Universidade do Estado do Rio Grande do Norte – UERN

Faculdade de Ciências Exatas e Naturais – FANAT

Departamento de Física

Programa de Pós-Graduação em Física

João Paulo Gomes do Nascimento

O Papel da Cosmologia no Cálculo de um Fundo Estocástico de Ondas Gravitacionais

Mossoró-RN

2018

João Paulo Gomes do Nascimento

O Papel da Cosmologia no Cálculo de um Fundo Estocástico de Ondas Gravitacionais

Dissertação apresentada ao programa de Pós-graduação em Física da Universidade do Estado do Rio Grande do Norte como parte dos requisitos para obtenção do título de MESTRE EM FÍSICA

Orientador: Prof. Dr. Fábio Cabral Carvalho

Mossoró-RN

2018

João Paulo Gomes do Nascimento

O Papel da Cosmologia no Cálculo de um Fundo Estocástico de Ondas Gravitacionais

Dissertação apresentada ao programa de Pós-graduação em Física da Universidade do Estado do Rio Grande do Norte como parte dos requisitos para obtenção do título de MESTRE EM FÍSICA

Banca Examinadora

Prof. Dr. Fábio Cabral Carvalho
Orientador
UERN

Prof. Dr. Mackson Matheus França Nepomuceno
Examinador externo
UFERSA

Profª. Drª. Maria Aldinez Dantas
Examinadora interna
UERN

Catalogação da Publicação na Fonte.
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte.

G633p Gomes do Nascimento, João Paulo
O Papel da Cosmologia no Cálculo de um Fundo Estocástico de Ondas Gravitacionais. / João Paulo Gomes do Nascimento. - Mossoró, 2018.
81p.

Orientador(a): Prof. Dr. Fábio Cabral Carvalho.
Dissertação (Mestrado em Programa de Pós-Graduação em Física). Universidade do Estado do Rio Grande do Norte.

1. Ondas Gravitacionais. 2. Estrela de Nêutrons. 3. Modelos Cosmológicos. I. Cabral Carvalho, Fábio. II. Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. III. Título.

Agradecimentos

Ao professor Dr. Fábio Cabral pela orientação;

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Física da UERN;

Á todos os amigos e colegas que fiz durante o mestrado;

Aos meus avós *Dona Neném* e *Seu Damião*;

A minha futura esposa Isadora pelo amor e companheirismo;

Á CAPES pela bolsa concedida.

Resumo

Ondas gravitacionais são previsões teóricas da relatividade geral de Einstein, as quais são formadas quando o tecido do espaço-tempo é deformado. Recentemente o observatório LIGO (Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory) conseguiu detectar diretamente ondas gravitacionais gerada pela fusão de duas estrelas de nêutrons, descoberta essa que se mostrou de grande importância para a astronomia moderna pelo fato de essas ondas trazerem consigo informações das fontes que as geraram. Na presente dissertação, estudamos o fundo estocástico de ondas gravitacionais gerado devido a fusão de estrelas de nêutrons, usando diferentes modelos cosmológicos. Para isso utilizamos duas parametrizações dependentes do tempo na equação de estado $\omega(z)$, com o objetivo de verificar quais seriam as consequências finais no fundo estocástico gerado por essas ondas, em comparação ao que o modelo padrão da cosmologia prevê.

Palavras-chave: Ondas gravitacionais, Estrela de nêutrons, Modelos cosmológicos.

Abstract

Gravitational waves are theoretical predictions of Einstein's general relativity, which are formed when the fabric of space-time is deformed. Recently the LIGO observatory (Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory) was able to directly detect gravitational waves generated by the fusion of two neutron stars, a discovery of great importance for the modern astronomy because these waves bring information of the sources that generated them. In this dissertation we studied the stochastic background of gravitational waves generated due the fusion of neutron stars, using different cosmological models. We used two time dependent parametrizations in the state equation $\omega(z)$, in order to verify what would be the final consequences in the stochastic background generated by these waves, compared to what the standard model of cosmology predicts.

Keywords: Gravitational waves, Neutron stars, Cosmological models.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Símbolos

BN: Buraco Negro

BNBN: Fusão de Buracos Negros

EN: Estrela de Nêutrons

ENEN: Fusão de Estrelas de Nêutrons

EGO: European Gravitational Observatory

ET: Einstein Telescope

GEO600: German-British laser-interferometric gravitational wave detector

GW150914: Onda Gravitacional detectada em 14 de setembro de 2015

GW170104: Onda Gravitacional detectada em 04 de janeiro de 2017

GW170608: Onda Gravitacional detectada em 08 de junho de 2017

GW170814: Onda Gravitacional detectada em 14 de agosto de 2017

GW170817: Onda Gravitacional detectada em 17 de agosto de 2017

KAGRA: Kamioka Gravitational Wave Detector

LIGO: Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory

LVT151012: Detecção gravitacional não confirmada em 12 de janeiro de 2015

NASA: National Aeronautics and Space Administration

OGs: Ondas Gravitacionais

RE: Teoria da Relatividade Especial

RG: Teoria da Relatividade Geral

TAMA300: 300m Laser Interferometer Gravitational Wave Antenna

VIRGO: Interferômetro à Laser localizado na Itália

Sumário

Capítulo 1

Introdução

Durante o ano de 1905, o jovem físico alemão Albert Einstein viera a publicar cinco artigos que revolucionariam a física conhecida até então. Esse ano ficou conhecido como o Ano Miraculoso (*Anus Mirabilis*) de Einstein. Dentre esses artigos destacam-se os do efeito fotoelétrico e a famosa Teoria da Relatividade Especial (RE). O primeiro propôs que a radiação é composta por *quantas* de energia que são fornecidas aos elétrons para que os mesmos possam ser arrancados de um determinado metal. O segundo artigo revolucionou os conceitos de espaço e tempo conhecidos na época ao propor que essas duas grandezas não seriam absolutas, mas dependiam do sistema de referência adotado. A única grandeza física que é constante para qualquer observador na RE é a velocidade da luz c.

Por volta do ano de 1916, Einstein publica a Teoria da Relatividade Geral (RG), tornando possível descrever fenômenos físicos em referenciais não inerciais, tendo como ponto de partida o principio da equivalência que, de forma resumida, pode ser conceituada como a equidade entre um observador em queda livre em um campo gravitacional constante e um observador inercial na ausência de gravidade, ideia esta que Einstein afirmava ter sido a mais brilhante de sua vida.

A RG é uma teoria moderna de gravitação que veio à modificar o conceito da teoria Newtoniana de que a gravidade é uma força tal qual as demais forças da natureza. A nova interpretação levou ao reconhecimento de que a gravidade é melhor descrita e entendida não como uma força externa física, mas como a curvatura do espaço-tempo causada pela presença de matéria. Essa nova compreensão, pela sua elegância e simplicidade, está presente até os dias atuais e junto com a teoria quântica formam os dois grandes pilares da física moderna. Dessa forma, a RG é à teoria de gravitação utilizada como base para descrever a origem, estrutura e evolução do universo pela cosmologia.

As ondas gravitacionais (OGs), foram previstas pela RG há mais de 100 anos, as quais são pertubações da geometria do espaço-tempo que transportam energia e se propagam a uma velocidade igual a da luz. Existem dois tipos de OGs, as de origens astrofísicas e as de origens cosmológica. As astrofísicas, são causadas pelo movimento acelerado de objetos compactos como buracos negros (BN), estrelas de nêutrons (EN), fusão de buracos negros (BNBN) ou de estrelas de nêutrons (ENEN), dentre outros objetos astrofísicos. As cosmológicas são aquelas que se originaram no universo primordial, quando a matéria era opaca a radiação eletromagnética. Essas relíquias do universo podem servir como um excelente telescópio, permitindo a obtenção de informações sobre essa época de forma análoga ao modo como a Radiação Cósmica de Fundo em Microondas oferece dados relacionados às condições do universo há cerca de 380 mil anos atrás.

A detecção dessas ondas são de grande importância e interesse para a comunidade científica, pois carregam informações preciosas sobre as fontes que as geraram, tal como populações e processos de origem astrofísica, como também sobre os processos que ocorreram quando o universo ainda era muito jovem [1]. O problema está na dificuldade de detecção, pelo fato de tais ondas terem amplitude da ordem de 10^{-21} [2], e também por que as OGs interagem com a matéria muito fracamente.

Apesar das dificuldades técnicas, muito se tem feito para tentar encontrar sinais dessas ondas, incluindo a construção de vários detectores, dentre os quais podemos citar aqueles que utilizam interferometria à laser. Talvez os mais conhecidos sejam o KAGRA, ET, GEO600, TAMA300, VIRGO e o LIGO [3]. Entre os detectores citados, LIGO foi o primeiro a obter sucesso. Inicialmente com a detecção em setembro de 2015, gerada pela coalescência de dois BNs com massa de $36^{+5}_{-4}M_{\odot}$ e 29^{+4}_{-4} , à uma distância luminosidade de $410^{+160}_{-180}Mpc$, que foi publicado em fevereiro de 2016 [4]; a qual se tornou umas das maiores descobertas científica dos últimos tempos, devido à sua importância. Depois vieram mais quatro detecções gerada pela fusão de BNs [5], [6], [7] e por último [8]. No entanto a observação que causou mais entusiasmo entre os pesquisadores foi a detecção GW170817 [9], causada pela fusão de duas estrelas de nêutrons.

Figura 1.1: Vista aérea do Interferômetro Avançado LIGO em Hanford (Washington)

Fonte: Internet[1]

As fonte de OGs possuem características específicas que as definem e que podem ser esquematizadas segundo sua classificação. Tais características refletem nos aspectos das próprias OGs. Segundo [10], existem quatro tipos diferentes de fontes de OGs, são elas: periódicas, *burst*, *chirp* e fundo estocástico. As periódicas emitem radiação cujas frequências e amplitudes permanecem constantes por um grande período de tempo, tais como sistemas binários nos estágios iniciais de sua vida e estrelas em rotação. As fontes *bursts* são definidas por protagonizarem emissões muito energéticas em um curto intervalo de tempo, tal como a coalescência de objetos compactos. Os *chirps* contam com características de fontes periódicas e de *bursts*, e ocorrem nos momentos finais de evolução de sistemas binários.

Os fundos estocásticos, diferentemente das fontes anteriormente citadas, são formados não por um único evento, mas por várias fontes individuais, que podem ser periódicas, *burst* ou *chirp*, e que se unem para formar o fundo estocástico. Outro fator que caracteriza essa fonte específica é o seu espectro, que ocupa uma larga faixa de frequência que não permite a distinção de fontes individuais, apenas uma curva continua.

Para caracterizar o espectro de OGs é preciso recorrer a parâmetros astrofísicos e cosmológicos, dessa forma se torna necessário escolhermos um modelo que descreva como o

[1]Disponível em:<https://www.ligo.caltech.edu/>. Acesso em 10 de maio de 2018.

universo que tais ondas se propagarão, comporta-se. O nosso objetivo aqui é utilizar além do modelo padrão, outros modelos cosmológico no cálculo do fundo estocástico de OGs gerada pela fusão de ENs.

Essa dissertação está organizada da seguinte maneira: no capítulo 2, estudamos a respeito da RG e das OGs, verificando suas bases teóricas. No capítulo 3, falamos sobre as observações de OGs, estudando um pouco sobre os detectores como o LIGO e também sobre fontes de OGs tais como BNs e ENs. Mais adiante no capítulo 4, fizemos uma breve discussão acerca dos principais conceitos da cosmologia moderna como a *Lei de Hubble* e o *princípio cosmológico*. Finalmente no capítulo 5, falamos sobre o fundo estocástico gerado pela fusão de ENs, vimos nesse capítulo as propriedades espectrais que caracterizam esse fundo, tais como as astrofísicas e cosmológicas, também propomos utilizar duas parametrizações na equação de estado $\omega(z)$. Nesse mesmo capítulo, está descritos os resultados que obtivemos fazendo uso de tais parametrizações.

Capítulo 2

Propagação de Ondas Gravitacionais

Nesse capítulo abordaremos a base teórica sobre as OGs. Inicialmente, faremos uma breve introdução à RG, posteriormente falaremos sobre o limite de RG para campos fracos, OGs, polarização de OGs e, por último, a solução da equação de OG.

2.1 Relatividade Geral

Einstein inicialmente propôs que a fonte de campo gravitacional fosse dado pelo tensor energia-momento $\mathbf{T}$, na sua forma invariante, chegando ao seguinte resultado:

$$\mathbf{G} = k\mathbf{T}, \tag{2.1}$$

onde k é uma constante de proporcionalidade dado por $k = \frac{8\pi G}{c^4}$ [2]. A equação acima pode ser escrita em termos de suas componentes contravariantes (α e β)

$$G^{\alpha\beta} = kT^{\alpha\beta}, \tag{2.2}$$

$G_{\alpha\beta}$ são as componentes do tensor que descreve a curvatura do espaço, e possuem as seguintes propriedades: dependem somente da métrica $g_{\alpha\beta}$ e suas derivadas; é simétrico, isto é, $G^{\alpha\beta}$=$G^{\beta\alpha}$; $G_{\alpha\beta}$=0 implicará na métrica de espaço plano, e $G^{\alpha\beta}$ deve se conservar, ou seja $G^{\alpha\beta}{}_{;\beta}$=0, tal que $G^{\alpha\beta}{}_{;\gamma} = \frac{\partial G^{\alpha\beta}}{\partial x^\gamma} + G^{\mu\beta}\Gamma^{\alpha}_{\mu\gamma} + G^{\alpha\nu}\Gamma^{\beta}_{\mu\gamma}$. Aqui, $T^{\alpha\beta}$ são as componentes do tensor de energia-momento, que também deve ser simétrico, ser conservado e, na ausência de matéria, $T^{\alpha\beta}$=0.

O único tensor que satisfaz todas as condições necessárias de $G^{\alpha\beta}$ é o tensor de Einstein, dado na Ref.[11] por:

$$G^{\alpha\beta} = R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} R. \tag{2.3}$$

Onde $R^{\alpha\beta}$ é o tensor de curvatura de Ricci e R o escalar de Ricci:

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \tag{2.4}$$

e

$$R^{\alpha\beta} = g^{\alpha\mu} g^{\beta\nu} R_{\mu\nu} = R^{\lambda}_{\mu\lambda\beta}. \tag{2.5}$$

no qual $R^{\alpha}_{\beta\mu\nu}$ é o tensor de curvatura de Riemann, dado por:

$$R^{\alpha}_{\beta\mu\nu} = \Gamma^{\alpha}_{\beta\nu,\mu} - \Gamma^{\alpha}_{\beta\mu,\nu} + \Gamma^{\alpha}_{\sigma\mu}\Gamma^{\sigma}_{\beta\nu} - \Gamma^{\alpha}_{\sigma\nu}\Gamma^{\sigma}_{\beta\mu}. \tag{2.6}$$

Aqui $\Gamma^{\gamma}_{\beta\mu}$ são os chamados símbolos de Christoffel, que dependem exclusivamente da métrica:

$$\Gamma^{\gamma}_{\beta\mu} = \frac{1}{2} g^{\alpha\gamma} (g_{\alpha\beta,\mu} + g_{\alpha\mu,\beta} - g_{\beta\mu,\alpha}). \tag{2.7}$$

Combinando as equações (2.2) e (2.3), obtemos:

$$R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} R = \frac{8\pi G}{c^4} T^{\alpha\beta}. \tag{2.8}$$

A equação (2.8), na verdade, representam um sistema de 10 equações diferenciais parciais não lineares de segunda ordem.

Na literatura se acrescenta um termo a mais ao tensor de Einstein, $G^{\alpha\beta} = R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} R + g^{\alpha\beta}\Lambda$. Esse termo é a chamada *constante cosmológica* de Einstein, proposta inicialmente pelo físico alemão como meio para deixar as soluções de suas equações estáticas, na qual Λ teria como efeito a repulsão entre à matéria, contrabalançando a força gravitacional e tornando o universo estático. A hipótese do universo estático foi abandonada por Einstein depois de Hubble publicar seus resultados sobre as velocidades de recessão das galáxias. No entanto, muitos físicos defendem a revitalização da constante cosmológica em bases teóricas. A teoria do campo, por exemplo, associa este termo à densidade de energia do vácuo.

Outra interpretação para essa constante surgiu quando dois grupos independentes de cientistas, através de observações de explosões de supernovas do tipo Ia [12] e [13], mostraram que o universo encontra-se atualmente num estágio de expansão acelerada. Essa nova componente que faz o universo expandir aceleradamente foi denominada energia escura, e atualmente compõe cerca de 70% do universo. A *constante cosmológica* é a opção mais simples para explicar a energia escura, por esse motivo se resgatou a antiga constante de Einstein, colocando-a de volta as equações da RG.

O modelo que melhor descreve o universo atual é o chamado *modelo padrão* ou modelo ΛCDM, que descreve o universo composto por energia escura, matéria escura e matéria bariônica, da qual nós somos feitos.

