outro pilar da cosmologia moderna é o chamado princípio cosmológico, que estabelece que:

Em escalas suficientemente grandes o universo é homogêneo e isotrópico.

Observações astronômicas, indicam que o princípio cosmológico aplica-se apenas para escalas maiores que 100 Mpc.

A métrica mais geral que descreve um universo homogêneo e isotrópico é a métrica de Robertson-Walker [9, 10, 11], dada por:

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right], \quad (2.8)$$

onde a função $a(t)$ é o fator de escala é a constante K e a curvatura da seção espacial, a qual pode ser negativa, nula ou positiva dependendo, respectivamente, se o universo é aberto, plano ou fechado.

Assim, para um universo homogêneo e isotrópico preenchido por um fluido perfeito, as equações de campo da TRG tornam-se:

$$H^2(t) = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2} \quad (2.9)$$

e

$$8\pi Gp = -2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}}{a} - \frac{K}{a^2}. \quad (2.10)$$

Eliminado K nestas equações obtemos a equação da aceleração

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p). \quad (2.11)$$

As equações acima descrevem um universo em expansão. Soluções desse tipo foram encontradas pela primeira vez em 1917 por de Sitter para um universo vazio contendo uma constante cosmológica e posteriormente no início dos anos 1920 por Alexander Friedmann.

A ideia de um universo em expansão ganhou força em 1929 quando Edwin Hubble publicou dados astrofísicos que indicavam que o universo estava em expansão. Hubble mediu a velocidade de afastamento das galáxias e inferiu a relação conhecida como lei de Hubble

$$v = H_0 d, \quad (2.12)$$

onde v é a velocidade, d é a distância da fonte e H_0 é a constante Hubble. Dados mais recentes [3], mostram que $H_0 = 67.3 \pm 1.2 \text{ Kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

Além das equações (2.9) e (2.10), a conservação do tensor de energia-momento, $T^{\mu\nu}_{;\mu} = 0$, para um fluido perfeito, fornece:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0. \quad (2.13)$$

Para determinar a dinâmica do universo é preciso ainda especificar a equação de estado do fluido, $p = p(\rho)$. Para uma equação de estado na forma $p = \omega\rho$ com $\omega = \text{constante}$, e para o caso particular de uma geometria plana ($K=0$), a equação diferencial que descreve a evolução do fator de escala cósmico será dada por

$$a\ddot{a} + \left(\frac{1+3\omega}{2}\right)\dot{a}^2 \quad (2.14)$$

a solução geral para $\omega = \text{cte}$ é

$$a(t) = a_0 \left[\frac{3}{2}(1 + \omega)H_0 t \right]^{\frac{2}{3(1+\omega)}}. \quad (2.15)$$

Para matéria, $\omega = 0$, $a(t) \propto t^{2/3}$ e para radiação, $\omega = 1/3$, $a(t) \propto t^{1/2}$.

2.3 Medidas de Distâncias Cosmológicas

2.3.1 Desvio Cosmológico para o vermelho (*Redshift*)

O *redshift*, z , de uma fonte luminosa é definido como:

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e}, \quad (2.16)$$

onde λ_0 é o comprimento de onda observado, ou seja, medido localmente; λ_e é o comprimento de onda emitido pela fonte.

Quanto maior for a distância de uma fonte, maior será o tempo que sua radiação leva para chegar ao observador e maior será a expansão espacial. Percebemos, assim, que há uma relação entre tempo, fator de escala e *redshift*, ou seja, maiores *redshifts* correspondem a radiações emitidas em tempos mais remotos quando o fator de escala era menor. Quantitativamente esta relação é expressa por $1+z = a(t_0)/a(t)$, onde o subíndice 0 indica a presente época.

2.3.2 Distância Própria

A distância própria $d_p(t)$ entre dois pontos $(r = 0, \theta, \phi)$ e (r, θ, ϕ) é igual ao comprimento da geodésica espacial entre eles quando o fator de escala $a(t)$ é mantido fixo num dado t . Visto que as coordenadas (θ, ϕ) são mantidas fixas, a métrica (2.8) torna-se

$$ds = a(t)dr \quad (2.17)$$

de forma que

$$d_p(t) = a(t) \int_0^r dr = a(t)r. \quad (2.18)$$

2.3.3 Distância Luminosidade

Quando a luz é emitida de uma fonte isotrópica em um meio homogêneo ela se propaga esfericamente em todas as direções. Por exemplo, num universo euclidiano, um detector situado a uma distância d da fonte medirá um fluxo

$$f = \frac{L}{4\pi d^2}, \quad (2.19)$$

onde L é a luminosidade (potência irradiada pela fonte). Como podemos medir o fluxo bolométrico, i.e., fluxo completo integrado sobre todos os comprimentos de onda da luz, caso haja uma classe de objetos astronômicos cuja luminosidade seja conhecida, torna-se útil definir uma função chamada distância luminosidade,

$$d_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi f}}. \quad (2.20)$$

Se uma fonte emite fótons num instante t_e , no momento da observação t_o , eles estarão espalhados em uma superfície cuja área no espaço euclidiano é

$$A = 4\pi d^2. \quad (2.21)$$

A generalização para um universo de FRW é facilmente obtida fazendo $d = S_k(r)$ de forma que

$$A = 4\pi S_k(r)^2, \quad (2.22)$$

onde

$$S_k(r) = \begin{cases} R_0 \sin(r/R_0), & \text{para } k = +1 \\ r, & \text{para } k = 0 \\ R_0 \sinh(r/R_0) & \text{para } k = -1. \end{cases}$$

Aqui

$$r = \int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{a} = \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \quad (2.23)$$

é a distância radial co-móvel e $R_0 = 1/H_0 \sqrt{|\Omega_K|}$.

Quando um fóton é emitido sua energia é $E_e = \frac{hc}{\lambda_e}$. Mas devido ao *redshift*, em t_o temos:

$$\lambda_o = \frac{a_o}{a} \lambda_e = (1+z)\lambda_e, \quad (2.24)$$

Assim a energia observada será,

$$E_o = \frac{E_e}{1+z} \quad (2.25)$$

Dessa forma, o fluxo observado será:

$$f = \frac{E_o/\delta t_o}{4\pi S_k(r)^2} = \frac{\frac{E/(1+z)}{\delta t_e(1+z)}}{4\pi S_k(r)^2} = \frac{L}{4\pi S_k(r)^2(1+z)^2}. \quad (2.26)$$

Comparando a expressão acima com (2.19), temos que a distância luminosidade será dada por:

$$d_L = S_k(r)(1+z). \quad (2.27)$$

Para baixos *redshifts* temos [10],

$$d_L \approx \frac{c}{H_0} z \left(1 + \frac{1-q_0}{2} z\right) \quad (2.28)$$

onde q_0 é o parâmetro de desaceleração medido no presente tempo.

A grandeza definida nesta seção é útil quando temos um objeto astrofísico que possui uma luminosidade conhecida independente da região do universo onde ocorra.

2.3.4 Distância Diâmetro Angular

A distância diâmetro angular é definida como

$$d_A = \frac{l}{\delta\theta}, \quad (2.29)$$

onde l é o comprimento próprio do objeto, medido perpendicularmente a linha de visada, e $\delta\theta$ o ângulo subtendido por esse comprimento.

Visto que o Universo está em expansão, a distância diâmetro angular não será igual à distância própria. Num universo descrito pela métrica (2.8), as coordenadas co-móveis das duas extremidades do objeto são (r, θ_1, ϕ) e (r, θ_2, ϕ) de forma que a distância entre as duas extremidades do objeto é dada por:

$$l = ds = a(t)S_k(r)\delta\theta. \quad (2.30)$$

Assim, temos que

$$d_A = \frac{l}{\delta\theta} = a(t)S_k(r) = \frac{S_k(r)}{1+z}. \quad (2.31)$$

Comparando as Eqs. (2.27) e (2.31) podemos notar que a distância diâmetro angular e a distância luminosidade estão relacionadas por

$$d_A = \frac{d_L}{(1+z)^2}. \quad (2.32)$$

Para baixos *redshifts* temos que [10]

$$d_A \approx \frac{z}{H_0} \left(1 - \frac{3+q_0z}{2}\right). \quad (2.33)$$

2.3.5 Magnitude e Módulo de Distância

O brilho aparente de um objeto astrofísico, uma estrela por exemplo, é o fluxo medido na Terra e, normalmente, expresso em termos da magnitude aparente m , definida como

$$m = -2,5 \log F + C, \quad (2.34)$$

onde C é uma constante que define o ponto zero da escala de magnitudes (convencionalmente utiliza-se a magnitude aparente da estrela Vega como $m = 0$). A magnitude bolométrica, i. e., a magnitude integrada sobre todos os comprimentos de onda, é definida por

$$M = -2,5 \log \left(\frac{f}{f_x} \right), \quad (2.35)$$

onde $f_x = 2.5310^{-8} \text{ W m}^{-2}$ é um fluxo de referência.

A magnitude bolométrica absoluta é definida como a magnitude aparente que a fonte deveria ter se estivesse a uma distância de 10 pc. Para uma fonte de luz com luminosidade L a magnitude absoluta é dada por

$$M = -2,5 \log \left(\frac{L}{L_x} \right), \quad (2.36)$$

onde $L_x = 78,7L_{\odot}$ é a luminosidade de uma fonte cujo fluxo é $f_x = 2.5310^{-8} \text{ W m}^{-2}$ quando visto a uma distância de 10 pc.

Tomando a diferença entre (2.35) e (2.36) e usando (2.20) obtemos o módulo de distância definido como,

$$\mu \equiv m - M = 5 \log \left(\frac{d_L}{10 \text{ pc}} \right). \quad (2.37)$$

Como as distâncias envolvidas nas análises cosmológicas tipicamente são da ordem de Mpc, uma forma mais útil para a equação acima é

$$\mu = 5 \log\left(\frac{d_L}{1Mpc}\right) + 25. \quad (2.38)$$

2.4 Pilares Observacionais do Modelo Padrão

Discutiremos brevemente nessa seção os três principais pilares observacionais do modelo cosmológico padrão: a expansão cósmica, radiação cósmica de fundo (RCF) e a nucleossíntese primordial.

2.4.1 O Universo em Expansão

Conforme discutido na Seção 1.2 deste Capítulo, o primeiro pilar do modelo cosmológico padrão é a medida de afastamento das galáxias primeiramente observado por Edwin Hubble em 1929 que comprovou a expansão do universo. Hubble determinou as distâncias de algumas galáxias usando a já conhecida relação entre período e luminosidade de variáveis cefeidas. Constatou-se que essas galáxias estavam muito distantes e que, quanto maior a distância maior era a velocidade.

A lei de Hubble (2.12) se aplica somente a galáxias distantes, pois galáxias próximas possuem movimentos peculiares (que não se devem à expansão) resultantes de interação gravitacional com outras galáxias e aglomerados de galáxias. Em galáxias distantes, o erro gerado por não considerar o movimento peculiar é muito pequeno. A descoberta da expansão do universo constitui uma das grandes descobertas científicas dos século XX.

2.4.2 Nucleossíntese Primordial

A medida que o universo se expande ele se esfria, a energia média dos fótons cai de 10^{28} eV na era de Planck para algo em torno de 10^{-4} eV nos dias atuais. Assim, a expansão do universo abrange um intervalo de 31 ordens de magnitude na escala de energia.

Processos de ionização e de recombinação ocorrem numa escala de 10 eV (energia típica de ionização) e processos de fusão e fissão nuclear estão numa escala de aproximadamente 8 MeV (energia típica de ligação nuclear). Com isso, acredita-se que elétrons e prótons devem se juntar para formar hidrogênio neutro quando a energia torna-se menor do que a energia de ionização do átomo de hidrogênio (13,6 eV), de modo que prótons e nêutrons devem se fundir para formar deutério quando a energia torna-se menor do que a energia de ligação do deutério (2,22 MeV). Então a época da recombinação deve ter sido precedida por uma época de fusão nuclear conhecida na literatura como nucleossíntese primordial.

A nucleossíntese primordial começa quando prótons e nêutrons fundem-se para formar deutério e então núcleos mais pesados começam a se formar por atos sucessivos de fusão nuclear.

Dado que a energia de ligação do deutério é maior que a energia de ionização do hidrogênio por um fator de 10^5 , estima-se que a síntese de deutério ocorra a uma temperatura de 10^5 vezes maior do que a temperatura da recombinação. A recombinação ocorre a uma temperatura de aproximadamente 3740 K. Assim, a síntese do deutério deve ocorrer a uma temperatura da ordem de 10^9 K o que corresponde a um tempo de $t_{nuc} = 300s$. Durante esse tempo também houve a formação de outros elementos leves como ^3He , ^4He e ^7Li .

Toda a nucleossíntese primordial ocorre quando o universo tem apenas alguns minutos de idade. A formação dos elementos mais pesados ocorrem durante a nucleossíntese estelar.

A fração de hélio no universo primordial (isto é, a fração antes de nucleossíntese estelar começar) é geralmente expressa como um número adimensional

$$Y \equiv \frac{\rho(^4\text{He})}{\rho_b}. \quad (2.39)$$

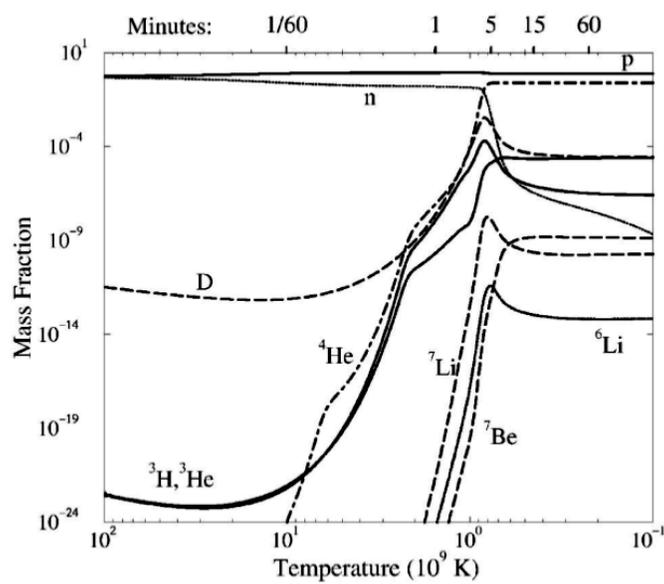


Figura 2.1: Fração da massa dos núcleos em função do tempo durante a época da nucleossíntese. Figura retirada de [10].

Estima-se que $Y = 0.24$, ou seja, o hélio representa 24% da matéria bariônica enquanto a abundância relativa do hidrogênio é aproximadamente 75%. As abundâncias relativas dos outros elementos são praticamente desprezíveis.

A observação destas abundâncias de hidrogênio e hélio nas nebulosas e galáxias estão de acordo com a previsão teórica, e constitui uma importante prova ao modelo do big bang. Dados [3] indicam $\Omega_b = 0.04$.

2.4.3 A Radiação Cósmica de Fundo

Em seus instantes iniciais o universo era extremamente quente e denso, sendo dominado pela radiação. Este campo de radiação, em equilíbrio térmico com a matéria bariônica apresenta um espectro de corpo negro.

A medida que foi se expandindo o universo foi se esfriando, a radiação que antes estava fortemente acoplada com a matéria bariônica deixa de ser dominante desacoplando-se do conteúdo material e o universo passa a ser transparente à radiação. Esta radiação cósmica de fundo (RCF) foi prevista teoricamente por George Gamow, Ralph Alpher e Robert Herman e detectada por Arno Penzias e Robert Wilson 1965. A RCF constitui um dos maiores triunfos da cosmologia e uma das maiores evidências observacionais da teoria do big bang. O valor atual da temperatura da RCF é [12]:

$$T_0 = 2,7525 \pm 0.001K. \quad (2.40)$$

O espectro da RCF foi medido com uma boa precisão pelo *Cosmic Background Satellite Explorer* (COBE), lançado em 1989. Um dos resultados mais importantes que veio da análise dos dados COBE é que em qualquer posição angular, (θ, ϕ) , do céu o espectro da RCF apresenta flutuações da ordem de $\Delta T/T_0 \approx 10^{-4}$.

A densidade de energia dos fótons na faixa de frequência entre f e $f + df$ é dada pela distribuição de Planck

$$\rho(f)df = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3 df}{\exp(hf/kT) - 1}. \quad (2.41)$$

Integrando (2.41) em todas as frequências obtemos,

$$\rho_\gamma = \alpha T^4, \quad (2.42)$$

onde

$$\alpha = \frac{\pi^2}{15} \frac{k^4}{\hbar^3 c^3} = 7,56 \times 10^{-16} Jm^{-3} K^{-4}. \quad (2.43)$$

Assim, temos que, atualmente, a densidade de energia da radiação é $\rho_\gamma = 4.17 \times 10^{-14} Jm^{-3}$. Para um universo de FRW a lei de evolução de densidade de radiação é $\rho_\gamma = \rho_{\gamma,0} a^{-4}$ e por (2.42) temos que

$$T = \frac{T_0}{a}, \quad (2.44)$$

onde $T_0 = (\rho_{\gamma,0}/\alpha)^{1/4}$.

A anisotropia na temperatura da RCF é definida em cada ponto da esfera celeste como

$$\Delta T(\theta, \phi) = \frac{T(\theta, \phi) - T_0}{T_0}, \quad (2.45)$$

onde

$$T_0 = \frac{1}{4\pi} \int T(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = 2.725K \quad (2.46)$$

é a média sobre todas as direções.

Como as flutuações estão definidas na esfera celeste é útil explorar a simetria do problema e expandir as anisotropias em termos dos harmônicos esféricos,

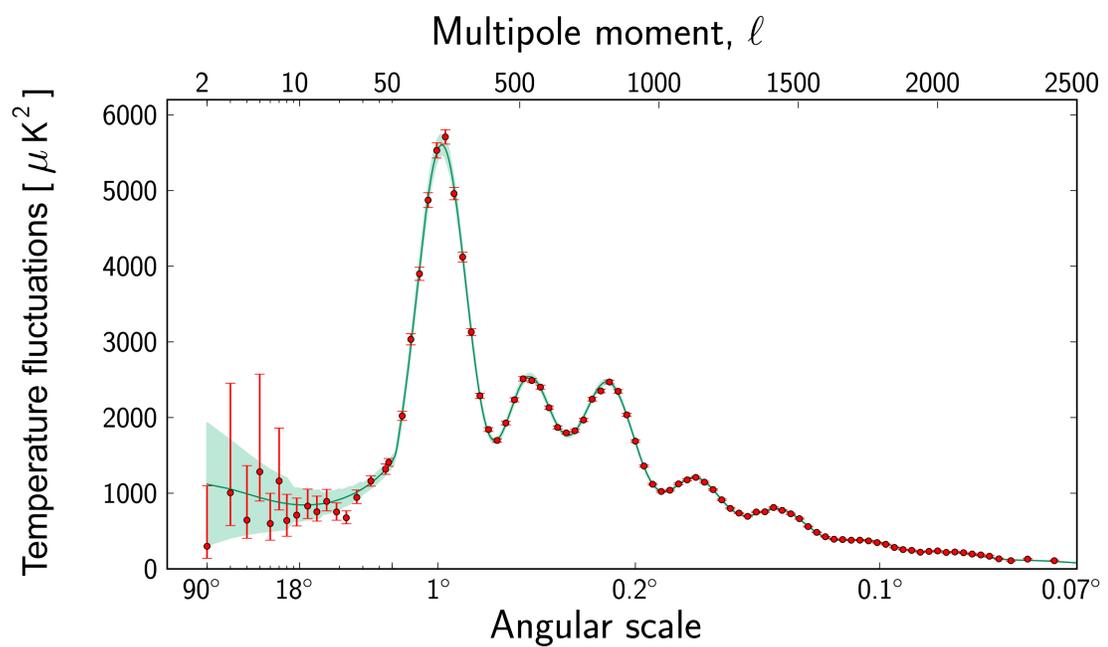


Figura 2.2: Espectro angular de potência da radiação cósmica de fundo fornecido pelo Planck. A linha sólida corresponde ao modelo Λ CDM. Figura retirada do site da ESA (European Space Agency).

$$\Delta T(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (2.47)$$

onde os coeficientes são dado por:

$$a_{lm} = \int d\Omega Y_{lm}^*(\theta, \phi) \Delta T(\theta, \phi). \quad (2.48)$$

Para estudar as flutuações precisamos definir a função de correlação de dois pontos

$$C(\gamma) = \langle \Delta T(\theta_1, \phi_1) \Delta T(\theta_2, \phi_2) \rangle \quad (2.49)$$

onde γ é a separação angular entre dois pontos na esfera celeste.

O espectro associado a função correlação é chamado de espectro angular de potência, para determiná-lo devemos expandir a função correlação em termos dos polinômios de Legendre

$$C(\gamma) = \sum_{l=0}^{\infty} B_l P_l(\cos\gamma) \quad (2.50)$$

e, temos que, pelo teorema da adição dos harmônicos esféricos [13],

$$C(\gamma) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l B_l \frac{4\pi}{2l+1} Y_{lm}(\theta_1, \phi_1) Y_{lm}^*(\theta_2, \phi_2). \quad (2.51)$$

Para que B_l forneça um coeficiente normalizado para a expansão é necessário que o espectro angular de potência, C_l , seja dado por:

$$C_l = B_l \frac{4\pi}{2l+1}, \quad (2.52)$$

ou seja,

$$C(\gamma) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} C_l P_l(\cos\gamma). \quad (2.53)$$

C_l é uma medida das flutuações de temperatura em escalas angulares $\theta \sim 180^\circ/l$.

Outro observável importante da RCF é o chamado *shift-parameter*, R , definido em termos da razão entre as posições do primeiro pico no espectro de temperatura da RCF do modelo que se quer analisar l_1 e um modelo de referência l'_1 ,

$$R \equiv 2 \frac{l_1^{TT}}{l'_1{}^{TT}} \approx H_0 \sqrt{\Omega_m} \int_0^{z_r} \frac{dz}{H(z)}, \quad (2.54)$$

onde $z_r \approx 1100$ é o *redshift* da recombinação.

Para um modelo arbitrário,

$$l_1^{TT} = \pi \frac{D_A(z_r)}{r_s(z_r)}, \quad (2.55)$$

onde

$$r_s(z_r) = a_r \int_0^{a_r} \frac{c_s(a) da}{a^2 H(a)}, \quad (2.56)$$

é a distância do horizonte sonoro na última superfície de espalhamento. Na equação acima c_s é a velocidade do som no fluido fóton-báron. A distância diâmetro angular é dada por

$$D_A(z_r) = \frac{c}{1+z_r} \int_0^{z_r} \frac{dz}{H(z)}. \quad (2.57)$$

Adotando como modelo de referência um modelo que apenas matéria escura fria, ou seja, $\Omega'_m = 1$, temos

$$r'_s(z_r) \approx \frac{c_s}{H_0} a_r^{3/2}, \quad (2.58)$$

e

$$D'_A \approx \frac{2c}{H_0} a_r. \quad (2.59)$$

Por outro lado, para um modelo arbitrário,

$$r_s(z_r) \approx \frac{c_s}{H_0 \sqrt{\Omega_m}} a_r^{3/2}. \quad (2.60)$$

Usando a definição (2.54) e (2.57), (2.58),(2.59), (2.60) obtemos o parâmetro R .

Dados da RCF fornecem um valor de $R = 1.725 \pm 0.018$ [12]. O parâmetro R é muito importante na determinação de parâmetros cosmológicos por dois motivos: 1) o erro relativo em R é muito pequeno; 2) a integral sobre $H(z)$ vai até $z=1100$.

Capítulo 3

Evidências Observacionais da Expansão Acelerada e os Modelos de Energia Escura

3.1 Supernovas Ia

As supernovas do tipo Ia (SNIa) estão associadas com a queima explosiva do carbono que ocorre em sistemas binários, quando uma estrela anã branca recebe massa de sua companheira e atinge a massa de Chandrasekhar ($\sim 1.4M_{\odot}$). Sua curva de luz é tão similar de supernova para supernova, que as SNs Ia são utilizadas como indicadores de distâncias, objetos assim são chamados de vela padrão.

Em 1998, dois grupos de pesquisa independentes, *Supernova Cosmology Project* [14] e *High-Z Supernova Search Team* [15] obtiveram, a partir de observações de SNs Ia no intervalo de *redshifts* $0.16 < z < 0.62$, estimativas do valor do parâmetro de Hubble e o parâmetro de desaceleração revelando assim que o universo encontra-se atualmente num estágio de expansão acelerada (i.e., $q_0 < 0$). Esta descoberta rendeu a Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt e Adam G. Riess o prêmio Nobel de física em 2011.

A interação gravitacional entre as componentes materiais conhecidas até então (matéria ordinária e radiação) não é capaz de explicar esta aceleração, de forma que,

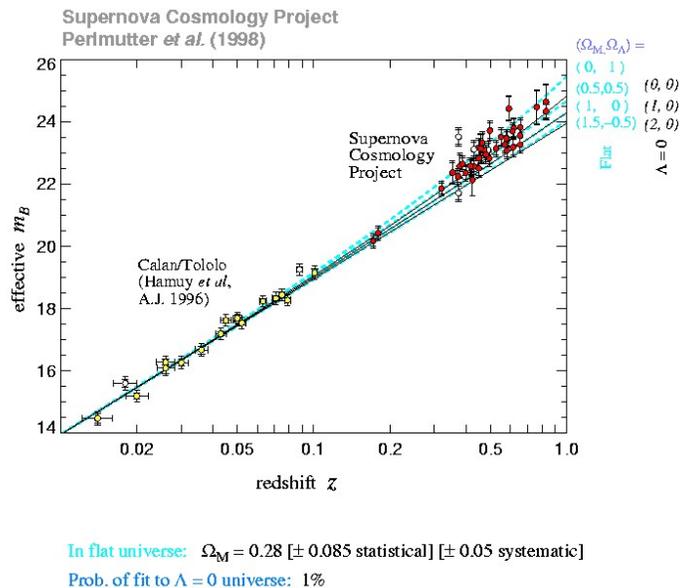


Figura 3.1: Diagrama de Hubble para 42 supernovas em altos *redshift* do *Supernova Cosmology Project* e 18 em baixo *redshift* do grupo de pesquisa de Calán/ Tololo. Figura retirada de <http://supernova.lbl.gov/>.

supondo que a TRG permanece válida, a maneira mais simples de resolver esse problema é adicionar uma componente extra de energia com pressão negativa, denominada de energia escura, às equações de campo da TRG.

3.2 Λ CDM

A explicação teórica mais simples para a atual fase de expansão acelerada do universo é uma constante cosmológica positiva que pode ser associada à densidade de energia do vácuo [4, 5, 6]. Esse modelo é chamado de Λ CDM ou modelo de concordância cósmica.

A equação de Friedmann e a equação de aceleração para um universo plano com uma constante cosmológica são, respectivamente,

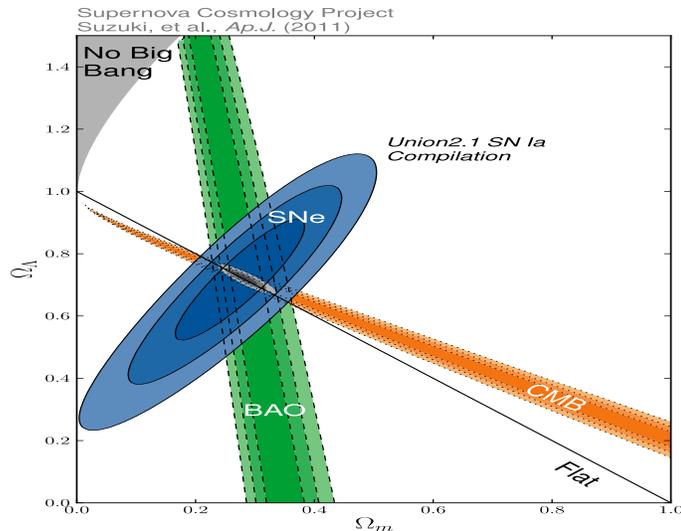


Figura 3.2: Dados de SNIa, oscilações acústicas bariônicas e da radiação cósmica de fundo no plano $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ com 68.3 %, 95.4 % e 99.7 % de confiança estatística. Figura retirada de <http://supernova.lbl.gov/>.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} \quad (3.1)$$

e

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}. \quad (3.2)$$

A constante cosmológica tem dimensão de comprimento⁻² e atua nas equações de movimento como um fluido perfeito cuja equação de estado é

$$p_v = -\rho_v. \quad (3.3)$$

Do ponto de vista da física de partículas elementares a constante cosmológica é interpretada como a densidade de energia associada ao vácuo quântico (soma das energias de ponto zero de todos os campos com massa m). A teoria quântica de

campos estabelece que todo campo quântico pode ser tratado como um conjunto infinito de osciladores independentes com frequência $\omega(k)$, onde k é o número de onda. Assim, a densidade de energia do vácuo pode ser expressa na forma [16]:

$$\rho_v = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty k^2 \sqrt{k^2 + m^2} dk. \quad (3.4)$$

A integral acima diverge quarticamente, $\rho_v \propto k^4$. Visto que uma teoria quântica de campos é válida apenas até alguma escala de corte k_{max} , temos

$$\rho_v \approx \frac{k_{max}^4}{16\pi^2}. \quad (3.5)$$

A Tabela 2.1 mostra a escala de corte para a energia de vácuo para a cromodinâmica quântica, a teoria eletrofraca, a teoria de grande unificação e, para caso extremo onde acredita-se ser o limite clássico da TRG, a escala de Planck.

Escala de Energia	ρ_v (GeV^4)	ρ_v (erg/cm^3)
Cromodinâmica	0.3	10^{36}
Eletrofraca	10^2	10^{47}
Grande Unificação	10^{16}	10^{102}
Planck	10^{18}	10^{110}

Tabela 2.1: Informações sobre as escalas de energia da cromodinâmica quântica, teoria eletrofraca, teoria da grande unificação e escala de Planck.

As observações cosmológicas indicam que,

$$\rho_v \leq (10^{-12} GeV)^4 \sim 2 \times 10^{-10} erg/cm^3. \quad (3.6)$$

Como podemos ver as estimativas teóricas e a observacional diferem por pelo menos 46 ordens de magnitudes em escalas de energia. Esta discrepância para a densidade de energia do vácuo constitui o chamado problema da constante cosmológica.

Este problema tem motivado os físicos a propor candidatos alternativos à energia escura, que se ajustam aos dados observacionais e amenizam o problema da constante cosmológica.

3.3 Campos Escalares

Inspirados em cenários inflacionários surge a ideia de tentar explicar que a atual fase de expansão acelerada do universo tem sua origem num campo escalar ϕ [16, 17, 18, 19, 20, 21] minimamente acoplado com a matéria cuja dinâmica é basicamente determinada pelo potencial $V(\phi)$. O termo quinte-essência é normalmente utilizado para designar esses tipos de modelos de energia escura.

Podemos descrever a dinâmica do campo escalar através da ação

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} L(\phi, \partial_\mu \phi), \quad (3.7)$$

onde g é o determinante métrico e L a lagrangiana do campo escalar ϕ . Um campo escalar canônico é dado pela lagrangiana,

$$L = g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi). \quad (3.8)$$

Variando-se a ação (3.7) em relação ao tensor métrico obtemos o tensor de energia-momento,

$$T_{\mu\nu} = \frac{\delta L}{\delta g^{\mu\nu}} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \left(\frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi \right) - V(\phi). \quad (3.9)$$

Inhomogeneidades no campo, como as da matéria, são relevantes apenas no estudo de formação de estruturas e não influenciam na evolução da densidade de

energia escura. Assim, para um campo escalar homogêneo espacialmente, temos:

$$T_0^0 = \rho_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) \quad (3.10)$$

e

$$T_i^i = \frac{1}{3}p_\phi\delta_i^i = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi). \quad (3.11)$$

Portanto, a equação de estado associada ao campo escalar é dada por:

$$\omega_\phi = \frac{\dot{\phi}^2/2 - V(\phi)}{\dot{\phi}^2/2 + V(\phi)}. \quad (3.12)$$

Observa-se que um regime acelerado é obtido se o campo escalar evolui lentamente, ou seja, $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ de forma que $\rho_\phi \approx V(\phi)$ domina o conteúdo energético.