2.2 O Limite de Campos Gravitacionais Fracos

Na ausência de gravidade o espaço-tempo se torna totalmente plano, de modo que um campo gravitacional fraco é aquele em que o espaço-tempo é aproximadamente plano, o que nos possibilita escrever as componentes da métrica como:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \tag{2.9}$$

tal que:

$$h^{\mu\nu} = \eta^{\mu\alpha}\eta^{\nu\beta}h_{\alpha\beta}, \tag{2.10}$$

onde $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ e $\eta_{\mu\nu} = diag(-1, 1, 1, 1)$ é a métrica de Minkowski.

Olhando para a equação (2.9), podemos perceber que estamos escrevendo a métrica como a pertubação do espaço-tempo de Minkowski. No qual $\eta_{\mu\nu}$ é denominado observador de Lorentz e $h_{\mu\nu}$ a pertubação desse espaço [2]. Substituindo a equação (2.9) na (2.7) e observando o fato de $\eta^{\mu\nu}$ ser constante, é possível mostrar que:

$$\Gamma^{\gamma}_{\beta\mu} = \frac{1}{2}\eta^{\alpha\gamma}(h_{\beta\alpha,\mu} + h_{\alpha\mu,\beta} - h_{\beta\mu,\alpha}). \tag{2.11}$$

Consequentemente, podemos deixar o tensor de curvatura de Riemann em termos de $h_{\alpha\beta}$:

$$R_{\alpha\beta\mu\nu} = g_{\alpha\lambda}R^{\lambda}_{\beta\mu\nu} = \frac{1}{2}(h_{\alpha\nu,\beta\mu} + h_{\beta\mu,\alpha\nu} - h_{\alpha\mu,\beta\nu} - h_{\beta\nu,\alpha\mu}). \tag{2.12}$$

Como $|h_{\mu\nu}| \ll 1$, os seus termos de ondem superior serão descartados, restando apenas os que são lineares, que obedecem as seguintes propriedades:

$$h^{\mu}_{\nu} = \eta_{\nu\sigma}h^{\mu\sigma}, \tag{2.13}$$

e

$$h^{\mu\lambda} = \eta^{\beta\lambda}h^{\mu}_{\beta}. \tag{2.14}$$

O traço de $h^{\alpha\beta}$ é definido por:

$$h \equiv \eta^{\alpha\beta}h_{\alpha\beta} = h^{\alpha}_{\alpha}. \tag{2.15}$$

Definimos também o chamado traço-reverso de $h_{\alpha\beta}$:

$$\overline{h}_{\alpha\beta} \equiv h_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta_{\alpha\beta}h. \tag{2.16}$$

Multiplicando a equação (2.16) por $\eta^{\alpha\beta}$ obtemos:

$$\overline{h} = -h. \tag{2.17}$$

Olhando para a equação (2.17), podemos observar que os resultados físicos obtidos para $\overline{h}_{\alpha\beta}$ devem ser quase os mesmos para $h_{\alpha\beta}$, o que nos proporciona uma maior comodidade, pelo fato das equações se tornarem mais simples pra $\overline{h}_{\alpha\beta}$. O inverso de (2.16) também é verdadeiro:

$$h_{\alpha\beta} = \overline{h}_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta_{\alpha\beta}\overline{h}. \tag{2.18}$$

O tensor de Einstein dado pela equação (2.3), pode ser aproximado para campos fracos como:

$$G_{\alpha\beta} \approx R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\eta_{\alpha\beta}R. \tag{2.19}$$

Agora podemos encontrar uma expressão para o tensor de Ricci, fazendo a contração do tensor de curvatura de Riemann para campos fracos dado na equação (2.12), como também o escalar de Ricci.

$$R_{\beta\nu} = \eta^{\alpha\mu} R_{\alpha\beta\mu\nu} = \frac{1}{2}(h_{\alpha\nu,\beta}{}^{,\alpha} + h_{\beta\mu,\nu}{}^{,\mu} - h_{,\beta\nu} - h_{\beta\nu,\alpha}{}^{,\alpha}). \tag{2.20}$$

Agora é possível encontrar a expressão para o escalar de Ricci:

$$R = \eta^{\beta\nu} R_{\beta\nu} = h_{\alpha\beta}{}^{,\alpha\beta} - h_{,\lambda}{}^{,\lambda}. \tag{2.21}$$

Lembrando que para qualquer função:

$$f^{,\mu} = \eta^{\mu\nu} f_{,\nu} \tag{2.22}$$

onde:

$$f_{,\nu} = \frac{\partial f}{\partial x^{\nu}}. \tag{2.23}$$

Utilizando a equação (2.18) nas (2.20) e (2.21) e substituindo em (2.19), chegaremos ao tensor de Einstein para campos gravitacionais fracos.

$$G_{\beta\nu} = -\frac{1}{2}(\overline{h}_{\beta\nu,\alpha}{}^{,\alpha} + \eta_{\beta\nu} \overline{h}_{\alpha\sigma}{}^{,\alpha\sigma} - \overline{h}_{\beta\alpha,\nu}{}^{\alpha} - \overline{h}_{\nu\alpha,\beta}{}^{,\alpha}). \tag{2.24}$$

Tomando uma transformação de coordenadas adequada, a qual escolheremos a liberdade de calibre [2]:

$$x^{\alpha} \rightarrow x'^{\alpha} = x^{\alpha} + \xi^{\alpha}(x). \tag{2.25}$$

Sendo ξ^{α} um "vetor"que tem componentes em função da posição e $\left|\xi^{\alpha}_{,\beta}\right| \ll 1$. Dada a métrica $g_{\alpha\beta}$, podemos ter uma transformação de coordenadas do tipo:

$$g'_{\alpha\beta} = \Lambda^{\mu}_{\alpha} \Lambda^{\nu}_{\beta} g_{\mu\nu}. \tag{2.26}$$

com $\Lambda^{\alpha}_{\beta} = \frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\beta}}$. Utilizando (2.26) e (2.25) em (2.9), podemos encontrar:

$$h_{\alpha\beta} \rightarrow h_{\alpha\beta} - \xi_{\alpha,\beta} - \xi_{\beta,\alpha}. \tag{2.27}$$

onde podemos deduzir que:

$$\overline{h}'_{\alpha\beta} = \overline{h}_{\alpha\beta} - \xi_{\alpha,\beta} - \xi_{\beta,\alpha} + \eta_{\alpha\beta}\xi^{\mu}_{,\mu}. \tag{2.28}$$

derivando, chegamos a seguinte expressão:

$$\overline{h}'^{\beta\alpha}{}_{,\alpha} = \overline{h}^{\beta\alpha}{}_{,\alpha} - \xi^{\beta,\alpha}{}_{,\alpha} \tag{2.29}$$

e

$$\overline{h}'^{\beta\alpha}{}_{,\alpha} = \overline{h}^{\beta\alpha}{}_{,\alpha} - \Box\xi^{\beta}. \tag{2.30}$$

onde, para uma função qualquer, $\Box f = f^{,\mu}{}_{,\mu} = \eta^{\mu\nu} f_{,\mu\nu} = (-\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2)f$. $\Box f$ é chamado d'lambertiano de uma função. Se impusermos que $\Box\xi^{\beta} = \overline{h}^{\beta\alpha}{}_{,\alpha}$ na equação (2.30), chegaremos a chamada condição de Einstein [14].

$$\overline{h}'^{\beta\alpha}{}_{,\alpha} = 0. \tag{2.31}$$

Utilizando a escolha acima na equação (2.24), vamos obter uma expressão bem mais simples para o tensor de Einstein para campos gravitacionais fracos.

$$G_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2}\Box\overline{h}_{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\alpha\beta}, \tag{2.32}$$

consequentemente

$$\Box\overline{h}_{\alpha\beta} = \frac{-16\pi G}{c^4}T_{\alpha\beta}. \tag{2.33}$$

As equações acima são chamadas de equações de campo da teoria linearizada , em que relacionam a pertubação da métrica $\overline{h}_{\alpha\beta}$ com o tensor energia-momento $T_{\alpha\beta}$ [15]. A equação acima nada mais é que a descrição de uma onda, a qual chamamos de onda gravitacional, provocada pela pertubação do espaço-tempo devido a aceleração de algum objeto astrofísico, tal como buracos negros, estrelas de nêutrons, entre outros eventos astronômicos ou cosmológicos.

2.3 Ondas Gravitacionais no Vácuo

Vamos estudar a equação (2.33) na sua versão homogênea, fazendo uma aproximação ao considerar as ondas geradas à uma distância infinita do observador, ou seja, vamos estudar as propriedades das ondas gravitacionais no vácuo onde $T^{\alpha\beta} = 0$. Neste caso,

$$\Box\overline{h}^{\alpha\beta} = (-\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2)\overline{h}^{\alpha\beta} = 0, \tag{2.34}$$

temos uma equação cuja solução tem a forma:

$$\overline{h}^{\alpha\beta} = A^{\alpha\beta}e^{ik_\mu x^\mu}, \tag{2.35}$$

que representa uma onda plana, onde $A^{\alpha\beta}$ são as componentes da amplitude de onda e k_μ o vetor de onda. Podemos escrever a equação de onda plana como:

$$\Box\overline{h}^{\mu\nu} = \eta^{\alpha\beta}\overline{h}^{\mu\nu}{}_{,\alpha\beta} = 0, \tag{2.36}$$

substituindo na equação (2.35), temos a seguinte relação:

$$\eta^{\alpha\beta}k_\alpha k_\beta\overline{h}^{\mu\nu} = 0. \tag{2.37}$$

Para que essa relação seja satisfeita, é preciso que:

$$k_\alpha k^\alpha = 0. \tag{2.38}$$

A solução da onda plana é linearizada se o quadrivetor de onda for nulo. O valor de $\overline{h}^{\mu\nu}$ é constante em uma hipersuperfície em que $k_\alpha x^\alpha$ é constante, ou seja:

$$k_\alpha x^\alpha = k_0 t + k_i x^i = constante. \tag{2.39}$$

A componente k_0 nos dá a frequência angular, $k_0 = \omega$, e k_i são as componentes do vetor de onda tridimensional $\mathbf{k}$. Usando a condição (2.31) vemos que:

$$A^{\alpha\beta}k_\beta = 0. \tag{2.40}$$

Portanto o vetor de onda k_β é ortogonal à $A^{\alpha\beta}$.

No calibre de Einstein, podemos sempre considerar as transformações de coordenadas tais que:

$$\Box \xi_\mu = 0. \tag{2.41}$$

Com soluções do tipo:

$$\xi_\mu = B_\mu e^{ik_\sigma x^\sigma}, \tag{2.42}$$

onde B_μ é uma contante e k_σ é o mesmo quadrivetor nulo que aparece na solução de onda. Lembrando da equação (2.28) em que encontramos:

$$\overline{h}'_{\alpha\beta} = \overline{h}_{\alpha\beta} - \xi_{\alpha,\beta} - \xi_{\beta,\alpha} + \eta_{\alpha\beta}\xi^{\mu}_{,\mu}. \tag{2.43}$$

utilizando as soluções (2.42) e a equação (2.35), deduzimos que a amplitude deverá transformar-se de acordo com:

$$A'_{\alpha\beta} = A_{\alpha\beta} - B_\alpha ik_\beta - B_\beta ik_\alpha + \eta_{\alpha\beta}B^\sigma ik_\sigma, \tag{2.44}$$

se impusermos a condição:

$$A^{\alpha}{}_{\alpha} = 0 \tag{2.45}$$

é possível observar que:

$$k_\sigma B^\sigma = 0. \tag{2.46}$$

As condições (2.40), (2.45) e (2.46) são chamados de traço transversal de calibre, ou norma TT, que é representada por $\overline{h}^{TT}_{\alpha\beta}$. Lembrando da equação (2.16) e considerando as condições do traço transversal, podemos mostrar que:

$$\overline{h}^{TT}_{\alpha\beta} = h^{TT}_{\alpha\beta}. \tag{2.47}$$

As previsões feitas para $\overline{h}^{TT}_{\alpha\beta}$ serão igualmente válidas para $h^{TT}_{\alpha\beta}$. Se usarmos a condição (2.40) para um observador $k(\alpha) \longrightarrow (\omega, k_1, k_2, k_3)$, considerando que a onda plana se propaga na direção z, o que implica $k_1 = k_2 = 0$, e $k_3 = \omega$, obteremos:

$$A_{\alpha\beta}^{TT} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{11} & A_{12} & 0 \\ 0 & A_{12} & -A_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.48}$$

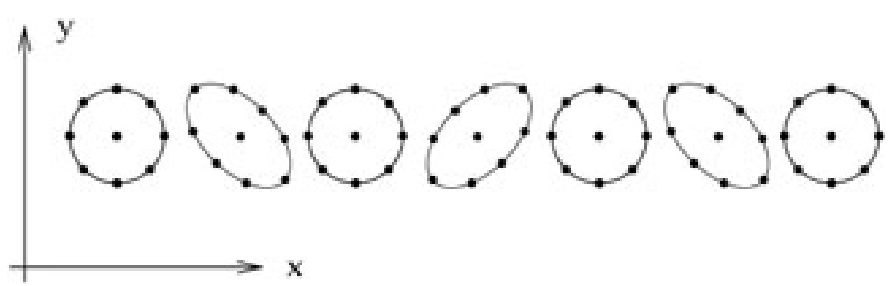
Essa matriz nos fala que não existe componentes ao longo dos eixo z e que a OG é caracterizada apenas por duas componentes, h_{11}^{TT} e h_{12}^{TT}.

2.4 Polarização de Ondas Gravitacionais

As OGs tem como uma de suas propriedades mais importantes a polarização. Considerando uma determinada onda que se propaga na direção do eixo z, tal onda será caracterizada apenas pelas componentes h_{11}^{TT} e h_{12}^{TT}, como mostrado anteriormente na equação (2.48) . Estudando o efeito da passagem de onda sobre um conjunto de partículas próximas uma da outra, organizadas em forma de um anel e que se encontram em repouso num determinado referencial local de Lorentz, os estados de polarização prevista pela RG para essa onda são apenas dois: Polarização ($\times$) e Polarização ($+$). Os dois casos diferem entre si por uma rotação de 45°, no caso geral vamos ter uma sobreposição dos dois tipos de polarização.

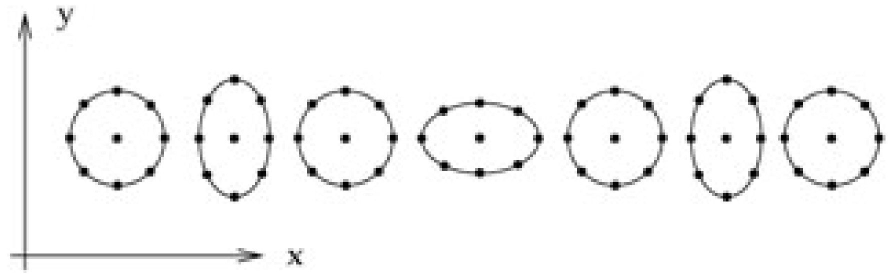
As figuras (2.1) e (2.2) mostram o efeito da propagação de uma OG sobre um anel de partículas teste. A ação é entendida como um efeito de maré que perturba o sistema de partículas, estes efeitos podem deformar um corpo elástico ou movimentar massas pontuais no espaço livre, variando suas distâncias relativas.

Figura 2.1: Ação sobre um círculo de partículas provocada pela passagem de uma onda gravitacional com polarização do tipo ($\times$).



Fonte:[16]

Figura 2.2: Ação sobre um círculo de partículas provocada pela passagem de uma onda gravitacional com polarização do tipo (+).



Fonte:[16]

2.5 Solução da Equação de Onda

Vimos as soluções de onda plana para as equações linearizadas de Einstein no vácuo, agora precisamos nos perguntar sobre as fontes dessas ondas gravitacionais. Para isso utilizaremos o método de Funções de Green.

Consideramos as equações linearizadas

$$\Box \overline{h}_{\mu\nu} = \frac{-16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \tag{2.49}$$

se pudermos encontrar uma função de Green que obedeça a equação:

$$\Box_x G(x^\sigma - y^\sigma) = \delta^4(x^\sigma - y^\sigma) \tag{2.50}$$

sendo $\Box_x$ o d'alembertiano cujas derivadas são em relação a x, teremos então a solução da equação (2.49):

$$\overline{h}_{\mu\nu}(x^\sigma) = \frac{-16\pi G}{c^4} \int G(x^\sigma - y^\sigma) T_{\mu\nu}(y^\sigma) d^4y. \tag{2.51}$$

As soluções (2.51) podem ser pensadas como "retardadas"ou "avançadas"dependendo se as ondas que estamos estudando estão viajando para frente ou para trás no tempo [16]. Aqui, estamos interessados no caso "retardado", onde consideramos os efeitos dos sinais do passado no ponto a ser considerado.