Substituindo (3.10) e (3.11) em (2.13) obtemos a equação de movimento do campo escalar (equação de Klein-Gordon)

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{dV}{d\phi} = 0. \quad (3.13)$$

No mínimo do potencial, ou suficientemente próximo dele, temos $\dot{\phi} \approx 0$ e $\omega_\phi = -1$. Assim, o campo tem comportamento semelhante ao de uma constante cosmológica. Em analogia a um sistema de partículas sujeitas a um potencial $V(\phi)$, tal processo é chamado rolagem de campo. O termo $3H\dot{\phi}$ age como um termo de fricção que dificulta a rolagem do campo pois age no sentido contrário ao de $\dot{\phi}$.

Num universo plano composto por matéria, radiação e um campo de quintessência a equação de Friedmann é dada por:

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_{m,0}a^{-3} + \rho_{r,0}a^{-4} + \rho_\phi). \quad (3.14)$$

Além de campos escalares canônicos, campos escalares com termo cinético negativo, denominados campos fantasmas, vêm sendo largamente estudados na literatura

[16, 17, 22, 23, 24]. Para estes modelos o parâmetro de equação de estado assume valores $\omega \leq -1$.

Outro campo de interesse cosmológico é o campo taquiônico [21, 25] descrito pela lagrangiana

$$L_t = -V(\phi)\sqrt{1 - g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi}. \quad (3.15)$$

Substituindo a lagrangiana (3.15) na ação (3.7) e variando em relação a métrica obtemos,

$$T_{\mu\nu} = \frac{\delta L_t}{\delta g^{\mu\nu}} = \frac{V(\phi)\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi}{\sqrt{1 - g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\phi\partial_\beta\phi}} + V(\phi)g_{\mu\nu}\sqrt{1 - g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\phi\partial_\beta\phi}. \quad (3.16)$$

A densidade de energia e a pressão associadas ao campo taquiônico são

$$T_0^0 = \rho_\phi = \frac{V(\phi)}{\sqrt{1 - \dot{\phi}^2}} \quad (3.17)$$

e

$$T_i^i = \frac{1}{3}p_\phi\delta_i^i = -V(\phi)\sqrt{1 - \dot{\phi}^2} \quad (3.18)$$

de forma que a equação de estado é dada por,

$$\omega_\phi = \dot{\phi}^2 - 1. \quad (3.19)$$

Além dos campos citados outros campos não convencionais também são usados para modelar energia escura como, por exemplo, campos de k-essência e campos dilatônicos [16, 17, 26].

3.4 Gás de Chaplyging

O modelo de gás de Chaplyging, inicialmente proposto por Kamenshichik e colaboradores [27], é definido pela equação de estado barotrópica:

$$p_{ch} = -\frac{A}{\rho^\alpha}, \quad (3.20)$$

onde A é uma constante positiva e α um parâmetro adimensional com $\alpha \in [0,1]$. Quando $\alpha=0$ obtemos o modelo Λ CDM e quando $\alpha=1$ obtemos a forma original do gás de Chaplyging, cuja densidade de energia é dada por,

$$\rho = \sqrt{A + \frac{B}{a^6}}, \quad (3.21)$$

onde B é uma constante de integração. Quando $a^6 \ll B$ a densidade corresponde a um universo dominado por matéria ($\rho \propto a^{-3}$) e quando $a^6 \gg B$,

$$\rho \sim \sqrt{A}, p \sim -\sqrt{A}, \quad (3.22)$$

que corresponde a um universo dominado por uma constante cosmológica. Este é um cenário alternativo onde há uma descrição unificada entre matéria e energia escura. Modelos cosmológicos desta classe são usualmente chamados de quartessência.

Substituindo (3.20) na equação de conservação (2.13) obtemos

$$\rho_C = \rho_{C,0} [A_s + (1 - A_s) a^{3(1+\alpha)}]^{-\frac{1}{1+\alpha}}, \quad (3.23)$$

onde A_s está relacionado com o parâmetro A através da velocidade adiabática do som

$$v_s^2 = \frac{dp}{d\rho} = \frac{\alpha A}{\rho^{1+\alpha}} = \alpha A_s. \quad (3.24)$$

Temos também o chamado gás de Chaplyging modificado [28] cuja a equação de estado é dada por

$$p = \gamma\rho - \frac{A}{\rho^\alpha}, \quad (3.25)$$

onde γ , $A > 0$ e $\alpha \in [0,1]$.

Modelos cosmológicos com gás de Chaplyging podem também ser descritos por campos escalares homogêneos $\phi(t)$ descritos por um potencial $V(\phi)$ [27].

3.5 $\omega(z)$ CDM

Uma outra alternativa á constante cosmológica é considerar que a energia escura tem uma natureza dinâmica e assim parametrizar sua equação de estado diretamente como função do tempo. Em princípio não há regras para definir parametrizações de ω . Muitas parametrizações foram propostas desde a descoberta da expansão acelerada, assim comentaremos apenas aquelas mais utilizadas na literatura.

Uma das formas mais utilizadas é considerar $\omega(z)$ como uma série de potências,

$$\omega(z) = \sum \omega_n [x(z)]^n, \quad (3.26)$$

onde ω_n 's são constantes a serem determinadas pelas observações e $x(z)$ é um função do *redshift*, normalmente escolhida de forma que $x(0)=0$ e $x'(0) = 1$. Observamos que a partir dos valores dos ω_n 's, podemos ter uma equação de estado constante ($\omega_0 \neq 0, \omega_n = 0, n \geq 1$), quintessência ($-1 \leq \omega(z) \leq 1$) e campos fantasmas ($\omega(z) \leq -1$).

É comum parar a série acima no primeiro termo visto que tal aproximação contém o número de parâmetros necessários para investigar uma possível dependência temporal da energia escura. Há outros bons motivos para se truncar a série no termo de primeira ordem. Uma vez que os dados observacionais disponíveis são compatíveis com uma constante cosmológica, não devemos esperar desvios significativos de uma equação de estado constante. Além disso os dados disponíveis atualmente não são

numerosos nem precisos o suficiente para impor vínculos significativos a modelos de energia escura que envolvam mais de dois parâmetros.

Em primeira ordem, uma boa aproximação da equação de estado para baixos *redshifts* é:

$$\omega(z) = \omega_0 + \omega_1 z. \quad (3.27)$$

Neste caso, a densidade de energia é dada por

$$\rho_x = \rho_{x,0}(1+z)^{3(1+\omega_0-\omega_1)} e^{3\omega_1 z}. \quad (3.28)$$

No entanto, a parametrização (3.27) diverge para altos valores de z . Para amenizar os problemas apresentados pela parametrização linear, Chevalier e Polarski [29] e, posteriormente, Linder [30] propuseram a equação de estado

$$\omega(z) = \omega_0 + \omega_1 \frac{z}{1+z} \quad (3.29)$$

a qual é bem comportada para altos *redshifts* e se reduz a (3.27) para baixos valores de z . Substituindo (3.29) em (2.13) encontramos,

$$\rho_x = \rho_{x,0}(1+z)^{3(1+\omega_0+\omega_1)} \exp\left(-3\omega_1 \frac{z}{1+z}\right). \quad (3.30)$$

Outro modelo dinâmico para a energia escura é a parametrização logarítmica [31]

$$\omega(z) = \omega_0 - \omega_1 \ln(1+z), \quad (3.31)$$

cuja densidade de energia escura evolui como

$$\rho_x = \rho_{x,0}(1+z)^{3(1+\omega_0-0.5\omega_1 \ln(1+z))}. \quad (3.32)$$

Esta parametrização recupera a parametrização (3.27) para $z \ll 1$ e se ajusta a uma grande variedade de campos escalares para $z \leq 4$.

Em [32] é proposta uma nova parametrização para a energia escura, a qual é caracterizada por uma constante adimensional β . Esta nova equação de estado tem como casos particulares as parametrizações (3.27), (3.29) e (3.31) nos limites em que $\beta \rightarrow (-1, 0, +1)$, respectivamente, admitindo um número maior de cenários para β diferente destes valores. Esta equação de estado, é dada por

$$\omega(a) = \omega_0 - \omega_1 \frac{a^\beta - 1}{\beta} = \omega_0 - \omega_1 \frac{(1+z)^{-\beta} - 1}{\beta} \quad (3.33)$$

de forma que

$$\rho_x = \rho_{x,0} a^{-3(1+\omega_0+\omega_1/\beta)} \exp\left(\frac{3\omega_1}{\beta} \left(\frac{a^{-\beta} - 1}{\beta}\right)\right). \quad (3.34)$$

É fácil verificar que (3.33) é consistente com os casos particulares mencionados. Para mais detalhes da equação de estado generalizada e seus aspectos observacionais consultar [32, 33]. Uma outra parametrização fisicamente bem motivada proposta por Barboza e Alcaniz em [34, 35] é

$$\omega(z) = \omega_0 + \omega_1 \frac{z(1+z)}{1+z^2}, \quad (3.35)$$

cuja densidade de energia evolui segundo a lei

$$\rho_x = \rho_{x,0} (1+z)^{3(1+\omega_0)} (1+z^2)^{3\omega_1/2}. \quad (3.36)$$

Os aspectos teóricos e observacionais desta parametrização serão estudados com mais detalhes no Capítulo 5.

Capítulo 4

Interação no Setor Escuro

No Capítulo 3 mencionamos algumas das principais classes de modelos de energia escura, consideramos que a energia escura está desacoplada da radiação, matéria bariônica e matéria escura. Apesar de grandes esforços da comunidade científica nos últimos anos, a natureza desta componente ainda permanece desconhecida e, portanto, a investigação de um possível acoplamento no setor escuro pode ser levado em consideração.

4.1 $\Lambda(t)$ CDM

Devido à enorme discrepância entre teoria e observação para o valor da constante cosmológica e de não haver na literatura nenhuma solução plausível para este problema, autores vem propondo formas fenomenológicas de acoplamento no setor escuro no intuito de, pelo menos, amenizar esse problema. A hipótese mais simples para explicar por que o valor da constante cosmológica é tão pequeno atualmente é que a densidade de energia do vácuo é variável no tempo. Como o universo é bastante velho, o termo cosmológico teve, assim, tempo suficiente para decair e chegar a um valor tão pequeno hoje.

Um termo cosmológico variável é possível apenas se há troca de energia entre o vácuo e matéria e/ou radiação. É importante notar que o decaimento do vácuo está

condicionado a existência prévia de algum outro fluido.

Se o vácuo e a matéria escura fria não se conservam separadamente, a equação de conservação torna-se:

$$\dot{\rho}_{dm} + 3\frac{\dot{a}}{a}\rho_{dm} = -\dot{\rho}_{\Lambda}. \quad (4.1)$$

Note que a equação acima implica numa troca de energia entre o vácuo e matéria escura, resultando na criação de matéria escura ou em variações na massa das partículas de matéria escura [36].

Assim, para um universo plano contendo apenas matéria (escura mais bariônica) e um termo cosmológico, a equação de Friedmann é dada por:

$$H(t)^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}[\rho_m + \rho_{\Lambda}(t)]. \quad (4.2)$$

Uma ideia proposta em [37] é que se a matéria escura não se conserva separadamente, haverá um desvio na sua lei de evolução padrão. Seguindo esta linha de raciocínio, foi proposta em [37] a seguinte lei evolução para matéria escura

$$\rho_{dm} = \rho_{dm,0}a^{-3+\epsilon}, \quad (4.3)$$

onde o parâmetro ϵ quantifica o desvio da lei de evolução padrão. Este cenário é conhecido como modelo de Wang-Meng.

Inserindo (4.3) em (4.1) e resolvendo-a para ρ_{Λ} obtemos

$$\rho_{\Lambda} = \rho_{\Lambda,0} - \frac{\epsilon\rho_{m,0}}{\epsilon-3}a^{-3+\epsilon} + \frac{\epsilon\rho_{m,0}}{\epsilon-3}. \quad (4.4)$$

Substituindo (4.3) e (4.4) em (4.2), considerando a contribuição dos bárions, obtemos,

$$\frac{H^2(a)}{H_0^2} = \Omega_{b,0}a^{-3} + \Omega_{m,0}a^{-3+\epsilon} + \Omega_{\Lambda,0} - \frac{\epsilon\Omega_{m,0}}{\epsilon-3}a^{-3+\epsilon} + \frac{\epsilon\Omega_{m,0}}{\epsilon-3}. \quad (4.5)$$

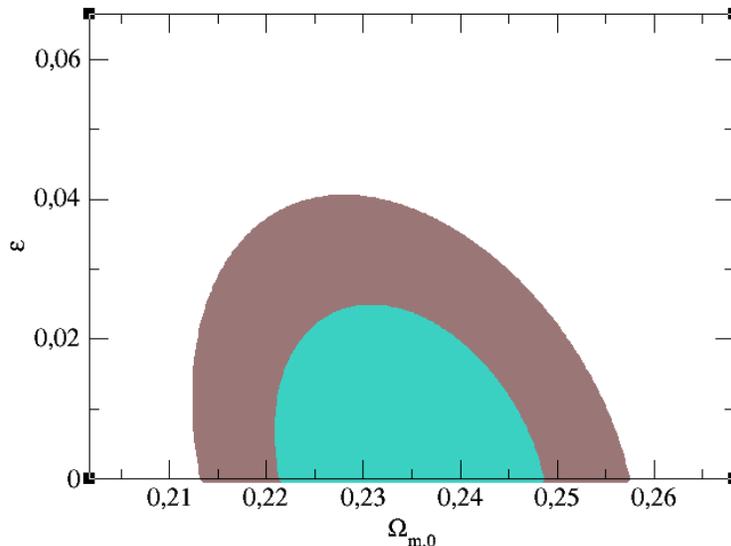


Figura 4.1: Vínculos observacionais sobre o modelo de Wang-Meng em 68, 3% e 95, 4% de confiança para SNe Ia + BAO + CMB + $H(z)$.

Uma análise estatística utilizando dados de SNe Ia [38], BAO [39], CMB [12] e $H(z)$ [40] (para detalhes sobre os testes cosmológicos utilizados consultar o Apêndice A) fornece os valores $\epsilon = 0_{-0,0090}^{+0,0092}$ e $\Omega_{m,0} = 0.235_{-0,0163}^{+0,0163}$ em 1σ com $\chi_{min}^2 = 584.323$. As regiões de confiança em 1σ e 2σ são mostradas na Figura 4.1. O modelo descrito por (4.5) foi estudado e testado observacionalmente primeiramente em [41] contudo os autores não levaram em consideração o último termo direito da equação (4.4).

4.2 Interação entre Matéria Escura e Energia Escura

Modelos de interação entre matéria escura e energia escura surgem em princípio na tentativa de solucionar o problema da coincidência cósmica [42, 43] que consiste em saber porque as densidades das componentes escuras da são da mesma ordem de

grandeza atualmente, ou seja, $\rho_m/\rho_x \approx \mathcal{O}(1)$. Um cenário cosmológico onde as componentes escuras evoluem de forma acoplada pode, em princípio, explicar essa coincidência. Essas classes de modelos são investigadas em dois diferentes contextos:

- A energia escura é representada por um fluido exótico com pressão negativa, com um equação de estado do tipo $p_x = \omega\rho_x$, com $\omega < -1/3$.
- A energia escura tem sua natureza num campo escalar (campos escalares acoplados).

Em ambos os cenários, o acoplamento pode ocasionar uma mudança no número de partículas (criação de partículas) ou uma mudança na massa das partículas, onde a massa de cada uma das partículas é uma função do tempo [36].

4.3 Interação entre Fluidos Escuros

Em geral podemos considerar que o Universo é preenchido por quatro componentes: um fluido de matéria bariônica (b), fluido de radiação (γ), fluido de matéria escura (m) e um fluido de energia escura (x) com todos os componentes interagindo gravitacionalmente e apenas as componentes escuras interagindo entre si via uma troca de energia quantificada por um termo de interação. Assim, as equações de Einstein podem ser escritas como

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G(T_{\mu\nu}^b + T_{\mu\nu}^\gamma + T_{\mu\nu}^m + T_{\mu\nu}^x), \quad (4.6)$$

onde o lado direito das equações de campo é a soma dos tensores de energia-momento da matéria bariônica, radiação, matéria escura e energia escura, respectivamente.

Visto que as componentes escura interagem entre si, a conservação do tensor energia-momento fornece:

$$\nabla^\nu T_{\mu\nu}^b = 0 \quad (4.7)$$

$$\nabla^\nu T_{\mu\nu}^\gamma = 0 \quad (4.8)$$

$$\nabla^\nu T_{\mu\nu}^m = F_\mu \quad (4.9)$$

$$\nabla^\nu T_{\mu\nu}^x = -F_\mu, \quad (4.10)$$

onde F_μ é o quadrivetor de interação entre as componentes escuras, cuja forma é desconhecida uma vez que não há uma teoria fundamental capaz de prever sua estrutura. As equações acima assumem a forma

$$\dot{\rho}_b + 3H\rho_b = 0 \quad (4.11)$$

$$\dot{\rho}_r + 4H\rho_r = 0 \quad (4.12)$$

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = Q \quad (4.13)$$

$$\dot{\rho}_x + 3H(1 + \omega)\rho_x = -Q \quad (4.14)$$

onde Q representa o termo de acoplamento entre matéria e energia escura.

Neste contexto, a evolução das componentes escuras pode ser encontrada resolvendo (4.13) e (4.14). Isso pode ser feito supondo uma forma específica para Q (veja [44] para uma revisão completa de algumas propostas de acoplamento) ou uma relação entre as densidades de energia das componentes escuras (denominadas de *scaling cosmology* [43, 45, 46]).

Visto que campos escalares são frequentemente utilizados para descrever a energia escura, acoplamentos entre campos escalares e matéria escura são também considerados na literatura. Um campo escalar é descrito pela densidade lagrangiana

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right]. \quad (4.15)$$

O tensor de energia-momento para o campo escalar é

$$T_{\mu\nu}^{(\phi)} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta g^{\mu\nu}} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \left[\frac{1}{2} \partial_\alpha \phi \partial^\alpha \phi - V(\phi) \right]. \quad (4.16)$$

Para a métrica de Robertson-Walker e campos homogêneos, $\phi(t, \vec{x}) = \phi(t)$ o tensor de energia-momento do campo escalar pode ser associado com um fluido perfeito com densidade e pressão dadas, respectivamente por,

$$\rho_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (4.17)$$

e

$$p_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (4.18)$$

Se o campo escalar está acoplado a matéria escura, a dinâmica do campo escalar é determinada por:

$$\dot{\phi} [\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi)] = -Q, \quad (4.19)$$

onde $Q = \dot{\rho}_m + 3H\rho_m$ é o termo de acoplamento entre o campo e a matéria escura.

Em princípio, toda a dinâmica do universo na presença de uma interação entre o campo escalar e matéria escura fria pode ser obtida resolvendo a equação anterior juntamente com a equação de Friedmann, bastando para tanto conhecer a forma do potencial e do termo de acoplamento Q .

4.4 Aspectos Termodinâmicos

Nesta seção investigaremos algumas características termodinâmicas de modelos cosmológicos com interação no setor escuro. Primeiramente serão discutidos os aspectos termodinâmicos do decaimento do vácuo e posteriormente as características de um acoplamento entre matéria e energia escuras [47, 41, 48, 49].

O comportamento termodinâmico de um cenário onde ocorre um decaimento de vácuo é de certa forma simplificado se admitimos um potencial químico nulo para o vácuo. Neste caso, a descrição termodinâmica requer apenas o conhecimento do fluxo de partículas

$$N^\alpha = nu^\alpha \tag{4.20}$$

e do fluxo de entropia

$$S^\alpha = n\sigma u^\alpha, \tag{4.21}$$

onde $n = N/a^3$ e σ são, respectivamente, a densidade e a entropia específica por partícula. A densidade de matéria escura pode ser escrita na forma $\rho = nm$, sendo m a massa de cada partícula de matéria escura. Com base nisso pode haver duas possibilidades para o processo de decaimento do vácuo.

4.4.1 Vácuo decaindo em matéria escura fria

Na equação que descreve a densidade de partículas haverá um termo de fonte, enquanto que a massa de cada partícula de matéria escura permanecerá constante, ou seja,

$$\dot{n} + 3\frac{\dot{a}}{a}n = \psi = n\Gamma, \quad (4.22)$$

onde ψ é a fonte de partículas. Visto que $\rho = nm$, para o modelo de Wang-Meng ($\rho = \rho_0 a^{-3+\epsilon}$) temos que $n = n_0 a^{-3+\epsilon}$ de forma que

$$\frac{\psi}{n} = \Gamma = \epsilon \frac{\dot{a}}{a}, \quad (4.23)$$

onde Γ é a taxa de criação de partículas de matéria escura.

Processos de criação de matéria com geração de entropia são irreversíveis. Considerando um decaimento adiabático [47], onde a entropia específica por partícula permanece constante ($\dot{\sigma} = 0$) temos

$$\frac{\dot{S}}{S} = \frac{\dot{N}}{N} = \Gamma. \quad (4.24)$$

Combinando o resultado acima com (4.23) encontramos

$$N(t) = N_0 a^\epsilon. \quad (4.25)$$

A segunda lei da termodinâmica requer $\dot{S} \geq 0$ de forma que $\epsilon > 0$.

4.4.2 Partículas de Massa Variável

A segunda possibilidade é que a massa de cada partícula de matéria escura fria varia com o tempo, enquanto o número total de partículas, $N = na^3$, permanece constante. Neste caso, não há criação de partículas, de forma que a densidade satisfaz a equação

$$\dot{n} + 3\frac{\dot{a}}{a}n = 0, \quad (4.26)$$

cujã soluçãõ é

$$n = n_0 a^{-3}. \quad (4.27)$$

Visto que $\rho = nm$, e utilizando as equações (4.27) e (4.3), obtemos

$$m(t) = m_0 a^\epsilon, \quad (4.28)$$

onde m_0 é massa das partículas de matéria escura fria na presente época. Note que nessa abordagem o processo de decaimento do vácuo implica num aumento na massa das partículas, estes cenários são conhecidos com VAMP (Variable Mass Particles) [36].

4.4.3 Aspectos Termodinâmicos do Acoplamento entre Matéria e Energia Escuras

Energia e matéria escuras estão acopladas de acordo com (4.13) e (4.14). Para $Q > 0$ a energia escura decai em matéria escura e para $Q < 0$ é a matéria escura que decai em energia escura. Analisando a produção total de entropia [48]

$$S_{;a}^a = -\left(\frac{\mu_m}{T_m}n_m\Gamma_m + \frac{\mu_x}{T_x}n_x\Gamma_x\right) + \left(\frac{1}{T_m} - \frac{1}{T_x}\right)Q, \quad (4.29)$$

onde μ, n, T e Γ são, respectivamente, o potencial químico, densidade numérica de partículas, temperatura e taxa de variação no número de partículas, os índices m e x são usados para representar matéria e energia escuras.

Considerando ω constante durante a evolução cósmica, a evolução da temperatura para cada componente é [23, 49]

$$T_m \propto a^{-2}; T_x \propto a^{-3\omega}. \quad (4.30)$$

Assim, espera-se que a temperatura da energia escura seja maior que a temperatura da matéria escura para $a > 1$. Se considerarmos que os potenciais químicos das componentes escuras sejam nulos ($\mu_m = \mu_x = 0$), vemos que a positividade da entropia implica diretamente que $Q > 0$.

Pereira e Jesus [48] analisaram a situação considerando potenciais químicos não nulos para os fluidos de matéria e energia escuras. Para esse caso, a condição de positividade da entropia nos leva a

$$Q \geq \left(\frac{\mu_m}{T_m} n_m \Gamma_m + \frac{\mu_x}{T_x} n_x \Gamma_x \right) \frac{1}{(1/T_m - 1/T_x)} \quad (4.31)$$

Observe que o valor de Q , depende dos sinais do potencial químico. Se uma das componentes possui potencial químico negativo enquanto a outra possui potencial químico nulo, podemos ter valores negativos para Q . Um potencial químico negativo é necessário para tornar a energia escura fantasma uma possibilidade real do ponto de vista termodinâmico [23].

Com base nessa discussão, uma condição mais geral para valores negativos de Q , de acordo com (4.29) é

$$\frac{\mu_x}{T_x} n_x \Gamma_x < -\frac{\mu_m}{T_m} n_m \Gamma_m. \quad (4.32)$$

Por exemplo, tomando $\mu_m = 0$ e $\mu_x = -\alpha T_x$, onde α é uma constante positiva e aplicando em (4.29), encontramos $Q \geq -\alpha n_x \Gamma_x T_m$, de forma que o decaimento de matéria escura em energia escura é uma possibilidade termodinamicamente consistente. Observe que, se a energia escura está sendo criada, a quantidade $n_x \Gamma_x > 0$ e o termo de acoplamento depende diretamente da temperatura da matéria escura, a

qual deve ter um valor muito pequeno atualmente.

O processo de decaimento pode ser analisado a partir do princípio de Le Châtelier-Braun que diz que quando um sistema termodinâmico é perturbado a partir do seu estado de equilíbrio, ele reage de tal forma a restaurar o estado de equilíbrio. Pavon e Wang [49] investigam as consequências deste princípio para o caso da energia escura decaindo em partículas de matéria escura ($Q > 0$), ambas com potencial químico nulo. Neste caso, a resposta do sistema à perda do equilíbrio é uma transferência contínua de energia da energia escura para a matéria escura. Isso acontece porque se $Q > 0$, T_x cresce mais lentamente durante a evolução do universo do que na ausência de interação e conseqüentemente T_m também decrescerá mais lentamente, com isso a diferença de temperatura entre os fluidos diminuirá até o equilíbrio térmico ser restaurado. Uma observação importante é que o equilíbrio termodinâmico nunca é alcançado porque a expansão do universo atua como um agente externo na direção oposta do equilíbrio térmico.

Analisemos agora, á luz do princípio de Le Châtelier-Braun, situações onde os potenciais químicos não são nulos. Considere, o caso em que $\mu_x < 0$ é $\mu_m = 0$. Nesta situação, o potencial químico da energia escura age como um “atrator” para as partículas de matéria escura, representando um fluxo de matéria escura para a energia escura ($Q < 0$) sem violar o princípio de Le Châtelier-Braun. Já para o caso $\mu_x = 0$ e $\mu_m > 0$, o potencial químico da matéria escura age de forma “repelente” para as partículas de matéria escura, favorecendo o decaimento no sentido da energia escura, e novamente $Q < 0$. Portanto, é o potencial químico quem fornece o sentido em que o decaimento deve ocorrer.

Capítulo 5

Interação entre matéria escura e energia escura para uma EoS dependente do tempo

Neste Capítulo vamos investigar soluções cosmológicas para cenários onde matéria escura e energia escura evoluem de forma acoplada considerando um modelo de energia escura cujo parâmetro da equação de estado apresenta uma dependência temporal. Restringimos os parâmetros livres de cada cenário com os dados mais recentes de supernovas do tipo Ia, oscilações acústicas bariônicas, radiação cósmica de fundo e estimativas do parâmetro de Hubble.

5.1 Lei de decaimento de Wang-Meng

A densidade de energia das componentes escuras estão acopladas de acordo com as equações (4.13) e (4.14). Então, considerando a lei de decaimento $Q = \Gamma H \rho_m$, temos que

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = \Gamma H \rho_m \quad (5.1)$$

e

$$\dot{\rho}_x + 3H\rho_x(1 + \omega) = -\Gamma H \rho_m. \quad (5.2)$$

Resolvendo (5.1) encontramos

$$\rho_m = \rho_{m,0} a^{-3+\Gamma} \quad (5.3)$$

que é a lei de Wang-Meng para matéria escura. Inserindo (5.3) em (5.2) e resolvendo a equação resultante, obtemos:

$$\rho_x = a^{-3} \exp \left[-3 \int_1^a \frac{\omega(x)}{x} dx \right] \left(\rho_{x,0} - \Gamma \rho_{m,0} \int_1^a dy y^{\Gamma-1} \exp \left[3 \int_1^y \frac{\omega(x)}{x} dx \right] \right). \quad (5.4)$$

5.1.1 Caso $\omega = \text{constante}$

Para $\omega = \text{constante}$, obtemos

$$\rho_x = a^{-3(1+\omega)} \left[\rho_{x,0} - \Gamma \rho_{m,0} \left(\frac{a^{3\omega+\Gamma}}{3\omega+\Gamma} - \frac{1}{3\omega+\Gamma} \right) \right] \quad (5.5)$$

Assim, de posse das soluções (5.3) e (5.5) e considerando a contribuição da radiação e dos bárions, que se conservam separadamente, obtemos, para um universo espacialmente plano,

$$\begin{aligned} \frac{H^2(a)}{H_0^2} &= \Omega_{\gamma,0} a^{-4} + \Omega_{b,0} a^{-3} + \Omega_{m,0} a^{-\Gamma+3} \\ &+ a^{-3(1+\omega)} \left[\Omega_{x,0} - \Gamma \Omega_{m,0} \left(\frac{a^{3\omega+\Gamma}}{3\omega+\Gamma} - \frac{1}{3\omega+\Gamma} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.6)$$

É fácil verificar que para $\omega = -1$ a equação (4.5) é recuperada.

5.1.2 Caso $\omega = \omega(z)$

Agora, examinemos o modelo paramétrico de energia escura proposto por Barboza-Alcaniz [34], onde o parâmetro de equação de estado é dado por

$$w(z) = w_0 + w_1 \frac{z(1+z)}{1+z^2}. \quad (5.7)$$

Substituindo (5.7) em (5.4) obtemos que a densidade de energia escura segue a lei

$$\rho_x = \frac{(1 - 2a + 2a^2)^{\frac{3\omega_1}{2}}}{a^{3(1+\omega_0+\omega_1)}} [\rho_{x,0} - \Gamma \rho_{m,0} \int_1^a g(a) da] \quad (5.8)$$

onde

$$g(a) = \frac{a^{3(\omega_0+\omega_1)+\Gamma-1}}{(1 - 2a + 2a^2)^{\frac{3\omega_1}{2}}}. \quad (5.9)$$

A taxa de expansão para esse cenário, considerando o parâmetro de curvatura nulo, pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \frac{H^2(a)}{H_0^2} &= \Omega_{\gamma,0} a^{-4} + \Omega_{b,0} a^{-3} + \Omega_{m,0} a^{-3+\Gamma} + \\ &+ \frac{(1 - 2a + 2a^2)^{\frac{3\omega_1}{2}}}{a^{3(1+\omega_0+\omega_1)}} \left[\Omega_{x,0} - \Gamma \Omega_{m,0} \int_1^a g(a) da \right] \end{aligned} \quad (5.10)$$

Podemos observar que esse cenário é caracterizado por três parâmetros livres ω_0 , ω_1 e o parâmetro de acoplamento Γ .

5.1.3 Vínculos Observacionais

A viabilidade dos cenários descritos por (5.6) e (5.10) será testada observacionalmente usando 580 medidas de distância de Supernovas do tipo Ia (SNs Ia) da compilação Union 2.1 [38], 6 medidas de oscilações acústicas bariônicas (BAO) [39], a medida do *shift parameter* da radiação cósmica de fundo fornecido pelo WMAP [12] e 28 estimativas do parâmetro de Hubble $H(z)$ [40].

Para o modelo com $\omega = const.$, descrito por (5.6), a análise conjunta envolvendo os dados de SNs Ia, BAO, CMB e $H(z)$ fornece $\omega = -1.060_{-0.05}^{+0.04}$, $\Omega_{m,0} = 0.239_{-0.009}^{+0.009}$ e $\Gamma = -0,010_{-0.02}^{+0.01}$ em 1σ de confiança estatística com $\chi_{min}^2 = 582.213$.