A função retardada de Grenn é dada por:

$$G(x^\sigma - y^\sigma) = -\frac{1}{4\pi|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}\delta[|\mathbf{x}-\mathbf{y}| - (x^0 - y^0)]\theta(x^0 - y^0). \tag{2.52}$$

onde a função teta é igual a 1 se $x^0 > y^0$, e zero caso contrário. Substituindo (2.52) na equação (2.51) e realizando a integral sobre o tempo usando a função delta, sendo $x^0 = t$ e o tempo retardado $y^0 = t_{ret}$, dado por $t_{ret} = t - |\mathbf{x}-\mathbf{y}|$, obtemos uma nova função com uma dependência temporal:

$$\overline{h}_{\mu\nu}(t, \mathbf{x}) = \frac{4G}{c^4}\int \frac{1}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}T_{\mu\nu}(t - |\mathbf{x}-\mathbf{y}|, \mathbf{y})d^3y. \tag{2.53}$$

Vamos considerar que a radiação gravitacional é emitida por uma fonte isolada composta por matéria não relativística a uma distância muito grande [16]. A fim de facilitar os cálculos, vamos fazer uso das transformadas de Fourier e suas inversas. Dada uma função $\phi(t, \mathbf{x})$, teremos a transformada de Fourier e sua inversa, respectivamente, em relação ao tempo,

$$\tilde{\phi}(\omega, \mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int dt e^{i\omega t}\phi(t, \mathbf{x}). \tag{2.54}$$

e

$$\phi(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int dt e^{-i\omega t}\tilde{\phi}(\omega, \mathbf{x}). \tag{2.55}$$

Agora podemos fazer o mesmo com (2.53):

$$\tilde{\overline{h}}_{\mu\nu}(\omega, \mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int dt e^{i\omega t}\overline{h}_{\mu\nu}(t, \mathbf{x}) = \frac{4G}{c^4\sqrt{2\pi}}\int dt \int e^{i\omega t}\frac{1}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}T_{\mu\nu}(t - |\mathbf{x}-\mathbf{y}|, \mathbf{y})d^3y. \tag{2.56}$$

Colocando em termos do tempo retardado t_{ret}, encontramos:

$$\tilde{\overline{h}}_{\mu\nu}(\omega, \mathbf{x}) = \frac{4G}{\sqrt{2\pi}}\int dt_{ret}\int e^{i\omega t_{ret}}e^{i\omega|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}\frac{T_{\mu\nu}(t_{ret}, \mathbf{y})}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}d^3y. \tag{2.57}$$

Usando a transformada para o tensor energia-momento, obtemos:

$$\tilde{\overline{h}}_{\mu\nu}(\omega, \mathbf{x}) = \frac{4G}{c^4}\int e^{i\omega|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}\frac{\tilde{T}_{\mu\nu}(\omega, \mathbf{y})}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}d^3y. \tag{2.58}$$

Podemos fazer uma aproximação supondo que estamos trabalhando com fontes isoladas que se move lentamente à uma distancia muito grande, de modo que podemos supor $|\mathbf{x}-\mathbf{y}| \approx r$, Logo,

$$\tilde{\bar{h}}_{\mu\nu}(\omega,\mathbf{x}) = \frac{4G}{c^4}\frac{e^{i\omega r}}{r}\int \tilde{T}_{\mu\nu}(\omega,\mathbf{y})d^3y. \tag{2.59}$$

Usando a conservação do tensor energia-momento $T^{\mu\nu}{}_{,\nu} = 0$ implica em $T^{\mu 0}{}_{,0} = -T^{\mu j}{}_{,j}$. Integrando-o sobre o volume contendo a fonte no seu interior e usando o teorema da divergência, obtemos:

$$\int T^{\mu 0}{}_{,0}\, d^3y = \frac{d}{dt}\int T^{\mu 0} d^3y = -\int T^{\mu j}{}_{,j}\, d^3y = -\oint T^{\mu j} n_j dS = 0. \tag{2.60}$$

onde $T^{\mu j} = 0$ na superfície desse volume. Logo:

$$\int T^{\mu 0}{}_{,0}\, d^3y = 0. \tag{2.61}$$

Usando esse resultado, e a condição (2.31), se obtêm:

$$\tilde{\bar{h}}^{\mu 0}(\omega,\mathbf{x}) = \frac{i}{\omega}\tilde{\bar{h}}^{\mu j}{}_{,j}(\omega,\mathbf{x}). \tag{2.62}$$

o que significa nos preocupar apenas com as componentes espaciais.

Vamos agora tomar as componentes espaciais da transformada de Fourier do tensor energia-momento e substituir na equação (2.59), tal que podemos escrever a seguinte integral como:

$$\int \tilde{T}^{ij}(\omega,\mathbf{y})d^3y = \int (y^i\tilde{T}^{kj})_{,k}\, d^3y - \int y^i\tilde{T}^{kj}{}_{,k}\, d^3y. \tag{2.63}$$

A primeira integral do lado direito da igualdade nada mais é do que uma integral de superfície, cujo valor sabemos que é zero, resultando:

$$\int \tilde{T}^{ij}(\omega,\mathbf{y})d^3y = -\int y^i\tilde{T}^{kj}{}_{,k}\, d^3y. \tag{2.64}$$

Usando a conservação do tensor energia-momento na transforma de Fourier, encontramos:

$$-\tilde{T}^{\mu j}{}_{,j} = i\omega\tilde{T}^{\mu 0}. \tag{2.65}$$

Com esse resultado podemos reescrever (2.64) da seguinte maneira:

$$\int \tilde{T}^{ij}(\omega, \mathbf{y}) d^3y = i\omega \int y^i \tilde{T}^{j0} d^3y = \frac{i\omega}{2} \int (y^i \tilde{T}^{j0} + y^j \tilde{T}^{i0}) d^3y. \tag{2.66}$$

Podemos ainda escrever (2.66) como:

$$\int \tilde{T}^{ij}(\omega, \mathbf{y}) d^3y = \frac{i\omega}{2} \int [(y^i y^j \tilde{T}^{0k})_{,k} - y^i y^j \tilde{T}^{0k}{}_{,k}] d^3y. \tag{2.67}$$

Usando (2.65), chegamos à

$$\int \tilde{T}^{ij}(\omega, \mathbf{y}) d^3y = -\frac{\omega^2}{2} \int y^i y^j \tilde{T}^{00} d^3y = -\frac{\omega^2}{2} \tilde{I}_{ij}. \tag{2.68}$$

onde definimos o tensor momento de quadrupolo, que é um tensor constante em cada superfície de tempo constante [16]:

$$I_{ij}(t) = \int y^i y^j T^{00}(t, \mathbf{y}) d^3y. \tag{2.69}$$

Substituindo (2.68) em (2.59), se obtêm a solução da onda em termos da transformada de Fourier,

$$\tilde{\overline{h}}_{ij}(\omega, \mathbf{x}) = -2G\omega^2 \frac{e^{i\omega r}}{c^4 r} \tilde{I}_{ij}(\omega). \tag{2.70}$$

Fazendo a transformada inversa, finalmente obtemos:

$$\overline{h}_{ij}(t, \mathbf{x}) = \frac{2G}{c^4 r} \ddot{I}_{ij}(t_{ret}). \tag{2.71}$$

onde $\ddot{I}_{ij}(t_{ret}) = \frac{d^2}{dt^2} I_{ij}(t_{ret})$.

Logo, a amplitude da onda à uma distância muito grande da fonte é proporcional a segunda derivada em relação ao tempo do tensor momento de quadrupolo. As OGs possuem apenas o padrão quadrupolar, devido ao fato de não existirem massas negativas e também pela lei da conservação do momento [16]. O termo de quadrupolo é bem menor do que os dois primeiros termos de uma expansão multipolar, justificando a dificuldade na detecção das ondas gravitacionais.

Capítulo 3

Observação de Ondas Gravitacionais

A RG prediz que a pertubação do espaço-tempo devido à alguma fonte, seja ela astrofísica ou cosmológica, produzirá OGs. Tais ondas carregam consigo informações importantes sobre as fontes que as geraram, nesse sentido, a detecção dessas ondas tornou-se de grande relevância para a astronomia.

De 2016 até o presente momento, vários artigos foram publicados sobre a detecção de OGs geradas pela fusão de BN negros [4], [5], [6], [7], [8], e mais recentemente sobre a fusão de duas EN [9]. Tais descobertas foram feitas pelo detector por interferômetro a laser LIGO e a última com a colaboração do também interferômetro a laser VIRGO. Além dos detectores de OGs citados anteriormente, existem outros que se destacam e dos quais discutiremos ao longo deste capítulo.

3.1 Detectores de Massa Ressonante

Podemos dividir os detectores de OGs em dois tipos principais: detectores interferométricos e detectores de massas ressonantes. No primeiro, se mede diretamente a distorção do espaço-tempo provocada pela passagem da onda, e no segundo, a energia da radiação gravitacional é absorvida por um corpo massivo que possui frequência de ressonância igual à da radiação.

O primeiro a construir um detector de OGs foi Joseph Weber em 1960, quando propôs o método de detecção através da medição de sinais em frequências acústicas produzidos em grandes massas. Os detectores de massas ressonantes consistem em um corpo rígido metálico, no caso do construído por Weber, como mostrado na figura abaixo, apresenta um cilindro em liga de alumínio com uma massa de cerca de 1 tonelada no interior de uma câmara de vácuo, cujos modos fundamentais de vibração (com frequências características de oscilação) são excitados na incidência de um pulso de radiação gravitacional com frequência característica próxima da frequência de oscilação do cilindro [17].

Figura 3.1: Joseph Weber com seu detector de ondas gravitacionais.

Fonte: Internet.[2]

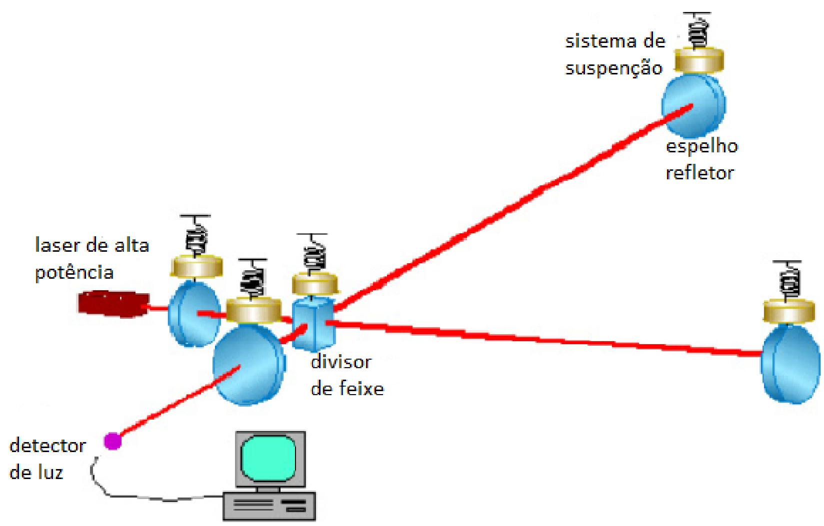
Durante o ano de 1969, Weber, trabalhando com dois detectores à uma distancia de aproximadamente 1000 km de um do outro, registrou dados coincidentes nos dois aparelhos, os quais ele considerou como coincidências não acidentais e, por isso, boas evidências de radiação gravitacional [18]. Contudo, os resultados de Weber nunca foram confirmados pelo comunidade cientifica, mas seus trabalhos, [17] e [18], serviram como pioneiros na construção de detectores de OGs para os demais pesquisadores que se interessaram na busca da tais ondas.

[2]Disponível em:<https://physics.aps.org/story/v16/st19>. Acesso em 11 de novembro de 2017.

3.2 Detectores Interferométricos

Os detectores interferométricos tem como base o modelo de Michelson-Morley [19], no qual três blocos (massas-teste) carregando espelhos estão livremente suspensos e isolados vibracionalmente. Em tais detectores o objetivo principal é detectar o movimento relativo entre as massa-testes provocado pela distorção do espaço-tempo causado pela passagem da OG.

Figura 3.2: Representação esquemática de um detector interferométrico



Fonte:[20]

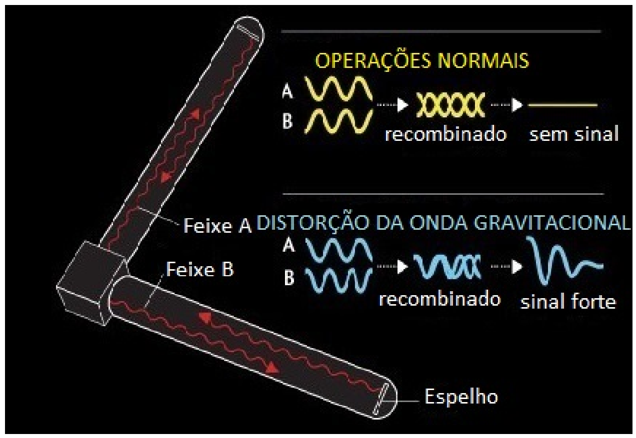
Os espelhos do detector são separados por uma grande distância chamadas de braços ortogonais. Um laser de potência alta é incindido sobre um espelho divisor de feixe, que o divide em dois feixes secundários que percorrerão os caminhos ópticos definidos pelos braços ortogonais do interferômetro, sendo refletidos por espelhos e recombinados no espelho divisor ao final do caminho percorrido. O feixe resultante é detectado por um foto-sensor, como mostra a figura acima [20].

Em condições normais os caminhos ópticos do detector são ajustados de tal forma que ocorra interferência destrutiva dos feixes, produzindo um mínimo sobre o foto-detector. Quando uma OG atinge o detector com direção e polarização favoráveis, os comprimentos dos braços do interferômetro são modificados, produzindo uma variação nas fases dos feixes proporcional a amplitude da onda que corresponderá a detecção da OG:

$$h \sim \frac{\Delta L}{L} \tag{3.1}$$

onde L é o comprimento do braço do detector.

Figura 3.3: Esquema simples que mostra a interferência dos feixes nos dois casos



Fonte:Internet[3]

Os detectores atuais, aqueles em funcionamento ou em construção, que usam a interferometria descrita anteriormente como princípio básico são entre outros: KAGRA (Kamioka Gravitational Wave Detector), ET (Einstein Telescope) e o GEO600. O detector KAGRA, ainda sob processo de construção e com previsão de término em 2018 [21], está localizado na cidade japonesa Gifu e possui dois braços que medem 3 quilômetros cada. O ET (Einstein Telescope) é um detector subterrâneo ainda em fase de projeto e com pretensões de superar as limitações dos detectores atuais. Ele é composto por três detectores organizados em forma de um triângulo, cada um composto de dois interferômetros com braços de 10 quilômetros de comprimento [22]. O projeto do detector ET é financiado atualmente por diferentes instituições europeias. O GEO600, detector terrestre que está localizado em Hannover, na Alemanha, e que tem como objetivo a detecção direta de ondas gravitacionais por meio de um interferômetro laser de $600m$ de comprimento.

Outro importante detector interferométrico é o VIRGO. Localizado perto de Pisa na Itália, esse detector foi projetado e construído com a colaboração de várias instituições europeias

[3]Disponível em:<https://scientificamerican.com/sa-visual/ligo-and-gravitational-waves-a-graphic-explanation/>. Acesso em 16 de novembro de 2017.

e atualmente é operado pelo EGO (European Gravitational Observatory) em parceria com vários grupos de cientistas europeus, o mesmo conta com braços ortogonais de 3 km de comprimento. Em 2017 o VIRGO passou por um processo de melhoria e começou a ser chamado de VIRGO Advanced, tal processo fez com que o mesmo pudesse operar em conjunto com os dois detectores LIGO.

Figura 3.4: Vista aérea do VIRGO

Fonte:Internet[4]

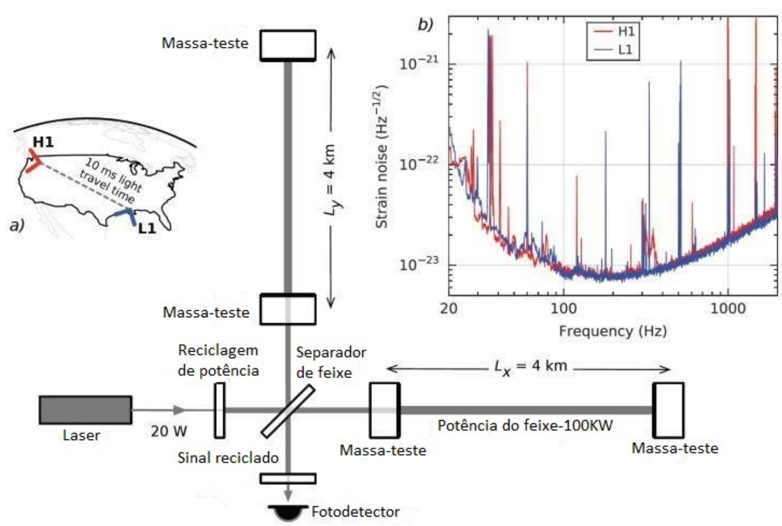
3.2.1 O LIGO

Talvez o mais conhecido e mais importante detector interferométrico seja o LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory). Considerado um dos mais sofisticados experimentos de física atualmente, o LIGO é composto por dois interferômetros separados por uma grande distância, um deles está localizado em Livingston na Louisiana, e o outro em Hanford em Washington [4]. O uso de detectores separados é fundamental para suprimir ruídos, que constituem os principais problemas enfrentados nesse tipo de técnica. Através da comparação da análise dos dados encontrados nos dois observadores é possível distinguir uma fonte real de fontes não reais, mesmo que se tenha uma contribuição de ruido muito alto. O uso de dois sistemas distantes operando em conjunto também proporciona uma forma de se determinar a localização das fontes de ondas em questão, através de uma triangulação e tempo de atraso entre as detecções feitas pelo dois detectores.