Para o caso onde ω é uma função do tempo (5.10), a análise conjunta envolvendo os dados de SNs Ia, BAO, CMB e $H(z)$ fornece $\Gamma = -0,016_{-0,017}^{+0,021}$, $\omega_0 = -1,040_{-0,10}^{+0,09}$ e $\omega_1 = -0,110_{-0,38}^{+0,38}$ em 1σ com $\chi_{min}^2 = 582.147$. As Figuras (5.1) e (5.2)

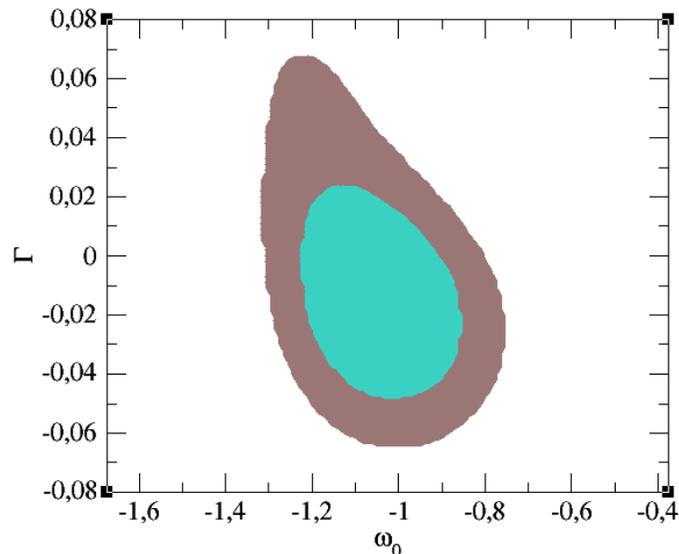


Figura 5.1: As regiões representam $\Delta\chi^2=2.30$ (1σ) e $\Delta\chi^2=6.17$ (2σ) no plano $\Gamma - \omega_0$. Detalhes sobre a metodologia estatística consultar o apêndice A

mostram as regiões de confiança em 68,3% e 95,4% para $w_0 - \Gamma$ (marginalizado sobre w_1) e $w_0 - w_1$ (marginalizado sobre Γ), respectivamente. A análise foi realizada mantendo-se $\Omega_{m,0}$ fixo em 0,24 e marginalizando-se sobre $H(z = 0)$. Apesar dos resultados serem compatíveis com o modelo Λ CDM, uma interação no setor escuro não pode ser descartada. Note ainda que um cenário onde matéria escura decai em energia escura ($\Gamma < 0$) é compatível com as observações. No que segue, examinaremos a influência de Γ sobre os outros parâmetros.

Regime Desacoplado $\Gamma = 0$

Em [34] Barboza e Alcaniz analisaram esse cenário utilizando 115 medidas de

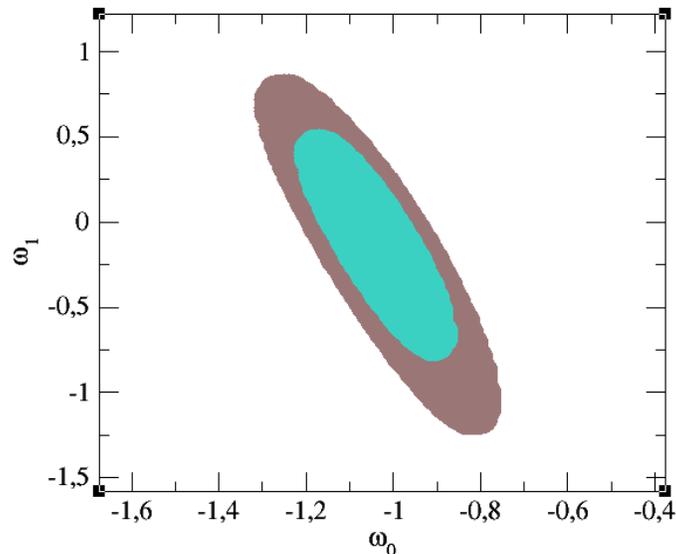


Figura 5.2: As regiões representam $\Delta\chi^2=2.30$ (1σ) e $\Delta\chi^2=6.17$ (2σ) no plano $\omega_1 - \omega_0$.

distância de SNs Ia da amostra *Supernova Legacy Survey*, 9 medidas de $H(z)$, 1 medida de BAO e a medida do *shift parameter* disponível na época. Na Tabela (5.1.3) apresentamos os resultados atualizados da nossa análise e os apresentados em [34] para efeito de comparação.

Ano	ω_0	ω_1	$\Omega_{m,0}$
2014	$-1,08^{+0,09}_{-0,08}$	$0,110^{+0,26}_{-0,33}$	$0,236^{+0,009}_{-0,008}$
2009	$-1,14^{+0,31}_{-0,24}$	$0,84^{+0,65}_{-1,59}$	$0,27^{+0,03}_{-0,03}$

Tabela 5.1: Comparação entre os resultados obtidos para a parametrização de Barboza-Alcaniz utilizando os dados de SNs Ia, BAO, CMB e $H(z)$ disponíveis à época.

Acoplamento Fraco $-0,01 \leq \Gamma \leq 0,01$

O cenário de acoplamento fraco consiste no regime mais realista para o modelos de interação no setor escuro, como mostrado pelas observações. Para $\Gamma = 0.01$, obtemos $\omega_0 = -1,10_{-0,08}^{+0,08}$, $\omega_1 = 0,230_{-0,30}^{+0,23}$ e $\Omega_{m,0} = 0,234_{-0,008}^{+0,008}$ em 1σ com $\chi_{min}^2 = 583.130$. Para $\Gamma = -0.01$, ou seja, um cenário onde matéria escura decai em energia escura, obtemos $\omega_0 = -1.05_{-0,09}^{+0,09}$, $\omega_1 = -0.040_{-0,34}^{+0,31}$ e $\Omega_{m,0} = 0.239_{-0,009}^{+0,008}$ com $\chi_{min}^2 = 582.208$.

Acoplamento Forte $\Gamma = 0, 1$

Com as observações cosmológicas disponíveis no momento, ainda não somos capazes de excluir um acoplamento forte no setor escuro. Observamos, em nossa análise, valores superiores a $\Gamma > 0,07$ para regiões de confiança maior que 95,4%. Em virtude disso, realizamos também um análise para este caso. Obtemos como melhor ajuste $\omega_0 = -1,22_{-0,06}^{+0,05}$, $\omega_1 = 0,800_{-0,10}^{+0,09}$ e $\Omega_{m,0} = 0,227_{-0,009}^{+0,009}$ em 1σ com $\chi_{min}^2 = 588.165$.

As regiões de confiança em 68,3% e 95,4% nos planos $\omega_1 - \omega_0$ e $\omega_0 - \Omega_{m,0}$ para os casos acima são mostradas nas Figuras 5.3 e 5.4. Como podemos ver, a variação de Γ matém ω_0 e $\Omega_{m,0}$ quase inalterados, mas ocasiona variações em ω_1 que não podem ser ignoradas.

5.2 Descrição de Campo Escalar

Como vimos anteriormente, há uma região do espaço paramétrico para a qual a parametrização (5.7) tem sua origem num campo escalar canônico ($-1 \leq \omega(z) < 1$) e uma região para a qual tem origem num campo fantasma $\omega(z) < -1$. Em tais casos é possível reconstruir o potencial escalar a partir da equação de estado $\omega(z)$.

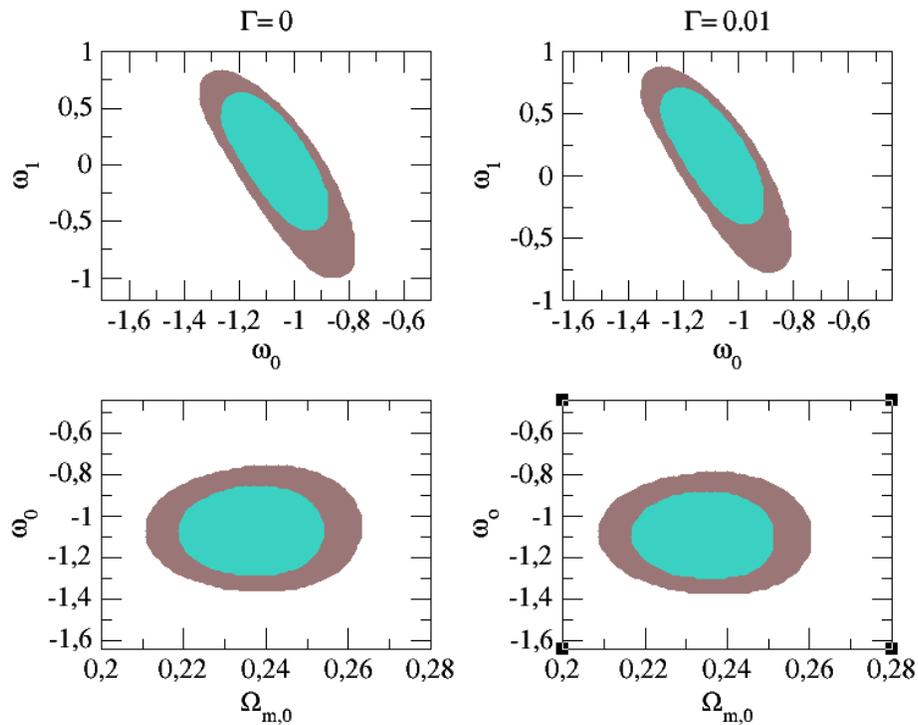


Figura 5.3: Na coluna da esquerda temos as regiões de confiança em 1σ e 2σ para o regime desacoplado. Na coluna da direita são mostrados os vínculos para o regime de acoplamento fraco.

Nesta seção, nós aplicamos a técnica de reconstrução do potencial escalar para o cenário de interação no setor escuro no qual as componentes estão acopladas pela lei de decaimento de Wang-Meng.

A densidade de energia e a pressão associadas a um campo escalar (canônico ou fantasma) são dados, respectivamente, por

$$\rho_\phi = \epsilon \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) \quad (5.11)$$

e

$$p_\phi = \epsilon \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi), \quad (5.12)$$

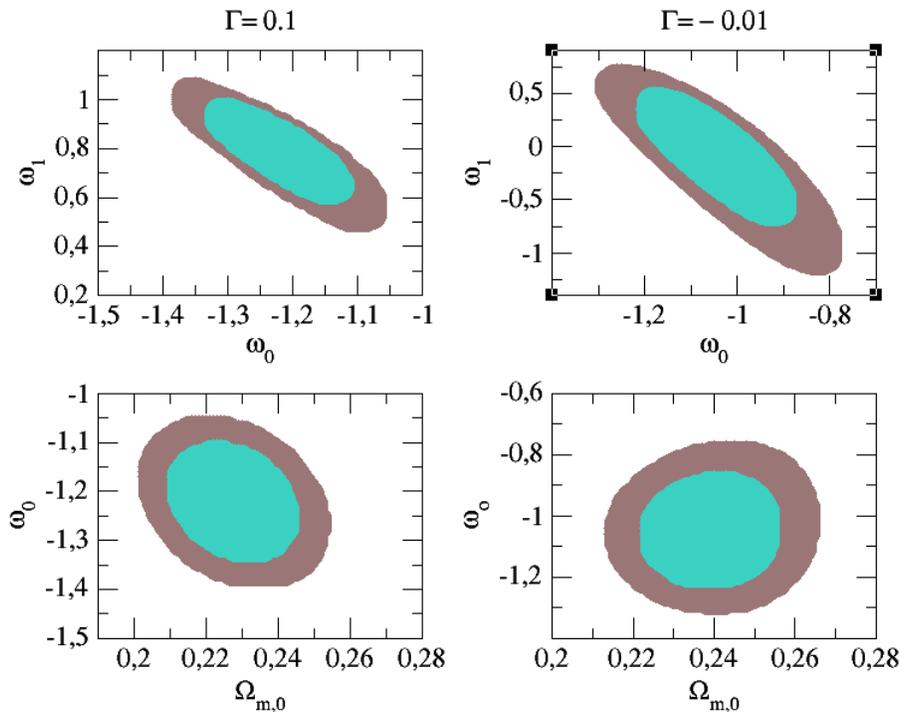


Figura 5.4: Na coluna da esquerda temos os vínculos em 1σ e 2σ para o regime de acoplamento forte. Na coluna da direita são mostrados os vínculos para o regime de acoplamento fraco com $\Gamma = -0,01$.

onde $\epsilon = 1$ para um campo de quintessência e $\epsilon = -1$ para um campo fantasma.

Combinando (5.11) e (5.12), temos

$$\dot{\phi}^2 = \frac{1 + \omega_\phi}{\epsilon} \rho_\phi \quad (5.13)$$

e

$$V(\phi) = \frac{1}{2}(1 - \omega_\phi)\rho_\phi, \quad (5.14)$$

onde $\omega_\phi = p_\phi/\rho_\phi$ é dado por (3.35) e ρ_ϕ dado por (5.8). Em termos de z , temos que

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dz} \dot{z} = -\frac{d\phi}{dz}(1+z)H(z) \quad (5.15)$$

de modo que

$$\frac{d\phi}{dz} = \pm \frac{1}{(1+z)H(z)} \sqrt{\frac{1+\omega_\phi}{\epsilon}} \rho_\phi, \quad (5.16)$$

onde o sinal negativo (positivo) corresponde a $\dot{\phi} > 0$ ($\dot{\phi} < 0$). De fato, o sinal é arbitrário uma vez que ele pode ser modificado pela redefinição $\phi \rightarrow -\phi$. Nas discussões a seguir adotaremos o sinal negativo.

Definindo $\bar{\phi} \equiv \sqrt{8\pi G/3\phi}$ e $\bar{V} \equiv V/\rho_{c,0}$ e o fato que $|(1+\omega_\phi)/\epsilon| = |1+\omega_\phi|$, temos

$$\Delta\bar{\phi} = \bar{\phi} - \bar{\phi}_0 = - \int_0^z \frac{1}{(1+z)E(z)} \sqrt{|1+\omega(z)|\Omega_{\phi,0}f(z)} \quad (5.17)$$

onde $E(z) = H(z)/H_0$.

O potencial escalar será dado por

$$\bar{V}(\bar{\phi}) = \frac{1}{2}[1-\omega(z)]\Omega_{\phi,0}f(z), \quad (5.18)$$

onde

$$f \equiv \frac{\rho_\phi}{\rho_{\phi,0}} = \frac{(1-2a+2a^2)^{\frac{3\omega_1}{2}}}{a^{3(1+\omega_0+\omega_1)}} \left[1 - \Gamma \frac{\rho_{m,0}}{\rho_{\phi,0}} \int_1^a g(a) da \right], \quad (5.19)$$

com

$$g(a) = \frac{a^{3(\omega_0+\omega_1)+\Gamma-1}}{(1-2a+2a^2)^{\frac{3\omega_1}{2}}}. \quad (5.20)$$

Devido à forma das equações acima, não é possível encontrar soluções analíticas para o potencial escalar. Nas Figuras (5.5) a (5.8) mostramos como o potencial escalar (representado nos gráficos por V) evolui em função do campo $\Delta\phi$ e como o campo evolui em função do *redshift* z . Nas figuras abaixo as linhas contínuas representam o campo de quintessência para $\omega_0 = -0.9$ e $\omega_1 = 0.3$ em preto, $\omega_0 = -0.8$ e $\omega_1 = 0.2$ em vermelho, $\omega_0 = -0.7$ e $\omega_1 = 0.1$ em verde. As linhas tracejadas representam uma descrição para o campo fantasma com $\omega_0 = -1.4$ e $\omega_1 = 0.2$ em preto, $\omega_0 = -1.3$

e $\omega_1 = 0.1$ em vermelho, $\omega_0 = -1.1$ e $\omega_1 = -0.1$ em verde. Em todas as situações consideramos $\Omega_{b,0} + \Omega_{m,0} = 0.30$.