[4]Disponível em:<http://revistapesquisa.fapesp.br/2017/03/17/a-nova-geracao-do-virgo/>. Acesso em 29 de novembro de 2017.

Em 2000, o LIGO em conjunto com outros interferômetros, incluindo TAMA300, GEO600 e o VIRGO, se uniram para formar um conjunto completo de detectores. Em seguida, usando as combinações desses detectores, foram feitas observações articuladas entre os anos de 2002 e 2011 sem a detecção de nenhuma OG. Após a realização de melhorias significativas, em 2015 os detectores LIGO começaram a operar como "Advanced LIGO": o primeiro em uma rede global de detectores significativamente mais sensíveis. Cada um de seus detectores conta com dois braços perpendiculares entre si com um comprimento de 4 Km cada, em que um raio laser é enviado e refletido por espelhos (suspensos como massas de teste) no final de cada braço, como mostrado na figura (3.5). Quando uma onda gravitacional passa através do detector, o alargamento e o encolhimento do espaço fazem com que os braços do interferômetro se alonguem e encolham alternadamente, um se tornando maior enquanto o outro se torna menor e vice-versa [4]. A medida que os braços mudam de comprimento, os raios laser viajam por diferentes distâncias através dos braços, o que significa que os dois raios não são mais sincronizados (ou em fase) e o que chamamos padrões de interferência são produzidos.

Figura 3.5: Diagrama simplificado do detector Advanced LIGO

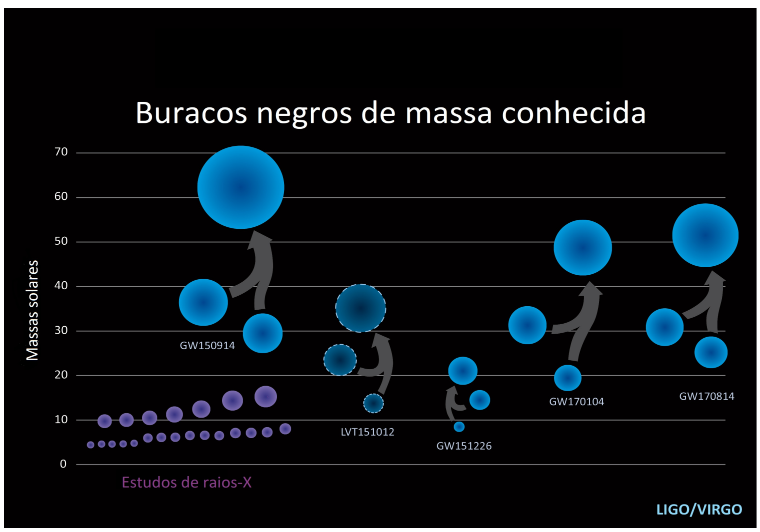


Fonte:[4]

A primeira detecção feita pelo LIGO foi a de uma OG gerada pela fusão de dois BNs com massas de 29 e 36 vezes a massa do nosso Sol, resultando na criação de um BN com massa equivalente a de 62 vezes a massa solar [4], num evento batizado como GW150414, nomenclatura que indica a data de detecção de tal evento pelo observatório. No mesmo ano da primeira observação direta de uma OG, o LIGO publica a sua segunda detecção com a fusão de mais dois BNs de massas menores que os anteriores, cerca de 14 e 7 massas solares respectivamente [5]. Depois dessas vieram mais três observações: GW170104 e GW170814, sendo essa última com a colaboração do VIRGO, ambos com a fusão de BNs [6] e [7]. Também tivemos a GW170608, mais uma vez com a fusão de dois BNs, agora com massa de cerca de 12 e 7 vezes a massa do sol [8].

Na figura (3.6) podemos ver uma ilustração referente as quatro primeiras detecções feitas pelo LIGO devido a fusão de BNs, mais uma detecção que ainda não foi confirmada.

Figura 3.6: As quatro primeiras detecções confirmadas por LIGO (GW150914, GW151226, GW170104, GW170814), mais uma detecção que não foi confirmada (LVT151012).



Fonte: Internet[5]

Anterior a divulgação da detecção GW170608, tivemos outra que foi considerada um evento sem precedentes na história da astrofísica moderna e, por isso, celebrada por cientistas do mundo inteiro. Talvez essa tenha sido uma das maiores descobertas feitas nos últimos anos: a detecção de um sistema binário de ENs durante seu processo de fusão.

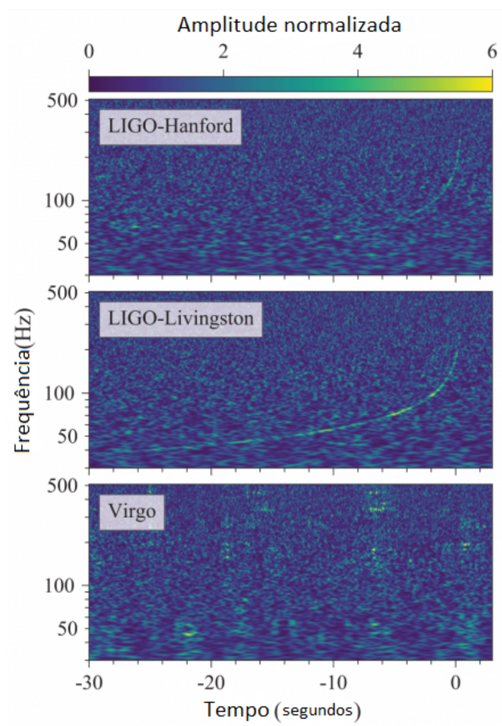
Em 17 de agosto de 2017, os interferômetros LIGO e VIRGO detectaram uma nova fonte de ondas de um sistema binário cuja causa não foram buracos negros, mas dois objetos

[5]Disponível em:<http://ligo.org/detections/GW170814.php>. Acesso em 21 de dezembro de 2017.

menores com uma massa próxima a do Sol. Isso foi deduzido através da informação sobre a pertubação espaço-temporal causado por eles. Esse evento foi chamado de GW170817 [9] e despertou alvoroço e excitação nos pesquisadores pelo fato de GW170817 não ter vindo sozinha, mas acompanhada de outras observações, como a explosão de raios-gama detectada pelo satélite Fermi da NASA [23].

As ENs, tendo um diâmetro tipico entre 10 e 20 quilômetros, provavelmente se fundiram para formar um buraco negro à uma distância de luminosidade de cerca de 40 Mpc da Terra [9]. Um dos motivos mais importante que tornaram essa descoberta tão relevante para a comunidade astronômica foi o fato de que 1,7 segundos após a detecção da OG, o telescópio espacial Fermi observava na mesma região do céu uma explosão de raios gama, batizado de GRB 170817A, confirmando que as OGs se propagam à velocidade da luz no vácuo (como previsto por Einstein), com um erro relativo inferior a 7.10^{-16} [24]. Apesar do sinal da fusão de duas ENs ser muito menor que a de BNs, sua duração é maior, nesse caso durou cerca de 100 segundos [9], cobrindo toda faixa de de frequência dos detectores LIGO.

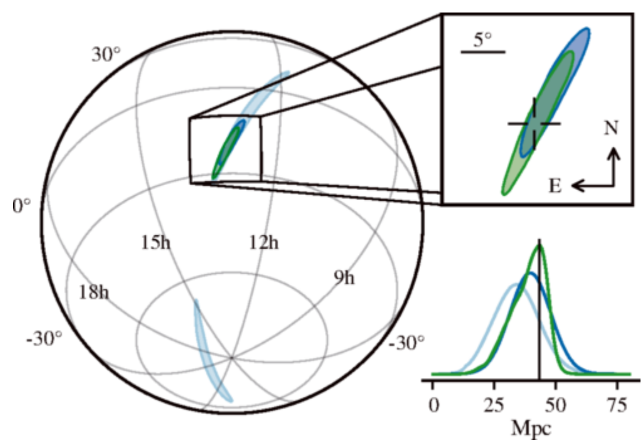
Figura 3.7: Espectrograma que mostra como a frequência do sinal (eixo vertical) de GW170817 muda com o tempo (eixo horizontal) para cada detector.



Fonte:[9]

Observando o espectrograma acima, é possível ver que o sinal VIRGO é quase impossível de distinguir, ou seja, tem uma relação sinal/ruído S/N de 2,0, muito inferior ao 8.0 S/N necessário para uma detecção. No entanto, os sinais em LIGO-Hanford e LIGO-Livingston têm S/N de 26.4 e 18.8 respectivamente [9], bem acima do limite de 8. Devido a estes sinais, é possível observar o espectrograma do VIRGO e verificar que um sinal tão fraco igual à esse deve estar localizado em um dos quatro pontos cegos do detector. Em consequência à isso, como mostrado na figura (3.8), foi possível localizar com grande precisão a região no céu em que a fonte estava localizada, através de um algoritmo de localização rápida que delimitou inicialmente uma região de 190 graus^2 (contorno azul claro), depois 31 graus^2 (contorno azul escuro), e com uma análise mais rigorosa reduziu para apenas 28 graus^2 (contornos verdes). Dessa forma foi constatado que tal fonte pertencia a galáxia elíptica NGC 4993, na constelação de Hydra. Uma vez que o alerta foi ativado, muitos instrumentos em todo o espectro eletromagnético apontaram para esta região do céu, observando sinais específicos.

Figura 3.8: Localização do céu reconstruída para GW170817 por um algoritmo de localização rápida. No painel de inserção superior direito, o retículo marca a posição da aparente galáxia hospedeira NGC 4993. O painel inferior direito mostra a distribuição de distância de luminosidade a partir das três análises de localização de onda gravitacional.



Fonte:[9]

As fusões de ENs resultam em violentas explosões de luz e calor conhecidas como kilonova, que pode ser usada para calcular a taxa de expansão do universo. Elas funcionam como sirenes padrão e assemelham-se à uma classe de objetos muito conhecidas na astronomia, as velas padrão. Tais objetos celestes liberam uma quantidade e energia conhecida na forma de luz, tornando possível inferir sua distância até nós a partir da medição de sua luminosidade. Os eventos que geram OGs também liberam uma quantidade de energia conhecida, mas que ocorre em forma de uma onda. Então, ao invés de inferir a distância de luminosidade, o detector usa a amplitude gravitacional. Portanto, os eventos relacionados com as OGs são mais comparáveis às sirenes do que às velas.

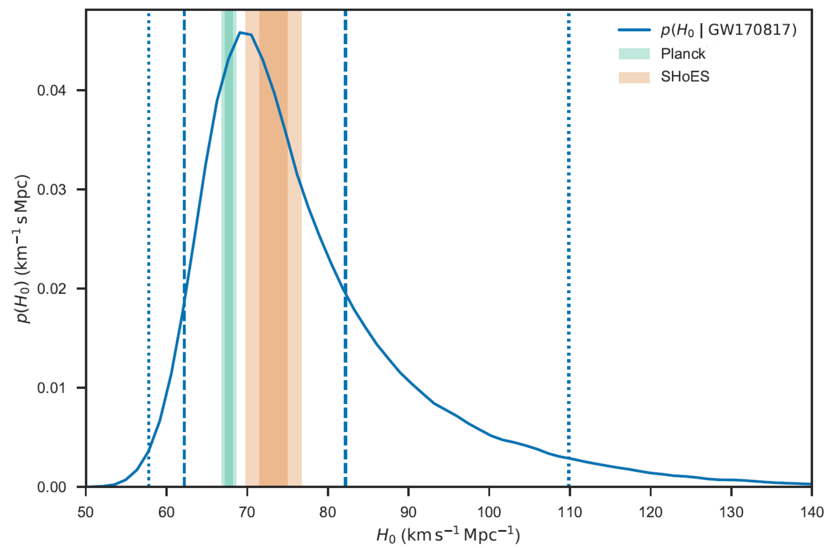
Alguns exemplos de velas padrão incluem as supernovas de tipo *Ia* e estrelas variáveis conhecidas como cefeidas. Tanto as supernovas como as cefeidas foram utilizadas no último século para medir a taxa de expansão do universo, mensurada pelo parâmetro de Hubble (H). Através do evento GW170817, pesquisadores do LIGO conseguiram fazer uma nova medição para H_0 usando um método revolucionário proposto inicialmente por Bernard F. Schutz [25]. De forma resumida, o que os pesquisadores fizeram foi calcular a distância onde ocorreu o evento através da análise dos dados de GW170817, chegando a conclusão que a fusão de ENs ocorreu à uma distancia de $d = 43.8^{+2.9}_{-6.9}$ Mpc [26]. Utilizando alguns métodos de observação da radiação eletromagnética gerada por tal evento e levando em consideração a velocidade peculiar devido a atração gravitacional, também foi possível calcular a velocidade radial da galaxia NGC 4993 na qual o evento ocorreu. Dessa forma foi possível estimar o valor para a constante de Hubble.

A figura (3.9) mostra o resultado obtido em comparação com as medições feitas pelo satélite Planck usando medidas da radiação cósmica de fundo ou CMB (Cosmic microwave background), e também com medidas de supernovas-SHoES (Supernovae, H_0, for the Equation of State of dark energy). A curva azul sólida representa a probabilidade de valores diferentes para H_0, medido a partir de GW170817 e a explosão de raios gama que o acompanhou, em comparação com de medidas de H_0 determinados a partir do CMB (Planck, verde) e supernovas (SHoES, laranja), destacando que esse novo resultado é consistente com ambos.

3.3 Fonte de Ondas Gravitacionais: Estrelas de Nêutrons e Buracos Negros

As OGs são geradas por pertubações no espaço-tempo devido a diferentes tipos de fontes, sejam elas astrofísicas ou cosmológicas. Para as astrofísicas é preciso que tais fontes ou

Figura 3.9: Comparação das medidas de H_0 feitas a partir do evento GW170817 em relação a outras medições.



Fonte:[26]

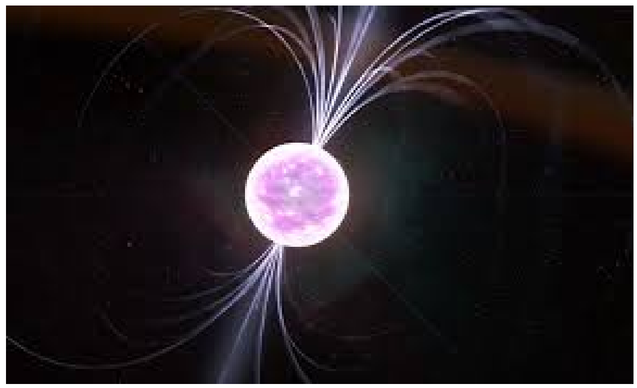
sistemas sejam massivos ou consideravelmente compactos para induzir um campo gravitacional suficientemente forte, tal como buracos negros (BNs) e estrelas de nêutrons (ENs), coalescência entre ENs, BNs, BNs e ENs ou eventos violentos como supernovas. Nesta seção analisaremos as fontes de OGs mais promissoras a detecção pelos observadores terrestres.

3.3.1 Estrelas de Nêutrons

As EN são fontes astrofísicas de OGs extremamente compactas, sua origem remonta ao colapso final do núcleo de estrelas "normais"de massas intermediárias entre $8M_\odot$ e $20M_\odot$, que ocorre quando se esgota o combustível nuclear e elas explodem como supernovas.

As estrelas normais, que são grandes massas de gás, tem um equilíbrio hidrostático graças à pressão fornecida pelo mesmo gás e pela radiação originada nas reações termonucleares que ocorrem em seu núcleo. Quando o combustível cessa, a força da gravidade comprime o núcleo da estrela no que se denomina colapso gravitacional. Durante esse processo, os prótons e elétrons dos núcleos atômicos se combinam para formar nêutrons, emitindo neutrinos. Esses nêutrons formam uma fase de matéria nuclear contínua que dá origem a uma pressão suficientemente forte que volta a apoiar toda essa estrutura, dando origem ao que conhecemos como EN, com massa entre $1,4M_\odot$ e aproximadamente $3M_\odot$ [27]. Essas estrelas tem uma relação inversa entre seu raio e massa, quanto maior a massa, menor o raio e consequentemente, devido a *conservação do momento angular*, maior a sua rotação. Se estas fontes girarem em frequências acima de 20 Hz e irradiarem ondas gravitacionais, elas estarão na banda de observação de detectores terrestres [2]. Na figura (3.10) uma representação de uma EN isolada.