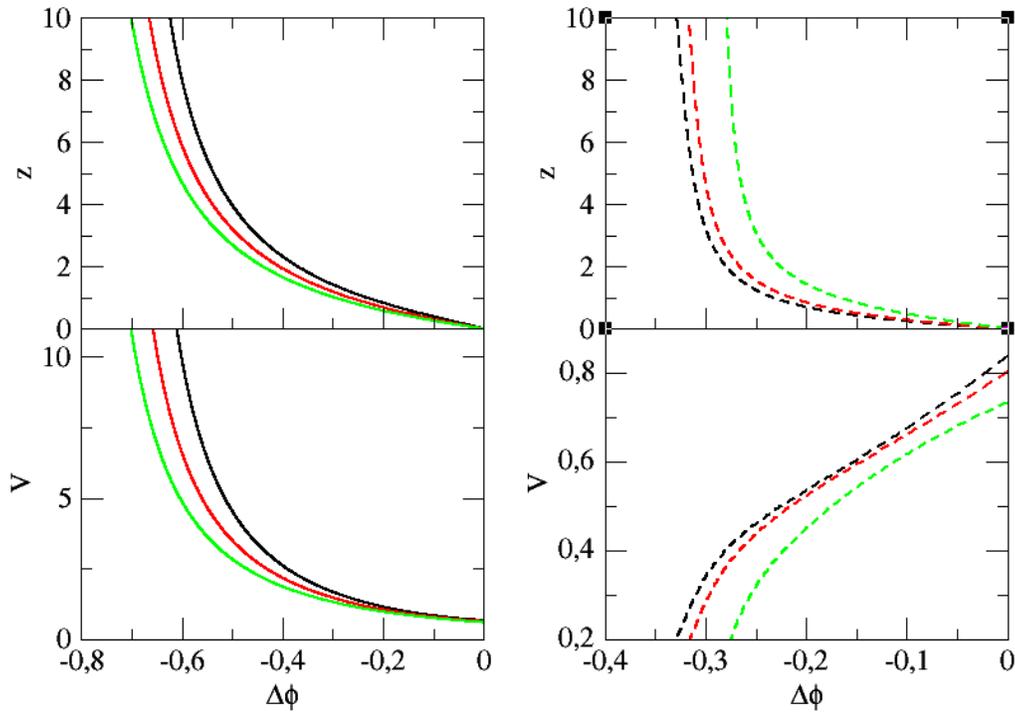


Figura 5.5: Reconstrução do potencial e descrição de campo escalar para o regime desacoplado ($\Gamma = 0$). A coluna da esquerda representa um campo de quintessência enquanto a coluna da direita um campo fantasma.

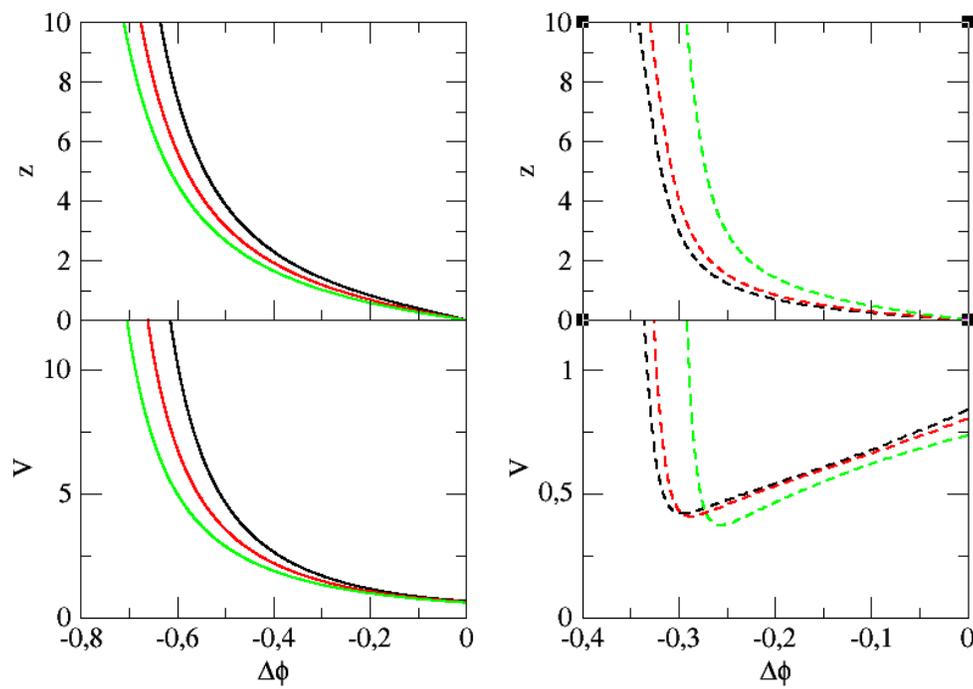


Figura 5.6: Reconstrução do potencial e descrição de campo escalar para o regime de acoplamento fraco ($\Gamma = 0.01$). A coluna da esquerda representa um campo de quintessência enquanto a coluna da direita um campo fantasma.

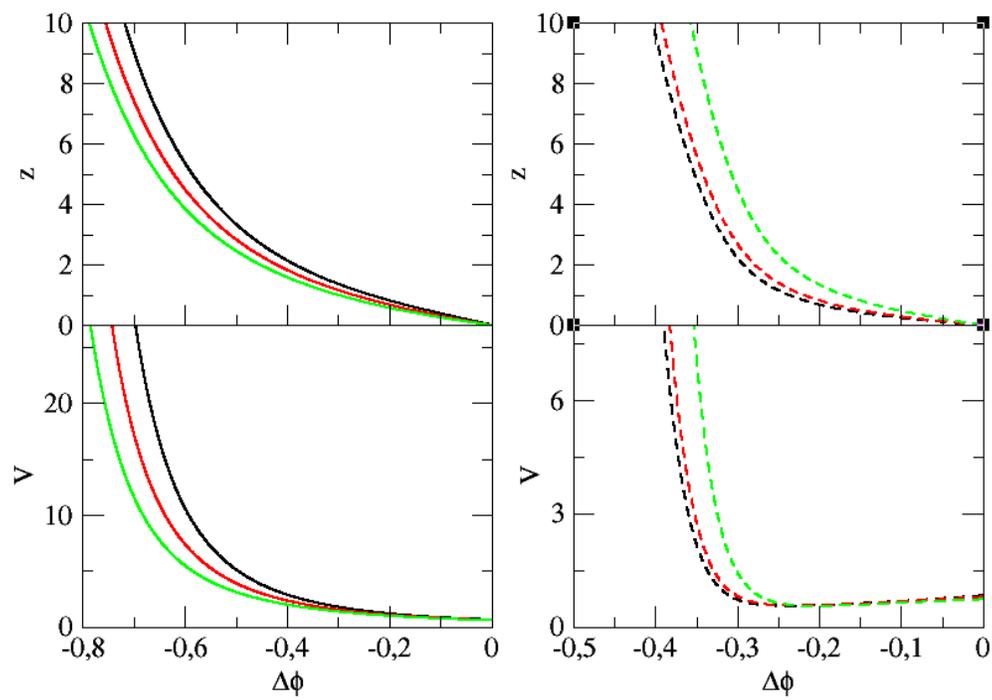


Figura 5.7: Reconstrução do potencial e descrição de campo escalar para o regime de acoplamento forte ($\Gamma = 0.1$). A coluna da esquerda representa um campo de quintessência enquanto a coluna da direita um campo fantasma.

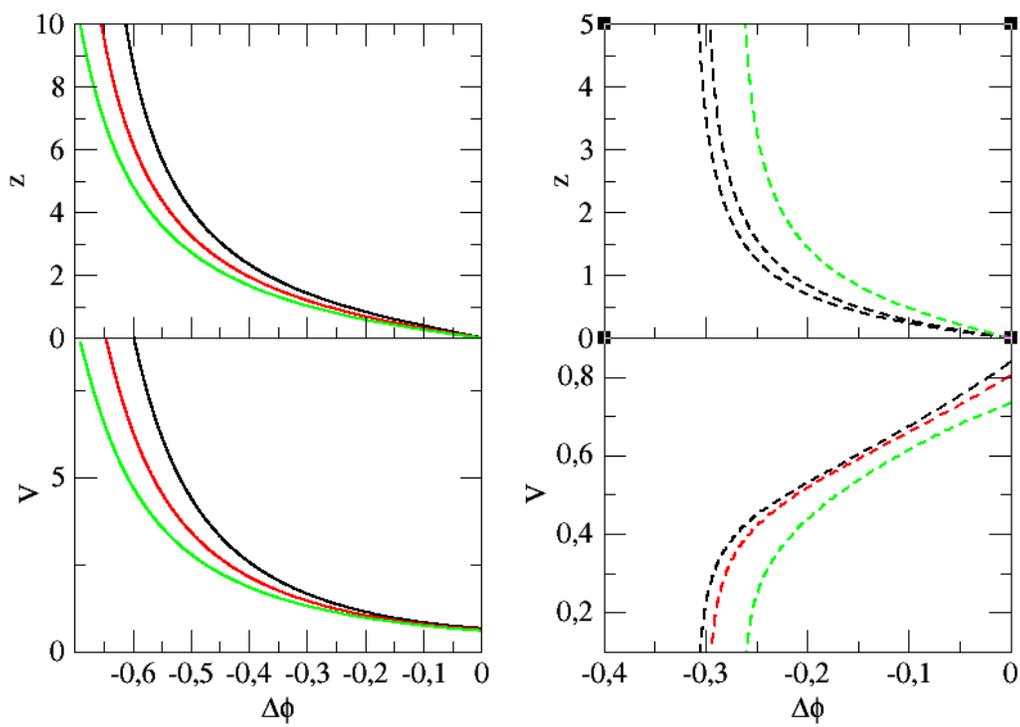


Figura 5.8: Reconstrução do potencial e descrição de campo escalar para o regime de acoplamento fraco ($\Gamma = -0.01$). A coluna da esquerda representa um campo de quintessência enquanto a coluna da direita um campo fantasma.

Capítulo 6

Quintessência Acoplada com uma EoS Generalizada

Uma outra forma de aliviar o problema da coincidência cósmica é supor que a razão entre as densidades de energia das componentes escuras seguem uma lei de potência. Nesse Capítulo, empregamos essa abordagem para um modelo energia escura cuja equação de estado é caracterizada por um parâmetro adimensional β . Nos limites em que $\beta \rightarrow (-1, 0, +1)$ a equação de estado recupera as parametrizações (3.27), (3.29) e (3.31) enquanto $\forall \beta \neq (-1, 0, +1)$ ela admite um grande número de novas soluções cosmológicas, razão de chamarmos este cenário de generalizado.

6.1 O Cenário de Interação

Observações cosmológicas indicam que as componentes escuras representam aproximadamente 95% do conteúdo energético do universo, com a energia escura contribuindo com cerca de 70% desse total. Se admitirmos a existência dessa componente exótica, temos que a razão entre as densidades de energia das componentes escuras são próximas da unidade, $\rho_{m,0}/\rho_{x,0} \sim \mathcal{O}(1)$ atualmente. Supondo que a aceleração cósmica tem origem numa constante cosmológica, a densidade de matéria cai com a^{-3} , enquanto que a densidade da energia escura se mantém constante. Isto sugere um

ajuste muito fino das condições iniciais. Este problema ficou conhecido na literatura como o problema da coincidência cósmica.

O problema da coincidência cósmica pode ser aliviado se supormos que as componentes escuras interagem de alguma forma durante a evolução do Universo. Em [43] foi proposto que matéria e energia escuras interagem de forma que

$$\frac{\rho_m}{\rho_x} = ra^{-\xi}, \quad (6.1)$$

onde ξ é um parâmetro adimensional que quantifica a intensidade do acoplamento e a constante de proporcionalidade $r = \rho_{m,0}/\rho_{x,0}$. Observe que $\xi = 3$ e $\omega_x = -1$ corresponde ao modelo Λ CDM. Soluções com o parâmetro de escala $0 < \xi < 3$ aliviam o problema da coincidência cósmica [43, 45].

Uma vez que as densidades de matéria escura e energia escura estão acopladas de acordo com as equações (4.13) e (4.14), é possível demonstrar [45] que o termo de interação que fornece a relação (6.1) é dado por

$$Q = -3H \frac{\omega_x + \xi/3}{ra^{-\xi} + 1} \rho_m. \quad (6.2)$$

Quando $\xi/3 + \omega_x = 0$, temos que as componentes escuras evoluem de forma desacoplada. Note que se $\xi/3 + \omega_x > 0$, temos uma transferência de energia da energia escura para matéria escura e se $\xi/3 + \omega_x < 0$, temos uma transferência no sentido contrário. Assim, a equação (4.13) torna-se

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = -3H \frac{\omega_x + \xi/3}{ra^{-\xi} + 1} \rho_m, \quad (6.3)$$

de forma que

$$\rho_m = \rho_{m,0} a^{-3} \exp \left[\int_1^a -3 \frac{da}{a} \left(\frac{\omega_x + \xi/3}{ra^{-\xi} + 1} \right) \right], \quad (6.4)$$

e, usando (6.1),

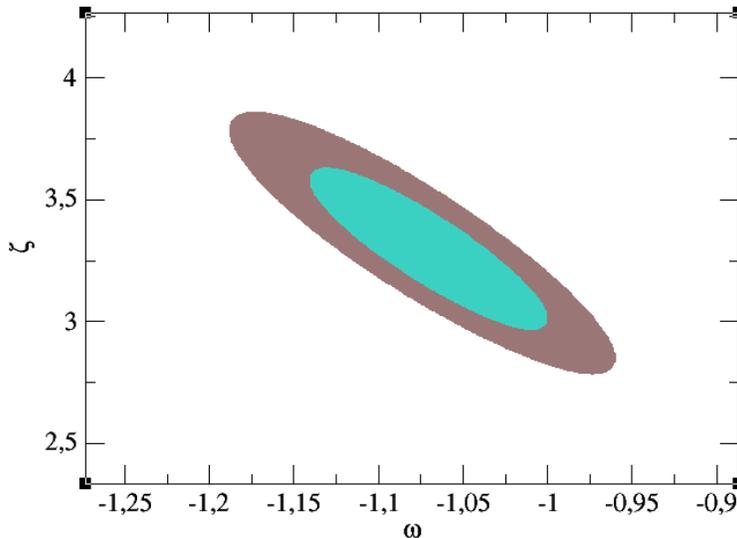


Figura 6.1: As regiões representam $\Delta\chi^2 = 2.30$ (1σ) e $\Delta\chi^2 = 6.17$ (2σ) no plano ξ - ω_x .

$$\rho_x = \frac{\rho_{x,0}}{a^{-\xi}} a^{-3} \exp \left[\int_1^a -3 \frac{da}{a} \left(\frac{\omega_x + \xi/3}{ra^{-\xi} + 1} \right) \right]. \quad (6.5)$$

Assim, para um universo plano, a taxa de expansão será

$$\frac{H^2(a)}{H_0^2} = \Omega_{r,0} a^{-4} + \Omega_{b,0} a^{-3} + \left(\Omega_{m,0} + \frac{\Omega_{x,0}}{a^{-\xi}} \right) a^{-3} \exp \left[\int_1^a -3 \frac{da}{a} g(a) \right], \quad (6.6)$$

onde $g(a) = (\omega_x + \xi/3)/(ra^{-\xi} + 1)$.

6.2 Parâmetro de Equação de Estado Constante

Inicialmente vamos considerar o caso em que $\omega = \text{const.}$ A Figura 6.1 mostra os vínculos em 1σ e 2σ sobre os parâmetros ξ e ω_x obtidos dos dados de SNs Ia, BAO,

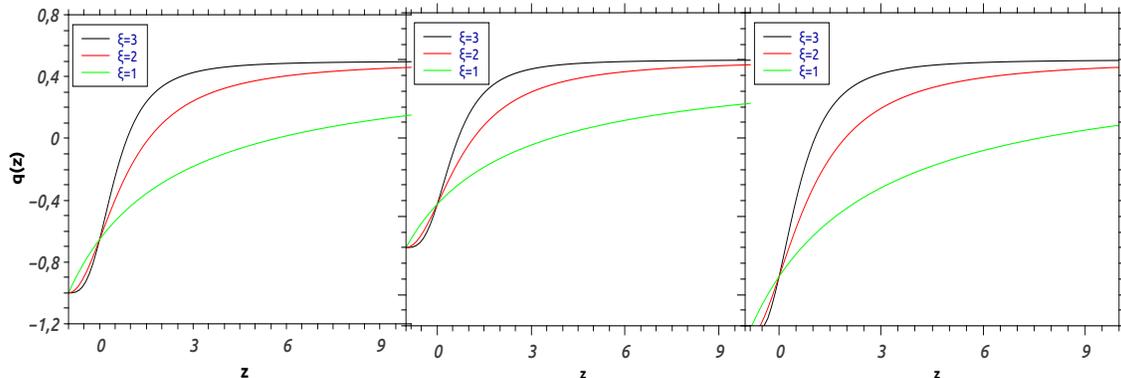


Figura 6.2: Evolução do parâmetro de desaceleração em função do *redshift* para $\omega_x = -1$ (esquerda), $\omega_x = -0,8$ (centro) e $\omega_x = -1,2$ (direita) para $\xi = 1, 2$ e 3 .