Figura 3.10: Ilustração de uma estrela de nêutrons isolada



Fonte:Internet [6]

As EN isoladas podem ser consideradas fontes de OGs periódicas, onde sua frequência não varia por um longo período de tempo, de modo que qualquer variação ou assimetria sobre a EN gerará OGs. A amplitude dessa onda pode ser calculada usando a solução da equação de OG (vista no capítulo 2) e encontrada em [2], onde, se tivermos uma EN à certa distância r do observador na terra, a amplitude será dada por:

$$h \approx \frac{2G\epsilon\omega^2 I_{EN}}{r}. \tag{3.2}$$

Onde ϵ é a assimetria da estrela em torno do eixo de rotação que pode ser causada pelo núcleo sólido estabilizado que pode suportar deformações remanescentes da história passada da estrela. Esta deformação pode produzir desvios de simetria na estrela, tornando-a assim, devido a sua velocidade de rotação, uma fonte de ondas gravitacionais. Ou ϵ pode ser devido ao campo magnético interno da estrela que, se suficientemente forte, pode produzir uma pressão magnética capaz de distorcer significativamente a estrela [28]. O parâmetro I_{EN} é o

[6]Disponível em:<http://www.maiscuriosidade.com.br/10-curiosidades-surpreendentes-sobre-as-misteriosas-estrelas-de-neutrons/>. Acesso em 12 de outubro de 2017.

momento de inércia da EN, G é a constante gravitacional de Newton e $\omega = 2\pi f$, sendo f a frequência.

Assim, se a energia de rotação for convertida em parte para energia de radiação na forma de OGs, com as mesmas sendo detectadas, podemos ter novas pistas e assim estudar propriedades e dinâmica dessas estrelas.

3.3.2 Buracos Negros

Um BN é uma região de espaço-tempo em que o campo gravitacional é tão intenso que nem mesmo a luz pode escapar. Esses objetos astrofísicos são previsões de soluções obtidas da RG pelo alemão Schwarzschild e são formados quando um corpo de massa M se contrai em um tamanho menor do que o chamado *raio de Schwarzschild* dado em [29].

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}, \tag{3.3}$$

onde G é a constante de Newton, M a massa do corpo e c a velocidade da luz no vácuo.

Embora muitas vezes se pense em BNs apenas como produto do colapso gravitacional de estrelas massivas, é possível que nos momentos inciais do universo, devido a inomogeneidades, terem sidos gerados pequenas regiões cuja atração gravitacional superasse a expansão, dando origem ao que chamamos de BNs cosmológicos [30]. Os BNs de origem astrofísica contêm massas comparáveis com a de planetas, estrelas ou galáxias. Dentre essa classe são previstos: BNs de massa estelar e BNs supermassivos. Em ambos os casos existem observações que fornecem evidências de sua existência. Como o próprio nome já indica, os de massa estelar são resultados de evoluções das mesma em seu último estágio, enquanto os últimos são observados no centro de galáxias, com massa milhões de vezes maior do que a massa do nosso sol.

As OGs geradas por BNs podem ser devido ao colapso da estrela que gerou o mesmo ou pela fusão de dois BNs, como o LIGO já detectou por cinco vezes [4], [5], [6], [7] e [8]. As OGs produzidas nesses eventos astrofísicos dependem do grau de não esfericidade do colapso [31].

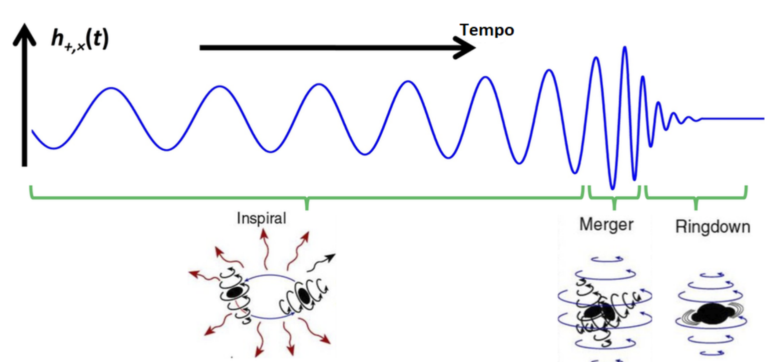
3.3.3 Sistemas Binários em Coalescência

Outra fonte de OGs é a coalescência de sistemas binários de objetos compactos como ENs e BNs. A coalescência binária compacta é uma classe de fontes em que dois objetos compactos orbitam um ao outro. Ao emitirem OGs, esses objetos vão diminuindo sua distância relativa até que se fundem em um único objeto [31].

O processo de coalescência pode ser dividido em três etapas: *Inspiral*, *merger* e *ringdown*. A fase *Inspiral* se dá quando os dois objetos estão em espiral um com o outro, enquanto o sistema perde a energia orbital e momento angular. Como consequência, a amplitude e a frequência das OGs aumenta lentamente como uma função do tempo. As fontes podem permanecer na fase *Inspiral* por centenas de milhões de anos, mas só podem ser observadas por detectores terrestres no final desta fase pelo fato de que, na fase *Inspiral*, os campos gravitacionais e as velocidades ainda serem relativamente fracas. A fase *merger* é de curta duração e ocorre após a fase *Inspiral*, quando a proximidade entre os dois objetos é tão grande que ambos começam a se fundir em um único objeto. Os campos gravitacionais são agora muito fortes e a emissão de OGs só pode ser calculada considerando-se a RG numérica [32].

Uma vez que os dois objetos foram combinados, eles entram na fase de *ringdown*. Durante esta fase, o objeto recém-formado fica oscilando levemente até se estabilizar. Na figura (3.11) segue uma figura ilustrando o processo de coalescência de dois buracos negros em função do tempo e da amplitude.

Figura 3.11: Ilustração do processo de coalescência de dois buracos negros



Fonte:Internet[7]

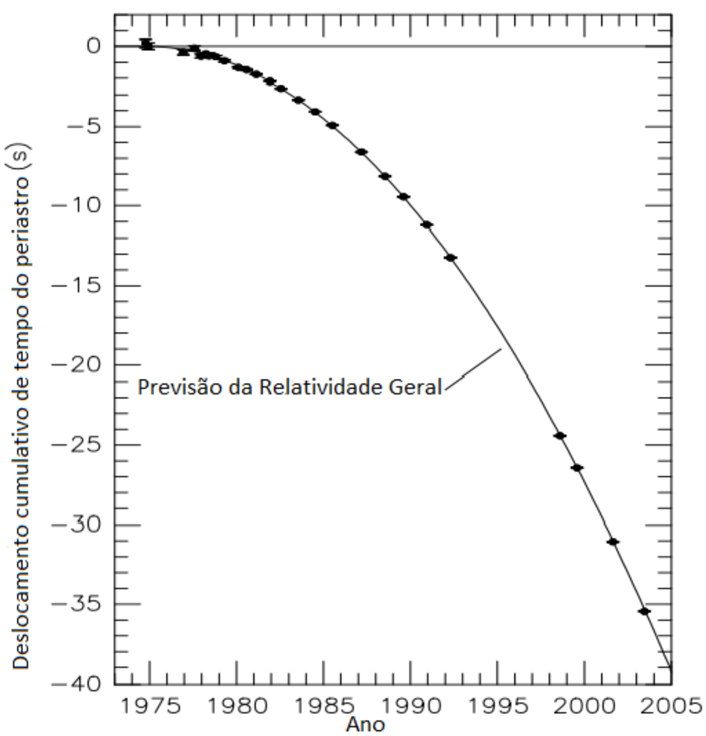
[7]Disponível em:<http://www.soundsofspacetime.org/the-basics-of-binary-coalescence.html>. Acesso em 24 de outubro de 2017.

Um tipo de EN bastante conhecida são os pulsares, que são pequenas ENs giratórias, muito densas, que possuem um campo magnético muito forte e emitem um feixe de radiação causado pelo aderência de partículas atômicas pela força magnética, que as lança no espaço em altas velocidades.

Talvez o sistema binário mais famoso seja o pulsar PSR1913+16 [33]. A evolução orbital do pulsar PSR1913+16 forneceu a primeira evidência indireta da emissão de OGs, o que rendeu o Nobel de Física ao pesquisadores Russell Hulse e Joseph Taylor em 1993.

Por volta de 1983, Taylor e seus colaboradores observaram que a órbita do sistema binário tinha mudado desde a sua descoberta. Em 2004 Taylor publicou um artigo mostrando o resultado de trinta anos de observações do sistema, como observado na figura abaixo, apontando que ouve uma mudança na hora do periastro[1], o decaimento da órbita é comparado com a previsão feita pela RG [34].

Figura 3.12: Mudança na hora do Periastro do pulsar binário Hulse-Taylor



Fonte:[34]

Portanto, as observações feitas sobre o pulsar estão de acordo com as previsões da RG.

[1]Ponto de maior aproximação do pulsar e sua companheira.

O sistema binário perde energia fazendo sua órbita encolher até que as estrelas entrem em coalescência. Esse processo pode gerar ondas gravitacionais fortes o suficiente para serem detectadas.

3.3.4 Fundos Estocásticos

Além da radiação gravitacional gerada por fontes discretas, é provável que universo seja permeado por um fundo de ondas gravitacionais que resultam de uma superposição de inúmeros sistemas discretos e também de processos fundamentais, como o Big Bang. Esse fundo é o que chamamos de fundo estocástico de OGs.

Podemos conceituar processos estocásticos como sendo qualquer processo que descreve a evolução no tempo de um fenômeno aleatório, ou seja, processos que contém variáveis aleatórias que são usadas para estudar ou descrever fenômenos da natureza [35]. Diferente dos processos determinísticos, onde, se conhecermos as condições iniciais e os parâmetros envolvidos, podemos prever o que vai acontecer em dado tempo no futuro; em um processo estocástico, não sabemos com exatidão para que direção tal processo pode fluir, mesmo que as condições iniciais sejam conhecidas.

Nesse contexto, o fundo estocástico de radiação gravitacional é um sinal aleatório de ondas gravitacionais produzido por um grande número de fontes independentes. Esse fundo estocástico é dividido em duas classes: o fundo primordial e o fundo astrofísico. O fundo primordial consiste em radiação originada do universo primordial, como o Big Bang. O fundo astrofísico vem da radiação gravitacional de fontes astrofísicas, como EN, BN, fusão de objetos compactos, entre outros corpos.

O fundo estocástico seja ele astrofísico ou cosmológico é caracterizado pela parâmetro de densidade de energia gravitacional dado pela Eq.(3.4):

$$\Omega_{og}(\nu_{obs}) = \frac{1}{\rho_{cr}} \frac{d\rho_{og}}{d(ln(\nu_{obs}))}, \tag{3.4}$$

sendo ρ_{og} a densidade de energia gravitacional, ν_{obs} a frequência observada e ρ_{cr} a densidade crítica do universo.

Capítulo 4

Elementos de Cosmologia

Desde a Grécia antiga com os filósofos pré-socráticos até os dias atuais a humanidade busca uma resposta para a origem do universo, suas dimensões, composição e estrutura. Um desses pensadores foi Anaxágoras (500-128 a.C.), que pensava no universo como sendo constituído por pequenas sementes que não podiam ser criadas, das quais todas as outras coisas são formadas de modo que, no início do universo essas “partículas”estavam todas unidas e foram separadas pelo que Anaxágoras intitulou como *inteligência cósmica* ilimitada.

Desse período anteriormente citado até a época de 1914 à 1931, quando Einstein surge com sua teoria de gravitação e Hubble observa que as galaxias estão se afastando de nós, que podemos dividir a Cosmologia em duas partes; a antiga que se baseava apenas nas ideias de alguns pensadores, e a moderna que tem como base a teoria e observação.

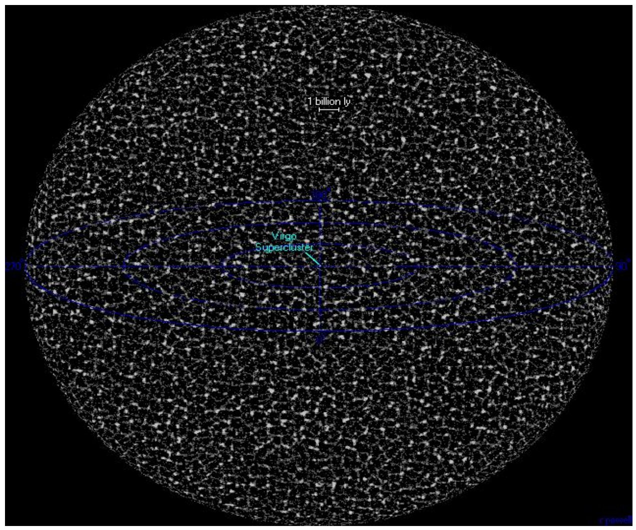
A cosmologia moderna se preocupa em estudar a evolução do espaço e da matéria do universo como um todo: desde os primeiros instantes, com a formação dos átomos primordiais, até o surgimentos de estrelas e galáxias tal como conhecemos hoje. O chamado *modelo padrão* é o modelo do Big Bang que explica o universo em seus primórdios como uma singularidade inicial, isto é, concentrado em um ponto extremamente denso e infinitamente energético que se expandiu em um determinado momento. Tal modelo é sustentado por dois grandes pilares: a teoria gravitacional de Einstein e o *princípio cosmológico*. O primeiro descreve a curvatura do espaço-tempo na presença de matéria, enquanto o segundo pode ser anunciado da seguinte forma: O Universo é homogêneo e isotrópico em grande escala, como mostrado na figura (4.1).

Observações sugerem que essa hipótese seja válida para escalas maiores que 100 Mpc.

Assim, nesta escala, as propriedades do universo não dependem da posição ou direção em que o observador se encontra.

Faremos aqui uma breve discussão sobre a cosmologia moderna, tomando como ponto de partida a *Lei de Hubble*. Abordaremos também a *métrica de Robertson-Walker*, as *equações de Friedmann* e alguns parâmetros cosmológicos.

Figura 4.1: Ilustração do universo homogêneo e isotrópico



Fonte:Internet[8]

4.1 Lei de Hubble

Utilizando um telescópio para observar galáxias, incluindo a nossa vizinha mais próxima, Andrômeda, e aplicando a relação *período-luminosidade*, Edwin Powell Hubble conclui que quanto mais distante uma galáxia estiver, maior será sua velocidade de recessão (calculada através do *redshift*), chegando ao que é chamado atualmente como *diagrama de Hubble*, que mostra a relação linear entre essas duas grandezas:

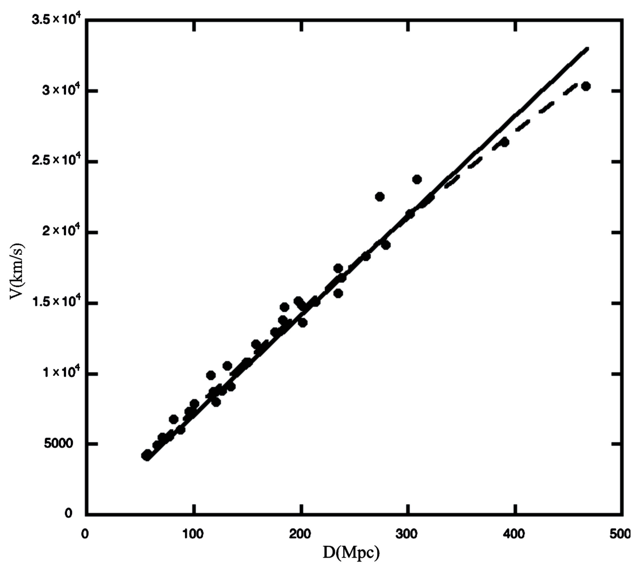
$$\mathbf{v} = H(t)\mathbf{r}. \tag{4.1}$$

[8]Disponível em:<http://astronomia.blog.br/principio-cosmologico-homogeneidade-e-isotropia/>. Acesso em 03 de outubro de 2017.

onde o termo $H(t)$ é chamado *parâmetro de Hubble*, que varia com o passar do tempo. Seu valor estimado hoje é o que chamamos de *constante de Hubble* (H_0). O valor aproximado de H_0 é calculado usando objetos astrofísicos individuais que possuem algumas propriedades que permitem que sua luminosidade intrínseca seja determinada. O valor atua da *constante de Hubble* é $H_0 = 72 - 74\ kms^{-1}Mpc^{-1}$ [36].

Através da *Lei de Hubble* se chegou a conclusão de que o universo está se expandindo, e quanto mais distante se observa, mais rápido é essa expansão. Pela aplicação direta do *princípio cosmológico*, qualquer observador que esteja em uma galáxia distante deve observar a mesma expansão que um observador aqui na Terra observaria. Assim, em um universo isotrópico homogêneo não há pontos privilegiados, a expansão parece ser a mesma para todos os observadores [37].