CMB e $H(z)$. Os valores que melhor se ajustam aos dados são: $\xi = 3.285^{+0,445}_{-0,396}$, $\omega_x = -1.068^{+0,086}_{-0,094}$ e $\Omega_{m,0} = 0.2390^{+0,018}_{-0,018}$ (2σ) com $\chi^2_{min} = 582.220$.

Desprezando a contribuição da radiação e dos bárions, o parâmetro de desaceleração pode ser escrito como:

$$q(z) \equiv -\frac{\ddot{a}}{(aH^2)} = \frac{1}{2} \frac{1 + 3\omega_x + r(1+z)^\xi}{1 + r(1+z)^\xi}. \quad (6.7)$$

A Figura 6.2 mostra, respectivamente, a evolução do parâmetro de desaceleração para $\omega = -1$ (vácuo), $\omega = -0.8$ (quintessência) e $\omega = -1.2$ (energia fantasma), para $\xi = 3, 2$ e 1 considerando $r = 0, 3/0, 7$.

Em todos os casos temos $q_0 < 0$. Conforme o esperado, a medida que ξ diminui, o *redshift* de transição aumenta, i.e., a transição da fase desacelerada para a fase acelerada ocorre cada vez mais cedo e a fase dominada por matéria $q \sim 1/2$ dura menos tempo. Portanto, diferentes valores do parâmetro de escala, ξ , fornecem dinâmicas muito variadas para o universo.

6.3 Parâmetro de Equação de Estado Generalizado

Suponhamos agora, que a energia escura é descrita por uma equação de estado (ver seção 2.6) da forma

$$\omega(a) = \omega_0 + \omega_\beta \frac{a^\beta - 1}{\beta}, \quad (6.8)$$

cujas características já foram discutidas na Seção 2.6. Substituindo (6.8) em (6.6), temos

$$\frac{H^2(a)}{H_0^2} = \Omega_{r,0} a^{-4} + \Omega_{b,0} a^{-3} + \left(\Omega_{m,0} + \frac{\Omega_{x,0}}{a^{-\xi}} \right) a^{-3} \exp \left[\int_1^a -3 \frac{da}{a} g(a) \right], \quad (6.9)$$

onde $g(a) = [\omega_0 + \omega_\beta(a^\beta - 1)/\beta + \xi/3]/(ra^{-\xi} + 1)$.

Esse modelo cosmológico é caracterizado por cinco parâmetros livres: ξ , β , ω_0 , ω_β e $\Omega_{m,0}$. Como não há dados cosmológicos nem numerosos nem precisos o suficiente para impor vínculos sobre esta quantidade de parâmetros com alguma significância estatística, fixaremos o parâmetro de escala em $\xi = 3, 2$ e 1 , valores que aliviam o problema da coincidência cósmica. Visto que cada valor de β representa um diferente cenário de energia escura, fixamos β em nove diferentes valores, $\beta = 1.5, 1, 0.5, 0.1, 0, -0.1, -0.5, -1$ e -1.5 cobrindo assim, os casos mais estudados na literatura. Portanto, vamos analisar os vínculos sobre os parâmetros ω_0 , ω_β e $\Omega_{m,0}$ para nove diferentes cenários de energia escura.

A Tabela 6.1 contém os resultados da nossa análise estatística. Os erros são dados em 2σ . Para uma melhor visualização dos vínculos sobre os parâmetros ω_1 e ω_0 as regiões de confiança em 68,3% e 95,4% para cada uma dos casos contidos na Tabela 6.1 são mostradas na Figura 6.3.

Mesmo analisando o cenário para uma grande variedade de modelos de energia escura não encontramos evidências de um alívio ao problema coincidência cósmica

com o tipo de interação indicada. No entanto, um acoplamento entre as componentes escuras é completamente compatível com as observações atuais, i.e.,

$$\frac{\xi}{3} + \omega \neq 0. \quad (6.10)$$

Portanto, mesmo não resolvendo o problema da coincidência cósmica, um acoplamento entre as componentes escuras não pode ser completamente descartado pelas observações disponíveis atualmente.

β	ξ	ω_0	ω_1	$\Omega_{m,0}$	χ^2_{min}
1,5	3	$-1,10^{+0,14}_{-0,14}$	$0,390^{+0,62}_{-0,63}$	$0,237^{+0,018}_{-0,017}$	582,43
	2	$-1,179^{+0,11}_{-0,11}$	$1,409^{+0,42}_{-0,40}$	$0,234^{+0,019}_{-0,018}$	582,51
	1	$-1,20^{+0,09}_{-0,09}$	$1,830^{+0,26}_{-0,25}$	$0,234^{+0,02}_{-0,018}$	583,63
1,0	3	$-1,090^{+0,13}_{-0,13}$	$0,310^{+0,53}_{-0,51}$	$0,237^{+0,018}_{-0,017}$	582,38
	2	$-1,150^{+0,10}_{-0,11}$	$1,130^{+0,34}_{-0,32}$	$0,236^{+0,018}_{-0,018}$	582,99
	1	$-1,140^{+0,08}_{-0,08}$	$1,370^{+0,19}_{-0,19}$	$0,238^{+0,019}_{-0,019}$	582,71
0,5	3	$-1,09^{+0,12}_{-0,12}$	$0,270^{+0,42}_{-0,42}$	$0,238^{+0,018}_{-0,018}$	582,34
	2	$-1,12^{+0,09}_{-0,1}$	$0,870^{+0,27}_{-0,24}$	$0,237^{+0,019}_{-0,018}$	582,60
	1	$-1,09^{+0,08}_{-0,07}$	$0,979^{+0,14}_{-0,14}$	$0,239^{+0,02}_{-0,019}$	582,59
0,1	3	$-1,08^{+0,11}_{-0,12}$	$0,209^{+0,37}_{-0,34}$	$0,238^{+0,018}_{-0,018}$	582,31
	2	$-1,10^{+0,09}_{-0,09}$	$0,700^{+0,21}_{-0,2}$	$0,238^{+0,019}_{-0,018}$	582,39
	1	$-1,04^{+0,06}_{-0,07}$	$0,700^{+0,11}_{-0,09}$	$0,2419^{+0,02}_{-0,019}$	582,15
0,0	3	$-1,080^{+0,11}_{-0,12}$	$0,209^{+0,34}_{-0,33}$	$0,238^{+0,018}_{-0,018}$	582,29
	2	$-1,090^{+0,08}_{-0,09}$	$0,650^{+0,20}_{-0,18}$	$0,238^{+0,020}_{-0,018}$	582,37
	1	$-1,030^{+0,06}_{-0,07}$	$0,640^{+0,10}_{-0,09}$	$0,242^{+0,019}_{-0,020}$	583,41
-0,1	3	$-1,080^{+0,11}_{-0,11}$	$0,200^{+0,33}_{-0,31}$	$0,238^{+0,018}_{-0,018}$	582,28
	2	$-1,090^{+0,09}_{-0,09}$	$0,620^{+0,18}_{-0,18}$	$0,239^{+0,019}_{-0,019}$	582,34
	1	$-1,020^{+0,06}_{-0,07}$	$0,579^{+0,095}_{-0,083}$	$0,242^{+0,02}_{-0,019}$	583,67
-0,5	3	$-1,08^{+0,11}_{-0,1}$	$0,170^{+0,26}_{-0,26}$	$0,238^{+0,019}_{-0,018}$	582,27
	2	$-1,07^{+0,08}_{-0,08}$	$0,470^{+0,13}_{-0,13}$	$0,239^{+0,02}_{-0,018}$	582,38
	1	$-0,90^{+0,06}_{-0,07}$	$0,299^{+0,066}_{-0,056}$	$0,234^{+0,02}_{-0,02}$	585,22
-1,0	3	$-1,07^{+0,09}_{-0,10}$	$0,120^{+0,20}_{-0,18}$	$0,238^{+0,019}_{-0,017}$	582,23
	2	$-1,04^{+0,07}_{-0,07}$	$0,310^{+0,09}_{-0,09}$	$0,242^{+0,018}_{-0,020}$	582,68
	1	$-0,940^{+0,05}_{-0,06}$	$0,187^{+0,04}_{-0,031}$	$0,246^{+0,021}_{-0,019}$	587,69
-1,5	3	$-1,06^{+0,08}_{-0,10}$	$0,080^{+0,15}_{-0,12}$	$0,238^{+0,020}_{-0,017}$	582,22
	2	$-1,02^{+0,07}_{-0,06}$	$0,179^{+0,05}_{-0,05}$	$0,242^{+0,020}_{-0,019}$	583,32
	1	$-0,920^{+0,059}_{-0,060}$	$0,086^{+0,022}_{-0,018}$	$0,248^{+0,021}_{-0,020}$	589,79

Tabela 6.1: Valores dos parâmetros ω_0 , ω_1 e $\Omega_{m,0}$ que melhor ajustam os dados de SNs Ia, BAO, CMB e $H(z)$ fixando β em alguns valores no intervalo $-1,5 \leq \beta \leq 1,5$ e ξ em 1, 2 e 3. Os erros nessas estimativas são dados em 2σ .

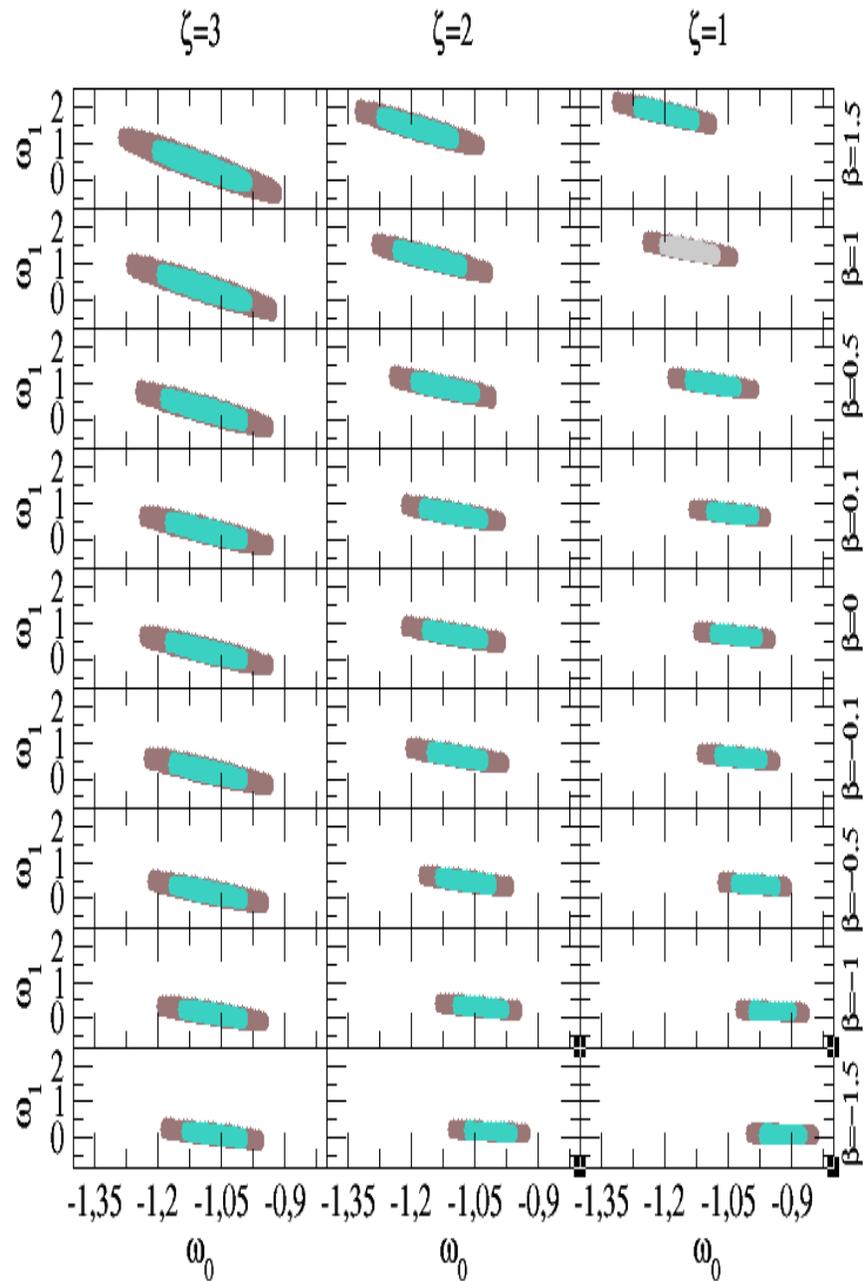


Figura 6.3: Regiões de confiança em 1 e 2 sigmas no espaço paramétrico $\omega_0 - \omega_1$ para $\xi = 3$ (esquerda), $\xi = 2$ (centro) e $\xi = 1$ (direita). Os valores de β variam de $-1,5$ a $1,5$ e correspondem às linhas horizontais do gráfico com incremento de $0,5$ de baixo para cima. Notamos que para valores de $\xi \neq 3$ modelos com $\omega_1 = 0$ ($\omega_0 = cte.$) não são descartados pelos dados se $\beta > -1$, ou seja, para qualquer acoplamento do tipo *scaling* ($\xi \neq 3$) modelos de energia escura com EoS dinâmica são favorecidos pelas observações.

Capítulo 7

Conclusão e Perspectivas

Na ausência de uma fundamentação teórica para explicar o atual estágio de expansão acelerada do universo, tem surgido, ao longo dos últimos anos, vários modelos cosmológicos no intuito de resolver tal problema. Com o crescente número de dados astrofísicos coletados podemos impor limites aos parâmetros cosmológicos e estudar o comportamento físico das componentes energéticas do universo e assim ter um melhor entendimento acerca destes cenários e buscar qual modelo descreve melhor o universo observado.

Dentro da fenomenologia de cenários que tentam explicar a aceleração cósmica surgem os modelos cosmológicos com interação no setor escuro (matéria escura e energia escura), que são introduzidos na tentativa de amenizar os problemas associados à constante cosmológica.

Nesta dissertação estudamos dois diferentes tipos de modelos de interação no setor escuro, onde em ambos os cenários a energia escura é caracterizada por uma equação de estado dinâmica. No Capítulo 4 investigamos uma interação entre matéria escura e energia escura para um acoplamento seguindo a lei de decaimento de Wang-Meng, onde a energia escura é dada pelo modelo paramétrico de Barboza-Alcaniz. Investigamos os vínculos observacionais sobre os parâmetros livres deste cenário numa análise conjunta de SNIa+BAO+CMB+ $H(z)$ obtendo $\Gamma =$

$-0,016_{-0,017}^{+0,021}$, $\omega_0 = -1,040_{-0,10}^{+0,09}$ e $\omega_1 = -0,100_{-0,38}^{+0,38}$ em 1σ . Investigamos posteriormente os vínculos sobre os casos de um acoplamento fraco, intermediário, forte e um cenário onde matéria escura decai em energia escura. Concluímos que, do ponto de vista observacional, um acoplamento fraco entre as componentes escuras não pode ser completamente excluído.

No Capítulo 5 consideramos um acoplamento entre matéria e energia escura resultante de um comportamento de lei de potência com relação ao fator de escala cósmico decorrente da relação entre as densidades de energia das componentes escuras, que tem sido considerado como uma alternativa para aliviar o problema da coincidência cósmica. Aqui também consideramos uma energia escura dinâmica, caracterizada por uma equação de estado generalizada, permitindo assim estudar inúmeros cenários cosmológicos. Devido a essa ampla variedade de soluções, analisamos os vínculos sobre os parâmetros livres para nove diferentes cenários dessa classe de modelos de energia escura. Não encontramos evidências para um possível alívio ao problema coincidência cósmica com o tipo de interação indicada. Mas um acoplamento entre as componentes escuras decorrente de um comportamento de lei de potência com relação ao fator de escala não pode ser completamente excluído pelas atuais observações.