Figura 4.2: Ilustração do diagrama de Hubble.



Fonte:[38].

4.1.1 Redshift

Um parâmetro de bastante importância na cosmologia é o chamado *redshift* ou desvio para o vermelho, definido como o deslocamento fracionário no comprimento de onda do fóton emitido por uma galáxia distante à um tempo t_{emi}, observado na Terra hoje.

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{emi}}{\lambda_{emi}}. \tag{4.2}$$

Para z positivo, significa que a galáxia está se afastando do observador na Terra, ou seja, o *redshift*; e para z for negativo, significa que a galáxia está se aproximando do observador na Terra, é o chamado *blueshift*. O fator de escala que mede a expansão ou a contração do universo está relacionado com o *redshift* da seguinte forma:

$$1 + z = \frac{a_0}{a}. \tag{4.3}$$

sendo a_0 o fator de escala na presente época.

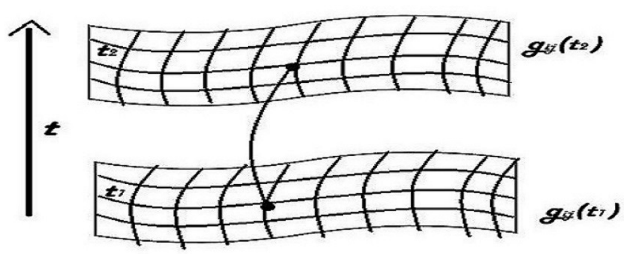
4.1.2 Referencial Co-móvel

Podemos definir o referencial co-móvel como aquele que acompanha a expansão do universo, onde suas coordenadas permanecem as mesmas em quaisquer instantes de tempo. Neste sistema as distâncias relativas a um dado objeto que acompanha a expansão cosmológica são escalonadas através do fator de escala [39]. Somente para esses observadores no referencial co-móvel, o universo é isotrópico.

4.2 Métrica de Robertson-Walker

De acordo com princípio cosmológico, a métrica do universo pode ser entendida como uma sequência de hipersuperfícies espaciais ordenada pelo tempo, cada uma delas sendo homogênea e isotrópica, que representa o universo em um tempo t.

Figura 4.3: Representação de hipersuperfícies espaciais ordenada pelo tempo.



Fonte:Autor.

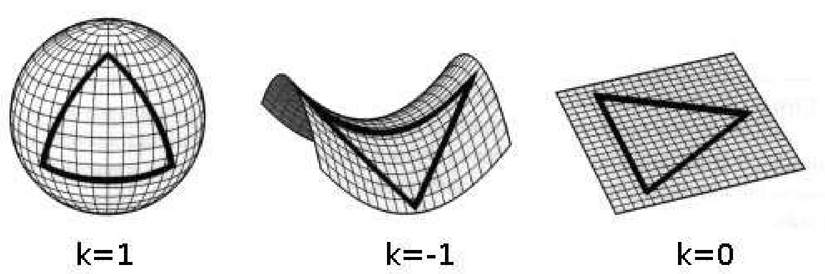
O termo homogêneo significa que todos os pontos da hipersuperfície são equivalentes, não existe nenhum ponto privilegiado. Isotrópico implica que não há qualquer direção privilegiada, as hipersuperfícies assumem os mesmo aspecto em todas as direções.

A métrica que melhor descreve um universo homógeno e isotrópico é a chamada *métrica de Robertson-Walker*, dada em [40], [37] e [41],

$$ds^2 = c^2dt^2 - a^2(t)[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)]. \tag{4.4}$$

onde t é o tempo, c é a velocidade da luz, θ, ϕ e r são coordenadas co-móveis, k é uma constante que pode ter um valor positivo, negativo ou nulo, correspondendo ao universo fechado, aberto ou plano, respectivamente.

Figura 4.4: Ilustração do universo com diferentes curvaturas



Fonte:Internet[9]

4.3 Equações de Friedmann

Agora que já temos a forma geral da métrica que descreve o universo isotrópico e homogêneo, podemos nos preocupar com as equações que descrevem como o universo evolui. Tais equações são chamadas *equações de Friedmann*, que podem ser deduzidas fazendo a substituição da métrica (4.4) nas equações de Einstein com a *constante cosmológica* [41].

A primeira equação deduzida a partir das componentes espaciais da métrica e do tensor energia-momento:

[9]Disponível em:<http://www.das.inpe.br/ciaa/cd/HTML/Copy20of20cosmologia/710.htm>. Acesso em 15 de fevereiro de 2018.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}. \tag{4.5}$$

A segunda é deduzida a partir da componentes espaciais:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3\frac{p}{c^2}) + \frac{\Lambda}{3}. \tag{4.6}$$

Onde ρ é a densidade de matéria, k a constante que defini se o universo é plano, esférico ou hiperbólico, p a pressão e Λ é a constante cosmológica. Essas equações descrevem a dinâmica do universo.

4.3.1 O Conteúdo do Universo

Já havíamos assumido pelo princípio cosmológico que o universo é homogêneo e isotrópico em grandes escalas, vamos agora assumir que o conteúdo do universo pode ser modelado como um fluido perfeito em escalas suficientemente grandes, isto é, uma consequência direta do *Postulado de Weyl* dado em [42], que em outras palavras diz que: A matéria em escalas cosmológicas se comporta como um fluido perfeito, cujas componentes se movem ao longo de geodésicas tipo-tempo que não se interceptam a não ser em um ponto no passado.

Dessa forma, podemos assumir o universo composto por um fluido com densidade e pressão. Sendo o tensor energia-momento, no qual as quantidades u^α e u^β são as quadri-velocidades do fluido no referencial co-móvel, dado por:

$$T^{\alpha\beta} = (\rho + p)u^\alpha u^\beta - pg^{\alpha\beta}. \tag{4.7}$$

E utilizando a lei de conservação:

$$T^{\alpha\beta}{}_{;\beta} = 0. \tag{4.8}$$

Podemos encontrar a equação da conservação:

$$\dot{\rho} + \frac{3\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0. \tag{4.9}$$

Através do *Postulado de Weyl* podemos definir equações de estado, dentro da aproximação de que o universo é composto por um fluido perfeito. Definimos então:

$$p = \omega\rho. \tag{4.10}$$

onde ω é adimensional e tem um valor para cada tipo de fluido perfeito. Fazendo a substituição na equação de conservação e realizando a integração, temos :

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{a}{a_0}\right)^{-3(1+\omega)}. \tag{4.11}$$

Para $\omega = 0$ corresponde ao universo dominado por matéria, sem pressão. Por outro lado se tivermos $\omega = \frac{1}{3}$, obteremos o universo dominado por radiação ou matéria relativística e para $\omega = -1$ se tem o o universo dominado por uma constante cosmológica.

A densidade de energia do universo tem contribuições dos diferentes conteúdos. Sendo o universo plano, ou seja $k = 0$, temos:

$$\rho = \rho_{m,0} a^{-3} + \rho_\Lambda. \tag{4.12}$$

Onde $\rho_{m,0}$ corresponde a densidade de matéria na presente época, respectivamente. Atualmente se sabe que a contribuição da densidade de radiação é quase nenhuma, de modo que nesse trabalho consideramos com sendo nula. Aqui, adotamos $a_0 = 1$.

No caso em que ω não for constante, mas sim um $\omega = \omega(z)$, vemos que a densidade da equação (4.11) será dada por:

$$\rho_{\omega(z)} = \rho_{\omega,0(z)} e^{3f(z)}. \tag{4.13}$$

onde $f(z) = \int \frac{dz}{(1+z)}(1 + \omega(z))$, e agora a densidade de energia total do universo pode ser escrita como:

$$\rho = \rho_{m,0} a^{-3} + \rho_{\omega,0(z)} e^{3f(z)}. \tag{4.14}$$

podemos ver que se o $\omega = -1$ na equação (4.14), nós voltamos ao caso de (4.12).

A equação (4.13) pode ser utilizada devido ao fato da energia escura ser de natureza ainda desconhecida. A constante cosmológica surge como uma solução simples e prática para explicar a energia escura, mas traz divergências em seu valor de mais de 100 ordens de grandeza entre o valor observado e o valor previsto pelos modelos. Assim, é aceitável considerar que na equação da energia escura o ω tenha dependência com *redshift* com o intuito de encontrar uma explicação razoável para a aceleração do universo.

4.4 Parâmetros Cosmológicos

4.4.1 Densidade Crítica

Um parâmetro de bastante importância na cosmologia é a *densidade crítica do universo*, que nos mostra qual deve ser a densidade do universo se o mesmo tiver sua seção espacial plana. Podemos ver isso na equação (4.5), em que $\Lambda = \rho_\Lambda 8\pi G$ [41], sendo a densidade total do universo $\rho = \rho_m + \rho_\Lambda$, com $k = 0$, temos a densidade crítica:

$$\rho_{cri} = \frac{3H^2}{8\pi G}. \tag{4.15}$$

Se a densidade do universo for maior que a densidade crítica, então teremos o universo fechado. Mas se a densidade for menor, teremos o universo aberto.

4.4.2 Parâmetro de Densidade

Podemos agora definir o *parâmetro de densidade do universo*, que mede a densidade total do universo em termos da densidade crítica.

$$\Omega_{tot} = \frac{\rho}{\rho_{cri}}. \tag{4.16}$$

O universo é plano se $\Omega_{tot} = 1$, fechado se $\Omega_{tot} > 1$ e aberto se $\Omega_{tot} < 1$. O parâmetro de densidade total tem contribuições de cada tipo de conteúdo do universo em comparação com a densidade crítica.

Sendo o universo plano, temos:

$$\Omega_{tot} = \Omega_m + \Omega_\Lambda = \frac{\rho_m}{\rho_{cri}} + \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{cri}}. \tag{4.17}$$

4.4.3 Parâmetro de Hubble

Agora podemos reescrever o parâmetro de Hubble para universo plano, utilizando as equações (4.5), (4.11) e (4.16). Dessa forma obtemos:

$$H^2 = H_0^2[\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda], \tag{4.18}$$

onde

$$H = \frac{H_0}{E(\Omega, z)}. \tag{4.19}$$

Aqui:

$$E(\Omega, z) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}}. \tag{4.20}$$

em que H_0, $\Omega_{m,0}$ e Ω_Λ são os valores atuais da constante de Hubble, parâmetro de densidade de matéria e parâmetro de densidade de constante cosmológica, respectivamente. Para o caso de o ω não ser constante, vamos ter a seguinte relação:

$$H = \frac{H_0}{F(\Omega, f, z)}, \tag{4.21}$$

no qual

$$F(\Omega, f, z) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{\omega(z),0}e^{3f(z)}}}. \tag{4.22}$$

4.4.4 Tempo e Redshift

A relação entre o tempo e o *redshift* pode ser obtida a partir da derivada em relação ao tempo da equação (4.3), para a presente época temos $a_0 = 1$:

$$\frac{dz}{dt} = -(1+z)H(t). \tag{4.23}$$

Utilizando a equação (4.18) e integrando, obtemos:

$$\int dt = -\frac{1}{H_0}\int \frac{E(\Omega, z)}{(1+z)}dz. \tag{4.24}$$

se definimos o tempo zero como correspondente à um dado *redshift*, então o tempo em que a luz foi emitida que nos alcança com o *redshift* z é dado por [41]:

$$t(z) = \frac{1}{H_0} \int_0^z \frac{E(\Omega, z')}{(1+z')} dz'. \tag{4.25}$$

4.4.5 Distâncias Cosmológicas

Vamos calcular a distância co-móvel para um objeto astrofísico com coordenadas (ϕ, θ, r) que emite um sinal luminoso ou uma OG em nossa direção onde $ds = 0$. Considerando ϕ, θ fixos, o que implica $d\phi = d\theta = 0$, temos a seguinte relação:

$$dr = -\frac{dt}{a} = -(1+z)dt. \tag{4.26}$$

Lembrando da equação (4.23), podemos escrever:

$$dt = -\frac{1}{H_0} \frac{E(\Omega, z)}{(1+z)} dz, \tag{4.27}$$

O que implica em:

$$dr = \frac{E(\Omega, z)}{H_0} dz. \tag{4.28}$$

Considerando que estejamos na origem e o objeto emitiu o sinal no passado correspondente a um *redshift* z à uma distancia r, obtemos:

$$r(z) = \frac{1}{H_0} \int_0^z E(\Omega, z) dz. \tag{4.29}$$

Este resultado nos fala que, para conhecer a relação entre coordenadas de dois objetos, é preciso que se tenha um modelo cosmológico explicito no qual se possa conhecer a natureza do $E(\Omega, z)$.

Outro parâmetro importante para as medidas de distâncias cosmológicas é o fluxo na superfície de uma fonte esférica de raio R dado em [43].

$$F(R) = \frac{L}{4\pi R^2}. \tag{4.30}$$

onde $L = \frac{energia}{tempo}$ é chamada de luminosidade absoluta.

Para o fluxo que é detectado na Terra, é preciso levar em conta os efeitos cosmológicos da expansão, visto que a emissão ocorreu no passado correspondente a um *redshift* z, onde esse sinal atravessa uma esfera de $raio = a(t)r$ que é a distancia co-móvel, até chegar ao detector terrestre. Dessa forma podemos escrever o fluxo observado no detector como:

$$F = \frac{L}{4\pi(1+z)^2 r^2} = \frac{L}{4\pi d_L^2}. \tag{4.31}$$

onde d_L^2 é chamada de *distancia luminosidade*:

$$d_L = (1+z)r. \tag{4.32}$$

A vantagem em utilizar a equação acima é que podemos continuar usando uma expressão para o fluxo com o inverso do quadrado da distância [39].

Capítulo 5

Fundo Estocástico de Ondas Gravitacionais de Estrelas de Nêutrons para Diferentes Modelos Cosmológicos

Ondas gravitacionais são produzidas por um grande número de diferentes fontes, sejam elas astrofísicas ou cosmológicas. Entre esses corpos podemos citar: supernovas, colapso de estrelas para formar buracos negros (BNs), fusão de BNs e estrelas de nêutrons (ENs), dentre outros objetos. Desta forma, é bastante presumível que o universo seja permeado por um fundo estocástico gerado por essas ondas, tornando o seu estudo bastante importante para a compreensão das propriedades das fontes em questão.

No presente capítulo vamos estudar o fundo estocástico de OGs gerado pela fusão de ENs usando diferentes modelos cosmológicos. Usaremos os dois modelos descritos no capítulo 4, o modelo ΛCDM e um modelo dinâmico parametrizado que considera o termo ω dependente do tempo, o qual chamaremos modelo ω-CDM. Usaremos duas parametrizações para o ω, ambas encontradas em [44].

5.1 Propriedades Espectrais

O espectro estocástico de OGs é caracterizado pelo parâmetro de densidade de energia gravitacional dada por [45]:

$$\Omega_{og}(\nu_{obs}) = \frac{1}{\rho_{cr}} \frac{d\rho_{og}}{d(ln(\nu_{obs}))}. \tag{5.1}$$

onde ρ_{og} é a densidade de energia gravitacional, ν_{obs} a frequência observada e $\rho_{cr} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$ a densidade crítica. Se tivermos um fundo estocástico de fontes astrofísicas, podemos reescrever a equação acima da seguinte forma [46]:

$$\Omega_{og}(\nu_{obs}) = \frac{1}{c^3 \rho_{cr}} \nu_{obs} F_{obs}(\nu_{obs}). \tag{5.2}$$

onde F_{obs} é o fluxo de energia na frequência observada ν_{obs} sobre os eventos, podendo ser escrito como:

$$F_{obs} = \int f_{obs}(\nu_{obs}, z) dR = \int f_{obs}(\nu_{obs}, z) \frac{dR}{dz} dz. \tag{5.3}$$

sendo dR a taxa diferencial de geração de OGs e o parâmetro f_{obs} o fluxo médio de energia por unidade de frequência, por unidade de área, emitido por uma única fonte, ou por um único sistema, que é dado por:

$$f_{obs}(\nu_{obs}, z) = \frac{1}{4\pi d_L^2} \frac{dE_{og}}{d\nu} (1+z)^2. \tag{5.4}$$

Aqui $d_L = r(z)(1+z)$ é a distancia luminosidade, $\nu = \nu_{obs}(1+z)$ é a frequência no referencial da fonte e o termo $\frac{dE_{og}}{d\nu}$ é o espectro de energia emitido.

A taxa diferencial de geração de OGs por *redshift* depende da taxa de formação por volume co-móvel das fontes astrofísicas que irão gerar essas ondas. Essa taxa é dada em [47] por:

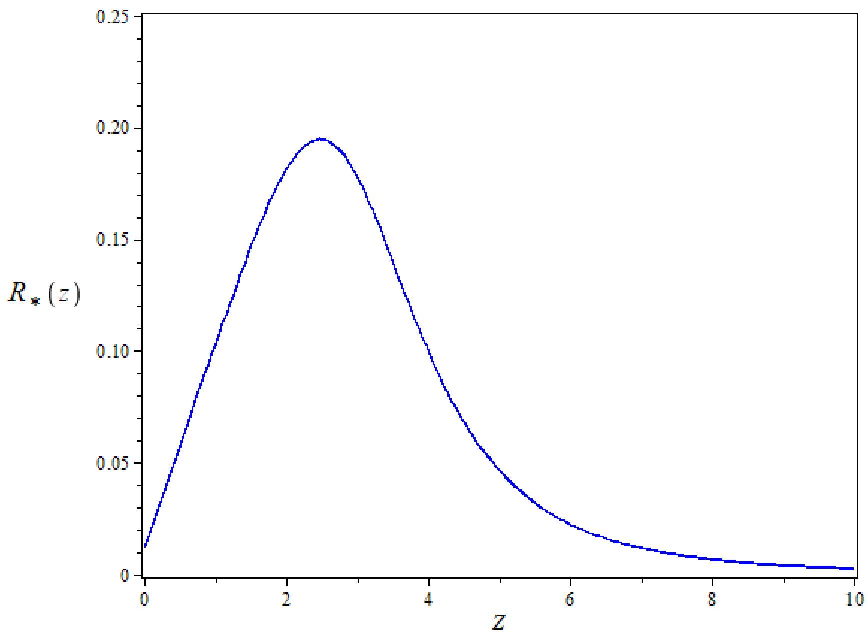
$$\frac{dR}{dz} = \lambda \frac{R_*(z)}{(1+z)} \frac{dV}{dz}. \tag{5.5}$$

onde $\frac{dV}{dz}$ é o elemento de volume co-móvel que dependerá do modelo cosmológico adotado, $R_*(z)$ é a taxa de formação estelar das fontes que podem ser de ENs, BNs entre outros corpos astrofísicos. Para ENs, a taxa de formação estelar é dado por [47]:

$$R_*(z) = h\frac{0,017 + 0,13z}{1 + (z/3,3)^{5,3}} M_\odot yr^{-1} Mpc^{-3}. \tag{5.6}$$

sendo $M_\odot$ a massa do sol, e $h = 0,7$ o valor da *constante de Hubble*. Vale ressaltar que a função de taxa de formação acima é válida para *redshifts* de até $z \approx 6$. Em [10] é possível encontrar outras funções para *redshifts* maiores ou menores que 6. Escolhemos a função acima por considerar $z = 6$ já muito alto para os nossos objetivos. O gráfico desse taxa de formação em função do *redshift* é dado pela figura 5.1.

Figura 5.1: Taxa de formação estelar



Fonte: Autor.

O parâmetro λ na Eq.(5.5) é a fração de massa que é convertida em fontes de OGs dado pelo produto $\lambda = \beta_{EN} f_b \lambda_{EN}$, onde β_{EN} é a fração de sistemas binários que, após o segundo evento de supernova de suas estrelas, continuam sendo sistemas binários; f_b fornece a fração de sistemas binários maciços formados em toda a população de estrelas, e λ_{EN} é a fração em massa de progenitores de ENs dado por:

$$\lambda_{EN} = \int_{8M_\odot}^{40M_\odot} \zeta(m)dm = 9 \times 10^{-3} M_\odot^{-1}. \tag{5.7}$$

onde $\zeta(m) = 0.17m^{-2.35}$ é a função de massa inicial de Salpeter [48].

Voltando ao parâmetro de densidade na equação (5.2), podemos substituir o fluxo de energia e obter a seguinte expressão:

$$\Omega_{og}(\nu_{obs}) = \frac{1}{c^3\rho_{cr}}\nu_{obs}F_{obs}(\nu_{obs}) = \frac{\nu_{obs}}{c^3\rho_{cr}}\int f_{obs}(\nu_{obs}, z)\frac{dR}{dz}dz. \tag{5.8}$$

Podemos também reescrever a equação acima como:

$$\Omega_{og}(\nu_{obs}) = \frac{\lambda\nu_{obs}}{4\pi c^3\rho_{cr}}\int \frac{R_*(z)}{r^2(1+z)}\frac{dE_{og}}{d\nu}\frac{dV}{dz}. \tag{5.9}$$

A equação acima mostra que o parâmetro de densidade dependerá principalmente de quatro fatores: do espectro de energia $\frac{dE_{og}}{d\nu}$, que por sua vez depende de quais fontes estarão gerando o fundo estocástico; de $\frac{dV}{dz}$ e r que dependem da cosmologia, e do *redshifit* z.

O espectro de energia na aproximação de quadrupolo para um sistema binário com massas m_1 e m_2 em órbita circular é dado por [49].

$$\frac{dE_{og}}{d\nu} = K\nu^{-1/3}, \tag{5.10}$$

onde:

$$K = \frac{(G\pi)^{2/3}}{3}m_c^{5/3}. \tag{5.11}$$

Aqui m_c é chamada massa *chirp*, definida como:

$$m_c \equiv \frac{(m_1.m_2)^{3/5}}{(m_1+m_2)^{1/5}}. \tag{5.12}$$

Um outro parâmetro importante para o cálculo do fundo estocástico é o *Ciclo de Trabalho*, definido como a razão entre a duração típica de um único evento que gera as OGs, e o intervalo de tempo médio entre vário eventos sucessivos [49].

$$D(z) = \int \bar{\tau}(1+z)\frac{dR}{dz}dz, \tag{5.13}$$

sendo $\bar{\tau}$ a duração média de um único evento, dado em [50] por:

$$\bar{\tau}(z) = \frac{5c^5}{256\pi^{8/3}G^{5/3}}[(1+z)m_c]^{-5/3}f_L^{-8/3}. \tag{5.14}$$

onde f_L é a frequência mais baixa do detector.

Um fundo estocástico de OGs de fontes astrofísica é produzido se o intervalo de tempo médio entre a ocorrência dos eventos, for menor que o tempo médio de um único evento, assim o *Ciclo de Trabalho* deve ser $D > 1$, caso contrário com $D \leq 1$ não se teria um fundo, mas sim eventos amplamente espaçados dependendo do D, que poderiam ser resolvidos individualmente.

5.2 Coalescência de Estrelas de Nêutrons Binárias

A fusão de duas ENs, dois BNs ou uma EN e um BN estão entre as fontes mais importantes de OGs, devido à enorme energia liberada no processo. Particularmente as ENs binárias que podem liberar uma energia de cerca de 10^{46} Joules de energia [49], e que foram objetos de estudo do LIGO com a detecção da OG gerada pelo evento GW170817 [9]. Nesta seção, investigamos os processos capazes de produzir um fundo estocástico contínuo a coalescência de ENs.

Já vimos na seção anterior as propriedades espectrais que caracterizam um fundo estocástico. Para fusão de ENs temos que assumir na equação (5.12) que $m_1 = m_2 = 1,4M_{\odot}$. Como a fusão ocorre muito depois da formação das estrelas maciças, a taxa de formação estelar na equação (5.6) deve ser substituída pela taxa de coalescência por volume co-móvel por unidade de tempo [47]:

$$R_c(z) = \int_{\tau_0}^{t_{max}} \frac{1+z}{1+z_f} R_*(z_f)P(t_d)dt_d. \tag{5.15}$$

onde t_d é tempo de atraso entre a formação e a coalescência do sistema binário, z_f é o *redshift* de formação, τ_0 é o tempo médio que o sistema binário leva para evoluir para um sistema de duas ENs. Dessa forma, τ_0 é o tempo mínimo para que o sistema entre em coalescência, que para ENs tem o valor de $\tau_0 = 20Myr$ [51]. O fator $\frac{1+z}{1+z_f}$ converte a taxa do tempo de formação para o tempo de coalescência devido ao efeito de expansão cosmológica [52], o limite superior t_{max} é o tempo máximo de coalescência que é dado pelo tempo de Hubble [53], [54]. $P(t_d)$ é a distribuição de probabilidade por unidade de tempo, que é descrita da seguinte forma segundo [51]:

$$P(t_d) = \frac{B}{t_d}. \tag{5.16}$$

onde B é uma constante de normalização, $B \approx 8.7 \times 10^{-2}$ [55].

Vamos agora relembrar da equação (5.9) já com a substituição da taxa de formação estelar pela taxa de coalescência:

$$\Omega_{og}(\nu_{obs}) = \frac{\lambda \nu_{obs}}{4\pi c^3 \rho_{cr}} \int_0^{z_{sup}} \frac{R_c(z)}{r^2(1+z)} \frac{dE_{og}}{d\nu} \frac{dV}{dz}. \tag{5.17}$$

O limite superior da integral depende tanto da frequência máxima de emissão no referencial da fonte, quanto do *redshift* máximo ($z_{max} \approx 6$) do modelo da taxa de formação estelar [47], dado por:

$$z_{sup} = \begin{cases} z_{max} & \text{se} \quad \nu_{obs} < \frac{\nu_{max}}{1+z_{max}} \\ \frac{\nu_{max}}{\nu_{obs}-1} & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{5.18}$$

em que ν_{max} é a frequência máxima limitada pela ultima orbita estável do sistema [56],

$$\nu_{max} = 1,5 \left(\frac{M}{2,9 M_\odot} \right)^{-1} kHz. \tag{5.19}$$

onde $M = m_1 + m_2$ é a massa total do sistema.

Consequentemente, a forma do espectro de OGs para qualquer fundo astrofísico, é caracterizado por um corte na frequência máxima de emissão e tem um máximo em uma frequência que depende da densidade de energia espectral e da forma de distribuição do *redshift*, ou seja da taxa de formação estelar [47].

5.2.1 Parâmetro de densidade e o modelo cosmológico

Algumas quantidades importantes neste trabalho são definidas como densidades. Devido à expansão, é conveniente falar de dois volumes diferentes: volume físico e volume co-móvel. O elemento infinitesimal de volume físico em um tempo fixo t, pode ser escrito como:

$$dv = a^3(t) r^2 \sin(\theta) dr d\theta d\phi, \tag{5.20}$$

onde o fator de escala está elevado ao cubo devido a expansão nas três dimensões. Considerando apenas fontes distribuídas uniformemente no céu, podemos integrar a equação acima sobre todos os ângulos e obter:

$$dv = 4\pi a^3(t) r^2 dr. \tag{5.21}$$

O elemento de volume co-móvel é definido como sendo $dV \equiv a^{-3} dv$. Usando (6.21), encontra-se:

$$\frac{dV}{dr} = 4\pi r^2. \tag{5.22}$$

Pela regra da cadeia [57], temos:

$$\frac{dV}{dz}\frac{dz}{dr} = 4\pi r^2. \tag{5.23}$$

No capítulo 4 obtivemos a equação (4.28) a partir da cosmologia, podemos agora fazer uma substituição na equação acima e obter:

$$\frac{dV}{dz} = \frac{4\pi r^2 c}{H_0} E(\Omega, z). \tag{5.24}$$

Substituindo as equações (5.24) e (5.10) em (5.17), obtemos:

$$\Omega_{og}(\nu_{obs}) = \frac{\lambda K}{c^2 \rho_{cr} H_0} \nu_{obs}^{2/3} \int_0^{z_{sup}} \frac{E(\Omega, z) R_c(z)}{(1+z)^{4/3}} dz. \tag{5.25}$$

A equação acima foi obtida considerando o modelo cosmológico ΛCDM, que está incorporado na função $E(\Omega, z)$ dado pela Eq.(4.20). Podemos usar os mesmos procedimentos utilizados para se chegar ao parâmetro de densidade de OGs para o modelo cosmológico ω-CDM:

$$\Omega_{og}(\nu_{obs}) = \frac{\lambda K}{c^2 \rho_{cr} H_0} \nu_{obs}^{2/3} \int_0^{z_{sup}} \frac{F(\Omega, f, z) R_c(z)}{(1+z)^{4/3}} dz, \tag{5.26}$$

onde $F(\Omega, f, z)$ é dado por (4.22). É importante lembrar que $f = f(z) = \int \frac{dz}{(1+z)}(1 + \omega(z))$, se $\omega = constante$, a equação (5.26) se torna a (5.25).

5.2.2 Parametrização I

Vamos usar duas parametrizações para $\omega(z)$ dado em [44], e calcular $f(z)$ a fim de encontrar qual a é forma de $F(\Omega, f, z)$. Sendo a primeira parametrização dada por:

$$\omega(z) = \omega_0 + \omega_1 \frac{z}{1+z}, \tag{5.27}$$

onde ω_0 e ω_1 são constantes fixadas pelas observações. Podemos agora calcular a função $f(z)$:

$$f(z) = \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')} \left(1 + \omega_0 + \omega_1 \frac{z'}{1+z'}\right), \tag{5.28}$$

o que resulta em três integrais:

$$f(z) = \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')} + \omega_0 \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')} + \omega_1 \int_0^z \frac{z'dz'}{(1+z')^2}. \tag{5.29}$$

As duas primeiras integrais podem ser resolvidas diante a fórmula $\int_b^a \frac{dx}{x} = \ln(a) - \ln(b)$, e a terceira integral recorremos à uma substituição de variável $u = 1 + z'$ para poder resolvê-la. Dessa forma encontramos que:

$$f(z) = \ln(1+z)(1 + \omega_0 + \omega_1) - \omega_1 \frac{z}{1+z}. \tag{5.30}$$

Vamos substituir esse resultado na exponencial da Eq.(4.22). Obtemos:

$$e^{3f(z)} = e^{\ln(1+z)3(1+\omega_0+\omega_1)} e^{-\frac{3\omega_1 z}{1+z}}. \tag{5.31}$$

Podemos reescrever (5.31) como:

$$e^{3f(z)} = (1+z)^{3(1+\omega_0+\omega_1)} e^{-\frac{3\omega_1 z}{1+z}}. \tag{5.32}$$

Substituindo esse resultado na Eq.(4.22), encontramos:

$$F(\Omega, z) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_{m,0}(1+z)^3 + (1-\Omega_{m,0})(1+z)^{3(1+\omega_0+\omega_1)} e^{-\frac{3\omega_1 z}{1+z}}}}, \tag{5.33}$$

onde utilizamos $\Omega_{m,0} + \Omega_{\omega(z),0} = 1$. Perceba que se $\omega_0 = -1$ e $\omega_1 = 0$, voltamos à função $E(\Omega, z)$. Dessa forma a Eq.(5.26) se torna:

$$\Omega_{og}(\nu_{obs}) = \frac{\lambda K B}{c^2 \rho_{cr} H_0} \nu_{obs}^{2/3} \int_0^{z_{sup}} \frac{R_c(z)}{\sqrt{\Omega_{m,0}(1+z)^3 + (1-\Omega_{m,0})(1+z)^{3(1+\omega_0+\omega_1)} e^{-\frac{3\omega_1 z}{1+z}} (1+z)^{4/3}}} dz. \quad (5.34)$$

5.2.3 Parametrização II

Utilizaremos agora outra parametrização linear dada em [58] por:

$$\omega(z) = 3\omega_1 - 2\omega_0 + \frac{3(\omega_0 - \omega_1)}{1+z}, \quad (5.35)$$

onde ω_0 e ω_1 são constantes. Vamos agora calcular $f(z)$ usando essa parametrização:

$$f(z) = \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')} \left(1 + 3\omega_1 - 2\omega_0 + \frac{3(\omega_0 - \omega_1)}{1+z'} \right), \quad (5.36)$$

o que nos dá três integrais para se resolver:

$$f(z) = \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')} + 3\omega_1 \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')} - 2\omega_0 \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')} + 3(\omega_0 - \omega_1) \int_0^z \frac{dz'}{(1+z')^2}. \quad (5.37)$$

Resolvendo as integrais encontramos o seguinte resultado:

$$f(z) = \ln(1+z)(1 - 2\omega_0 + 3\omega_1) + \frac{3(\omega_0 - \omega_1)z}{1+z}. \quad (5.38)$$

Substituindo esse resultado na exponencial da Eq.(4.22), temos

$$e^{3f(z)} = e^{3(\ln(1+z)(1-2\omega_0+3\omega_1) + \frac{3(\omega_0-\omega_1)z}{1+z})}, \quad (5.39)$$

que podemos reescrever da seguinte forma:

$$e^{3f(z)} = (1+z)^{3(1-2\omega_0+3\omega_1)} e^{\frac{9(\omega_0-\omega_1)z}{1+z}} \quad (5.40)$$

Substituindo a equação acima em (4.22), obtemos a seguinte expressão:

$$F(\Omega, z) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_{m,0}(1+z)^3 + (1-\Omega_{m,0})(1+z)^{3(1-2\omega_0+3\omega_1)} e^{\frac{9(\omega_0-\omega_1)z}{1+z}}}}. \quad (5.41)$$