A maioria dos métodos empregados para impor limites sobre os parâmetros livres dos modelos alternativos ao Λ CDM são baseados essencialmente em testes geométricos a uma classe particular de objetos ou a réguas padronizáveis (SNe Ia, RCF, aglomerados de galáxias, etc.). Neste sentido pretendemos ampliar e aplicar observáveis decorrente do processo de formação de estruturas em grandes escalas (testes dinâmicos) para impor novos vínculos cosmológicos aos parâmetros livres associados a cenários não-padrão (gravidade modificada e energia escura) presentes na literatura.

Apêndice A

Análise Estatística e Testes Cosmológicos

Precisamos definir uma função que quantifique a concordância entre um modelo teórico e os dados para que, maximizando a concordância, possamos obter os parâmetros que melhor ajustam o modelo. Supondo que nossas observações tenham erros gaussianos não correlacionados, podemos estimar o melhor ajuste para o conjunto de parâmetros $\{x_i\}$ definindo uma função de probabilidade,

$$\mathcal{L} \propto \exp[-\chi^2/2] \quad (\text{A.1})$$

onde χ^2 é dado por

$$\chi^2 = \sum_i^n \frac{[D(x_i) - y(x_i | \theta)]^2}{\sigma_i^2}. \quad (\text{A.2})$$

A soma é de todos os n dados $D(x_i)$ e y nos fornece a previsão do modelo ao fixar valores dos parâmetros representados por $\theta = \{\theta_j\}$.

Podemos verificar que, neste caso, os parâmetros que minimizam a função χ^2 são os mesmos que maximizam a probabilidade. Logo, os parâmetros que melhor ajustam são aqueles que têm maior probabilidade de serem os verdadeiros, de acordo com os dados coletados.

Nº de parâmetros	1σ	2σ	3σ
1	1	4	9
2	2,30	6,17	11,80
3	3,53	8,02	14,2

Tabela A.1: $\Delta\chi^2$ com função de nível de confiança e do número de parâmetros livres.

Conhecendo o valor mínimo χ_{min}^2 , associamos os pontos no espaço paramétrico dentro de uma região que podemos fazer variações $\Delta\chi^2$ tal que, $\chi^2 < \chi_{min}^2 + \Delta\chi^2$, com essas variações podemos obter regiões relacionadas com uma probabilidade que vai depender da quantidade de parâmetros livres. Destacamos os níveis referentes a 1σ , 2σ e 3σ na Tabela A.1.

A.1 SNIa

As supernovas do tipo Ia (SNIa) são uma ferramenta importante para compreender a evolução recente do universo. Nesta dissertação, adotamos os dados da compilação Union 2.1 [38], contendo 580 SNs Ia no intervalo de *redshift* $0.015 \leq z \leq 1.41$. O módulo de distância teórico previsto para uma dada SNIa é escrito na forma

$$\mu_{th}(z) = 5 \log_{10} d_L + \mu_0. \quad (\text{A.3})$$

Na expressão acima, $\mu_0 = 42.384 - 5 \log_{10} h$ e d_L é a distância luminosidade,

$$d_L(z, \mathbf{p}, \mu_0) = (1 + z) \int_0^z \frac{dz'}{E(z', \mathbf{p})}, \quad (\text{A.4})$$

onde \mathbf{p} é o conjunto completo de parâmetros livres de cada modelo e $E(z) = H(z)/H_0$.

A discrepância entre teoria e observação será quantificada pela função

$$\chi_{SNIa}^2(\mathbf{p}, \mu_0) = \sum_{i=1}^{580} \frac{[\mu^{obs}(z_i) - \mu^{th}(z_i, \mathbf{p}, \mu_0)]^2}{\sigma(z_i)^2}, \quad (\text{A.5})$$

onde μ^{obs} é o módulo de distância observado e μ^{th} a previsão de um dado modelo para o módulo de distância. O melhor ajuste ocorre para valores do conjunto de parâmetros \mathbf{p} que minimizam (A.5).

A.2 RCF

O *shift parameter*, R , é o parâmetro com menos dependência do modelo entre aqueles que podem ser inferidos a partir dos dados da radiação cósmica de fundo (RCF), desde que a densidade de energia escura possa ser negligenciada na recombinação. O parâmetro R é definido como sendo diretamente proporcional a razão entre a posição do primeiro pico acústico de um modelo que se queira caracterizar, l_1 , e um modelo de referência, l'_1 , o qual adotamos como sendo o modelo Einstein-de Sitter.

Adotando o parâmetro de curvatura como sendo nulo, temos

$$R(z_r, \mathbf{p}) = 2 \frac{l_1}{l'_1} = H_0 \sqrt{\Omega_{m,0}} \int_0^{z_r} \frac{dz'}{H(z', \mathbf{p})} \quad (\text{A.6})$$

O *shift parameter* pode ser utilizado para restringir parâmetros cosmológicos sem necessidade de usar os dados completos da RCF. Aqui z_r é o desvio para o vermelho na última superfície de espalhamento [50]

$$z_r = 1048 [1 + 0.00124 (\Omega_{b,0} h^2)^{-0.738}] [1 + g_1 (\Omega_{b,0} h^2)^{g_2}], \quad (\text{A.7})$$

onde

$$g_1 = \frac{0.0783 (\Omega_{b,0} h^2)^{-0.238}}{1 + 39.5 (\Omega_{b,0} h^2)^{0.763}} \quad (\text{A.8})$$

$$g_2 = \frac{0.560}{1 + 21.1 (\Omega_{b,0} h^2)^{1.81}} \quad (\text{A.9})$$

Neste trabalho usaremos o valor estimado do *shift parameter* obtido pelo WMAP [12], $R_{obs} = 1.725 \pm 0.018$. A função chi-quadrado será

$$\chi_{CMB}^2 = \frac{(R - 1, 70)^2}{0.03^2}. \quad (\text{A.10})$$

A.3 Oscilações acústicas bariônicas (OAB)

Oscilações acústicas bariônicas recentemente observadas na função de correlação de galáxias também é uma poderosa ferramenta para explorar a energia escura e restringir parâmetros cosmológicos [39, 51, 52, 53]. Antes do universo ter se resfriado suficientemente para formar átomos neutros, ele consistia em um plasma quente e denso de fótons, elétrons, prótons e núcleos leves. O acoplamento forte entre fótons e os bárions devido ao espalhamento Thompson produz oscilações no plasma quente. A matéria escura é fria, assim ela praticamente não se propaga, enquanto que a perturbação nos neutrinos, já desacoplados, segue livre com velocidade próxima a da luz e tende a diluir-se. Já a perturbação no plasma fóton-bárion propaga-se como uma onda sonora com uma velocidade, $c_s = c/3(1 + 3\rho_b/\rho_\gamma)$, afastando-se do centro, onde há uma maior concentração de matéria escura.

Quando o universo atinge uma temperatura $T \approx 0.3$ eV, a matéria bariônica forma átomos neutros e, conseqüentemente, os fótons desacoplam, dando origem a RCF. Após esse desacoplamento, não há mais a pressão da radiação sobre os bárions e, assim, estes não mais se propagam como uma onda acústica, ou seja, os bárions estacionam depois do desacoplamento. Os bárions são então influenciados, e influenciam também, a matéria escura, participando do processo de formação das estruturas em grandes escalas.

O horizonte acústico (distância percorrida por essa onda acústica até a recombinação), fica impresso na RCF como uma anisotropia primária, mas aparece também como um pequeno excesso de densidade na distribuição de bárions na escala desse

horizonte acústico (150 Mpc). A escala das OABs pode ser medida em vários valores de z a partir da correlação de galáxias nas direções ao longo da linha de visada [proporcional a $1/H(z)$] e transversal [proporcional à $d_A(z)$], nos dando informação sobre a história da expansão cósmica. A medida das OABs pode ser quantificada por um parâmetro A , que é independente de modelos cosmológicos e, para um universo plano, pode ser expresso como

$$A(z_{BAO}, \mathbf{p}) = \sqrt{\Omega_{m,0}} E(z_{BAO})^{-1/3} \left[\frac{1}{z_{BAO}} \int_0^{z_{BAO}} \frac{dz'}{E(z', \mathbf{p})} \right]^{2/3}. \quad (\text{A.11})$$

Utilizamos nesta dissertação 6 medidas do parâmetro A [39]. Para as OABs, o chi-quadrado será,

$$\chi_{BAO}^2(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^6 \frac{[A^{obs}(z_{BAO}) - A^{th}(z_{BAO}, \mathbf{p})]^2}{\sigma(z_{BAO})^2}. \quad (\text{A.12})$$

A.4 Parâmetro de Hubble

Observações do parâmetro Hubble podem ser obtidas usando idades diferenciais de galáxias

$$H = -\frac{1}{1+z} \frac{\Delta z}{\Delta t}. \quad (\text{A.13})$$

Nós usamos 28 dados observacionais de amostra compilada em [40], que abrange o intervalo de redshift $0,07 \leq z \leq 2.3$. O chi-quadrado é dado por

$$\chi_H^2 = \sum_1^{28} \frac{[H^{obs}(z_i) - H^{th}(z_i, \mathbf{p})]^2}{\sigma(z_i)^2}, \quad (\text{A.14})$$

onde $H^{th}(z)$ e $H^{obs}(z)$ são os valores teóricos e observados da função Hubble, σ indica o erro observado.

Bibliografia

- [1] EINSTEIN, A. Sitzungsberichte der preussischen akademie der wissenschaften zu berlin: 844-847. 1915.
- [2] HUBBLE, E. *Proceedings of the Royal Academy of Science* 15, 168, 1929.
- [3] COLLABORATION, P. Planck 2013 results. xvi. cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 2013.
- [4] CARROLL, S. M. The cosmological constant. *arXiv:astro-ph/0004075v2*, 2000.
- [5] WEINBERG, S. The cosmological constant problems. *arXiv:astro-ph/0005265v2*, 2000.
- [6] PADMANABHAN, T. Cosmological constant - the weight of the vacuum. *arXiv:hep-th/0212290v2*, 2003.
- [7] D'INVERNO, R. *Introducing Einstein's Relativity*. Primeira edição. New York: Oxford University Press, 1992.
- [8] WEINBERG, S. *Gravitation and Cosmology*. Primeira edição. New York: John Wiley, 1972.
- [9] CARROL, S. *Lecture Notes on General Relativity*. Primeira edição. [S.l.]: University of California, 1997.
- [10] BARBARA, R. *Introduction to Cosmology*. Primeira edição. Nova Iorque: Addison Wesley, 2006.
- [11] MUKHANOV, V. *Physical Foundations of Cosmology*. Primeira edição. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.
- [12] COLLABORATION, W. Nine-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: cosmological parameter results. *arXiv:1212.5226v1*, 2012.

- [13] JACKSON, J. D. *Eletrodinâmica Clássica*. Segunda edição. [S.l.]: Guanabara Dois, 1983.
- [14] AL., P. S. et. Measurements of ω and λ from 42 high-redshift supernovae. *Astronomical Journal*, 1999.
- [15] AL., R. A. G. et. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astronomical Journal*, 1998.
- [16] COPELAND, M. S. E. J.; TSUJIKAWA, S. Dynamics of dark energy. *arXiv:hep-th/060305v3*, 2006.
- [17] YOO, J.; WATANABE, Y. Theoretical models of dark energy. *arXiv:1212.4726v1*, 2012.
- [18] LINDER, E. V. The dynamics of quintessence, the quintessence of dynamics. *arXiv:0704.2064v1*, 2007.
- [19] CALDWELL, R. R. An introduction to quintessence. *Brazilian J. of Physics*, 2000.
- [20] GARCÍA, J. M. T. L. A.; CASTANEDA, L. *arXiv:1210.5259v1*, 2012.
- [21] TSUJIKAWA, S. Quintessence: A review. *arXiv:1304.1961v2*, 2013.
- [22] CALDWELL, R. R. A phantom menace ? *arXiv:astro-ph/9908.168v2*, 2002.
- [23] PEREIRA, S. H.; LIMA, J. A. S. On phantom thermodynamics. *arXiv:0806.0682v2*, 2008.
- [24] PEREIRA, S. H.; LIMA, J. A. S. *arXiv:0801.0323v1*, 2008.
- [25] PADMANABHAN, T. *arXiv:hep-th/0204150v1*, 2002.
- [26] PICON, V. M. C. A.; STEINHARDT, P. J. Essentials of k-essence. *arXiv:astro-ph/0006373v1*, 2000.
- [27] KAMENSHCHIK, U. M. A.; PASQUIER, V. An alternative to quintessence. *arXiv:gr-qc/0103004v2*, 2001.
- [28] DENG, X.-M. *arXiv:gr-qc/1110.1913v1*, 2011.
- [29] CHEVALLIER, M.; POLARSKI, D. *arXiv:gr-qc/0009008v2*, 2000.
- [30] LINDER, E. V. *arXiv:astro-ph/0208512v1*, 2002.

- [31] BARBOZA, E. M. *Sobre a Expansão Acelerada do Universo e a Natureza da Energia Escura*. Tese (Doutorado) — ON, 2010.
- [32] JR. J. S. ALCANIZ, Z.-H. Z. E. M. B.; SILVA, R. A generalized equation of state for dark energy. *arXiv:0905.4052v2*, 2009.
- [33] SILVA R. S. GONCALVES, J. S. A. R.; SILVA, H. H. B. Thermodynamics and dark energy. *arXiv:1104.1628v1*, 2011.
- [34] JR., E. M. B.; ALCANIZ, J. S. A parametric model for dark energy. *arXiv:0805.1713v1*, 2008.
- [35] JR., J. S. A. E. M. B.; SANTOS, B. Scalar field description of a parametric model of dark energy. *arXiv:1107.2628v1*, 2011.
- [36] ANDERSON, G. W.; CARROLL, S. M. Dark matter with time-dependent mass. *arXiv:astro-ph/9711288v2*, 2007.
- [37] WANG, P.; MENG, X. M. Can vacuum decay in our universe. *arXiv:astro-ph/0408495v3*, 2004.
- [38] AL., N. S. et. (the supernova cosmology project). *Astrophys. J.* 746, 2012.
- [39] AL., C. B. et. *MNRAS* 418, 1707, 2011.
- [40] LIAO Z. LI, J. M. H. Z. K. *arXiv:1212.6612v1*, 2012.
- [41] ALCANIZ, J. S. Dark energy and some alternatives: a brief overview. *arXiv:astro-ph/0608631v1*, 2006.
- [42] AMENDOLA, L. Coupled quintessence. *arXiv:astro-ph/9908023v1*, 2000.
- [43] AL., N. D. et. *arXiv:astro-ph/0105317v1*, 2001.
- [44] AL., Y. L. B. et. *arXiv:1310.0085v1*, 2013.
- [45] ZIMDAHL, W.; PÁVON, D. Scaling cosmology. *arXiv:astro-ph/0210484v1*, 2002.
- [46] ZIMDAHL D. PÁVON, P. C. W.; JAKUBI, A. S. Interacting quintessence and the coincidence problem. *arXiv:astro-ph/0404122v1*, 2004.
- [47] LIMA, J. A. S. Thermodynamics of decaying vacuum cosmologies. *arXiv:gr-qc/9605055v1*, 1996.

- [48] PÁVON, D.; WANG, B. Le châtelier-braun principle in cosmological physics. *arXiv:0712.0565v2*, 2008.
- [49] DURAN, F. A. B. I.; PAVÓN, D. The matter power spectrum of dark energy models and the harrison-zeldovich prescription. 2012.
- [50] HU M. FUKUGITA, M. Z. W.; TEGMARK, M. *The Astrophysical Journal*, 2001.
- [51] AL., D. J. E. et. *The Astrophysical Journal*, 2004.
- [52] BASSETT, R. H. B. A. Baryon acoustic oscillations. *arXiv:0910.5224v1*, 2009.
- [53] PERCIVAL, W. Baryon acoustic oscillations.