Se $\omega_0 = \omega_1 = -1$ teremos de volta a função $E(\Omega, z)$. Substituindo a equação acima na Eq.(5.26), temos:

$$\Omega_{og}(\nu_{obs}) = \frac{\lambda KB}{c^2 \rho_{cr} H_0} \nu_{obs}^{2/3} \int_0^{z_{sup}} \frac{R_c(z)}{\sqrt{\Omega_{m,0}(1+z)^3 + (1-\Omega_{m,0})(1+z)^{3(1-2\omega_0+3\omega_1)} e^{\frac{9(\omega_0-\omega_1)z}{1+z}}}\,(1+z)^{4/3}} dz. \quad (5.42)$$

5.3 Resultados e Discussões

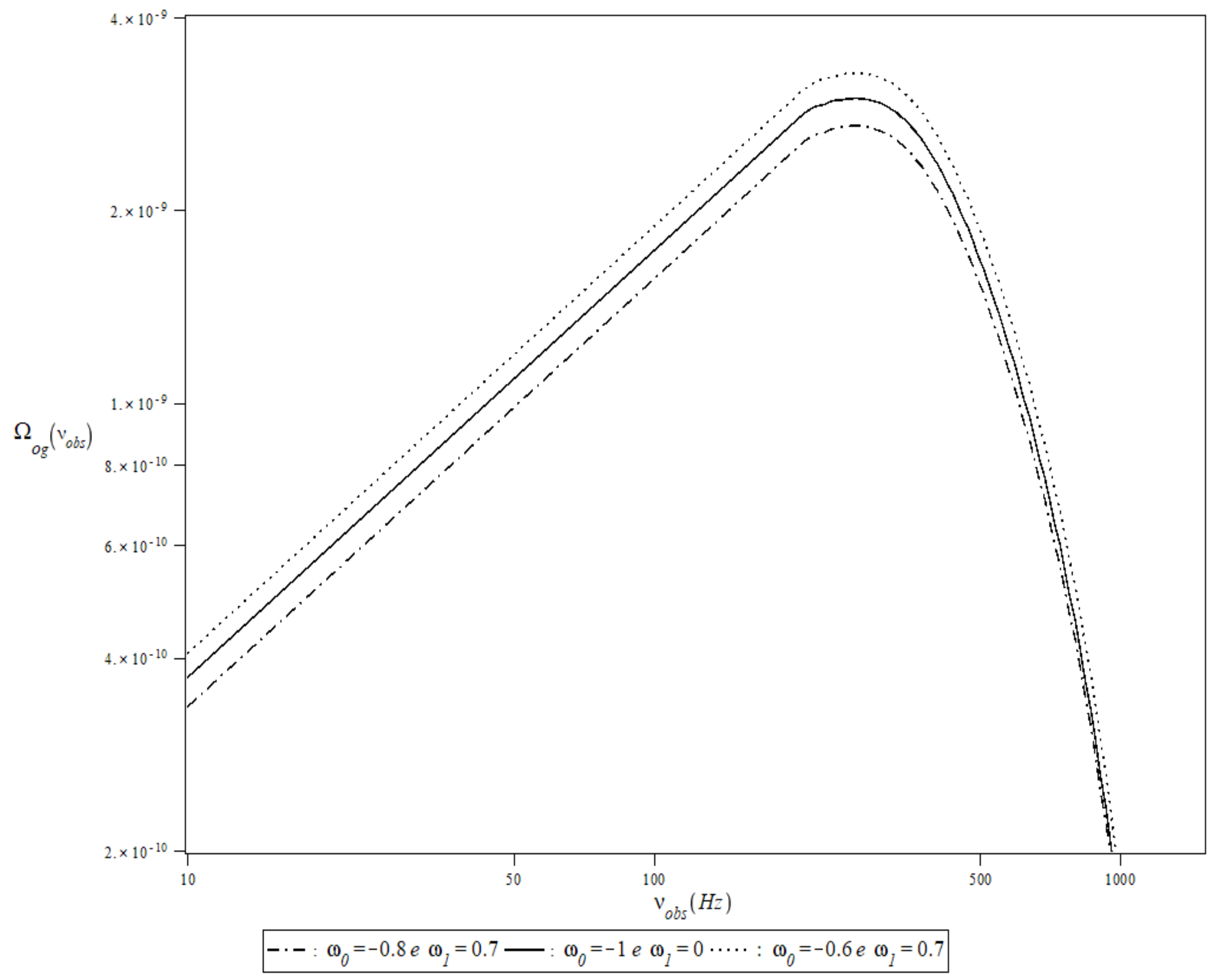
Como visto no capítulo 4, a energia escura é de natureza ainda desconhecida pela ciência, dessa forma é aceitável considerar que na sua equação de estado o parâmetro adimensional ω, tenha uma dependência temporal que pode ser determinada por diferentes parametrizações encontradas na literatura. Na presente dissertação utilizamos duas dessas parametrizações, as quais são dadas pelas equações (5.27) e (5.35), para obter o parâmetro de densidade de OGs para coalescência de ENs dado pela Eq.(5.42).

Consideramos nesta dissertação tanto para o modelo ΛCDM, como também para as parametrizações ω-CDM, os seguintes valores para os parâmetros cosmológicos ou astrofísicos envolvidos: $\Omega_{m,0} = 0.3$, e $\Omega_\Lambda = 0.7$, de modo que $\Omega_{m,0} + \Omega_\Lambda = 1$. Usamos para a fração de massa λ convertida em fontes de OGs: $\beta_{EN} = 0.024$ e $f_b = 0.136$, o que resultou em $\lambda \approx 3 \times 10^{-5} M_\odot^{-1}$ [59]. A Eq.(5.19) nos dá a frequência máxima $\nu_{max} = 1500Hz$ para a fusão de ENs, para a frequência mínima usamos $\nu_{min} = 10Hz$ para melhor analisar o espectro gravitacional. Utilizamos também: o valor usual da velocidade da luz $c = 3 \times 10^8 m.s^{-1}$, $H_0 = 72 km.s^{-1}Mpc^{-1}$[36], $\rho_{cr} = 10^{-26} kg.m^{-3}$, $B = 8,7 \times 10^{-2}$ [55]. A constante K é dada pela Eq.(6.11) e tem valor igual à: $K = 5,2 \times 10^{43} J.Hz^{-2/3}$. Sabendo os valores de todas essas constantes, é possível calcular o valor numérico do termo $\frac{\lambda KB}{c^2 \rho_{cr} H_0}$, lembrando que as unidades $[M_\odot yr^{-1} Mpc^{-3}]$ da taxa de coalescência também devem ser levadas em consideração. Dessa forma $\frac{\lambda KB}{c^2 \rho_{cr} H_0} \approx 2,8 \times 10^{-10} s^{2/3}$.

5.3.1 Resultados para a Parametrização I

Para a primeira parametrização dada pela Eq.(5.27), analisamos os diferentes casos atribuindo valores positivos e negativos para as constantes ω_0 e ω_1, sempre comparando com o modelo ΛCDM em que $\omega_0 = -1$ e $\omega_1 = 0$. Obtivemos os seguintes resultados descritos abaixo: No primeiro gráfico, o qual está descrito na figura (5.2), utilizamos valores de ω_0 e ω_1 iguais à $(-0.8, 0.7)$ e $(-0.6, 0.7)$, respectivamente. Foi possível perceber que, para $\omega_0 = -0.8$ e $\omega_1 = 0.7$ o parâmetro de densidade de OGs tem uma valor máximo abaixo do descrito pelo modelo ΛCDM, e para $\omega_0 = -0.8$ e $\omega_1 = 0.7$ esse valor ficou acima. No entanto para ambos os casos o fundo máximo ficou entre 2×10^{-9} e 4×10^{-9}.

Figura 5.2: Parâmetro de densidade para a parametrização I

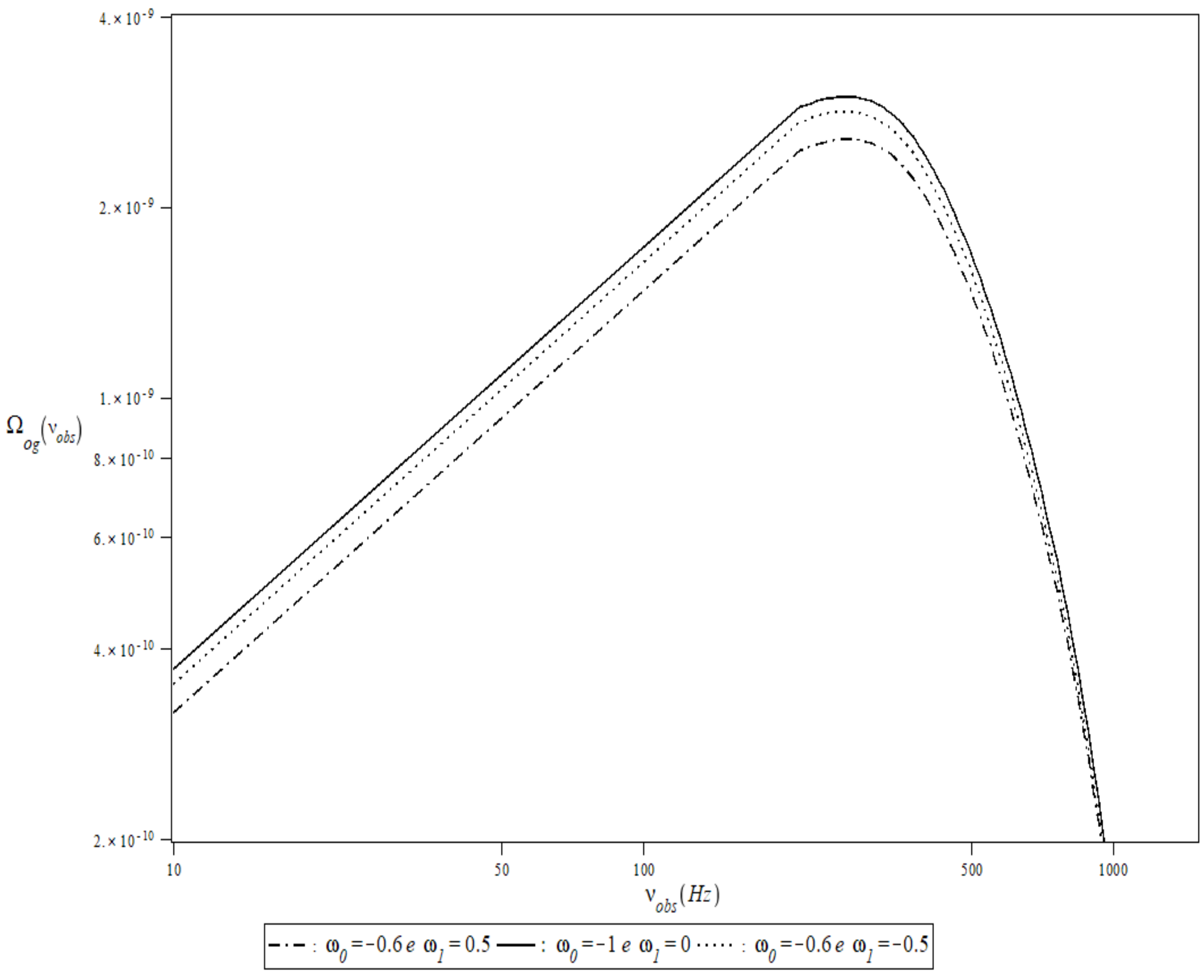


Fonte: Autor.

Para o segundo resultado, representado pela figura (5.3), os valores usados das constantes ω_0 e ω_1 na parametrização I, foram: $(-0.6, 0.5)$ e $(-0.6, -0.5)$, respectivamente. Para esses dois casos, o espectro de OGs ficou abaixo do previsto pelo modelo cosmológico ΛCDM, no entanto a diferença entre ambos os casos foi pequena, principalmente para $\omega_0 = -0.6$

e $\omega_1 = -0.5$. Da mesma forma que o resultado do gráfico (5.2), a amplitude máxima do parâmetro de densidade para as três curvas ficou entre 2×10^{-9} e 4×10^{-9}, tal resultado mostra que o espectro de OGs não sofreu muita influencia do modelo ω-CDM em comparação ao modelo padrão.

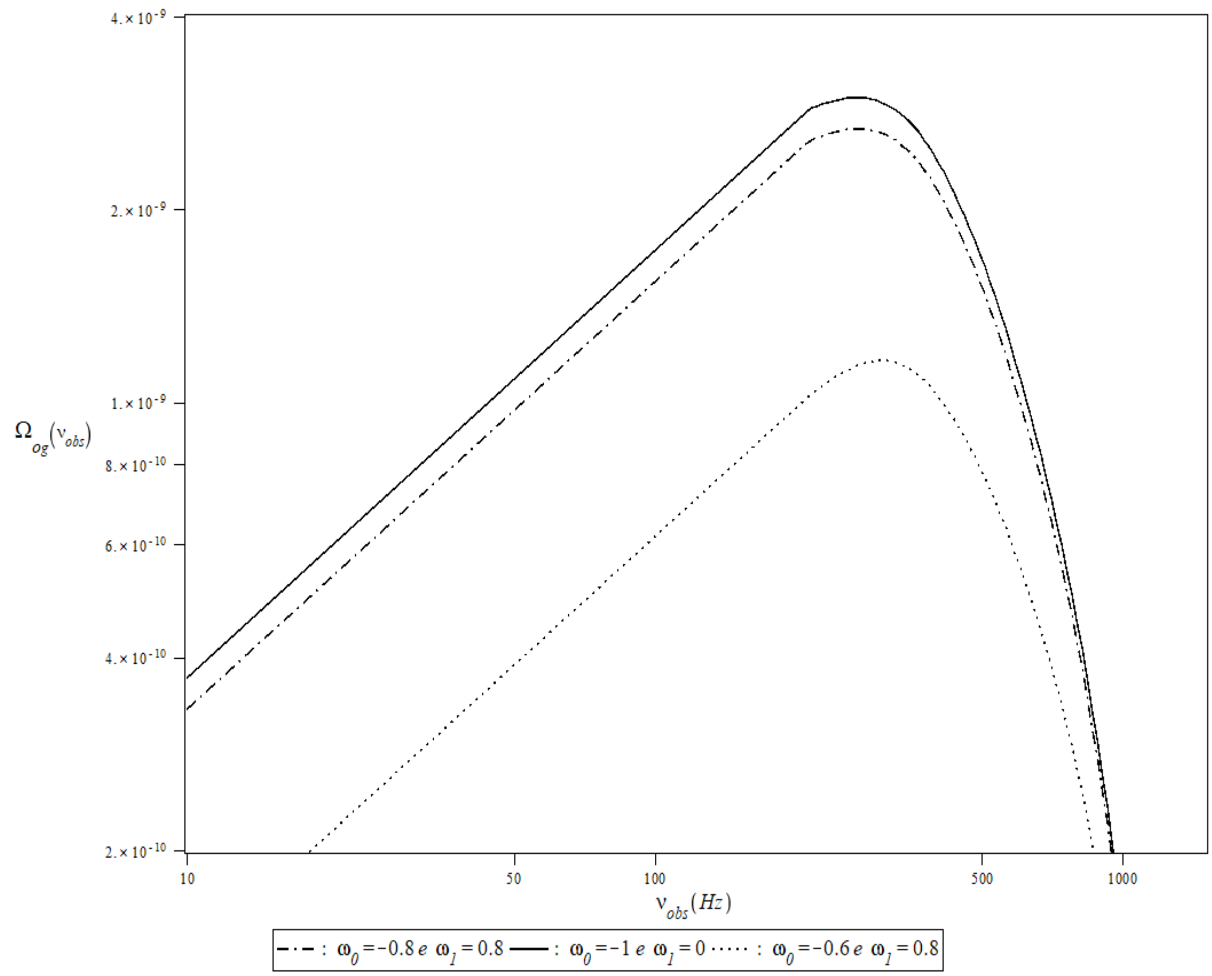
Figura 5.3: Parâmetro de densidade para a parametrização I



Fonte: Autor.

Analisemos agora o terceiro e último resultado para a parametrização I. Aqui utilizamos os seguintes valores de ω_0 e ω_1: $(-0.8, 0.8)$ e $(-0.6, 0.8)$. Neste resultado observamos uma diferença relativamente grande do parâmetro de densidade para as constantes $\omega_0 = -0.6$ e $\omega_1 = 0.8$ se comparado ao modelo padrão da cosmologia, tal que podemos observar na figura (5.4). Para essa curva o valor máximo de fundo estocástico é $\Omega_{og} = 1,16 \times 10^{-9}$ à uma frequência observada de valor $\nu_{obs} = 307,81Hz$, abaixo do descrito para o ΛCDM cujo valor é: $\Omega_{og} \approx 3.00 \times 10^{-9}$ à uma frequência $\nu_{obs} = 272.00Hz$. Dessa forma o espectro sofreu influência do modelo ω-CDM tanto em relação ao amplitude máxima, como em relação a frequência que gerou tal amplitude.

Figura 5.4: Parâmetro de densidade para a parametrização I



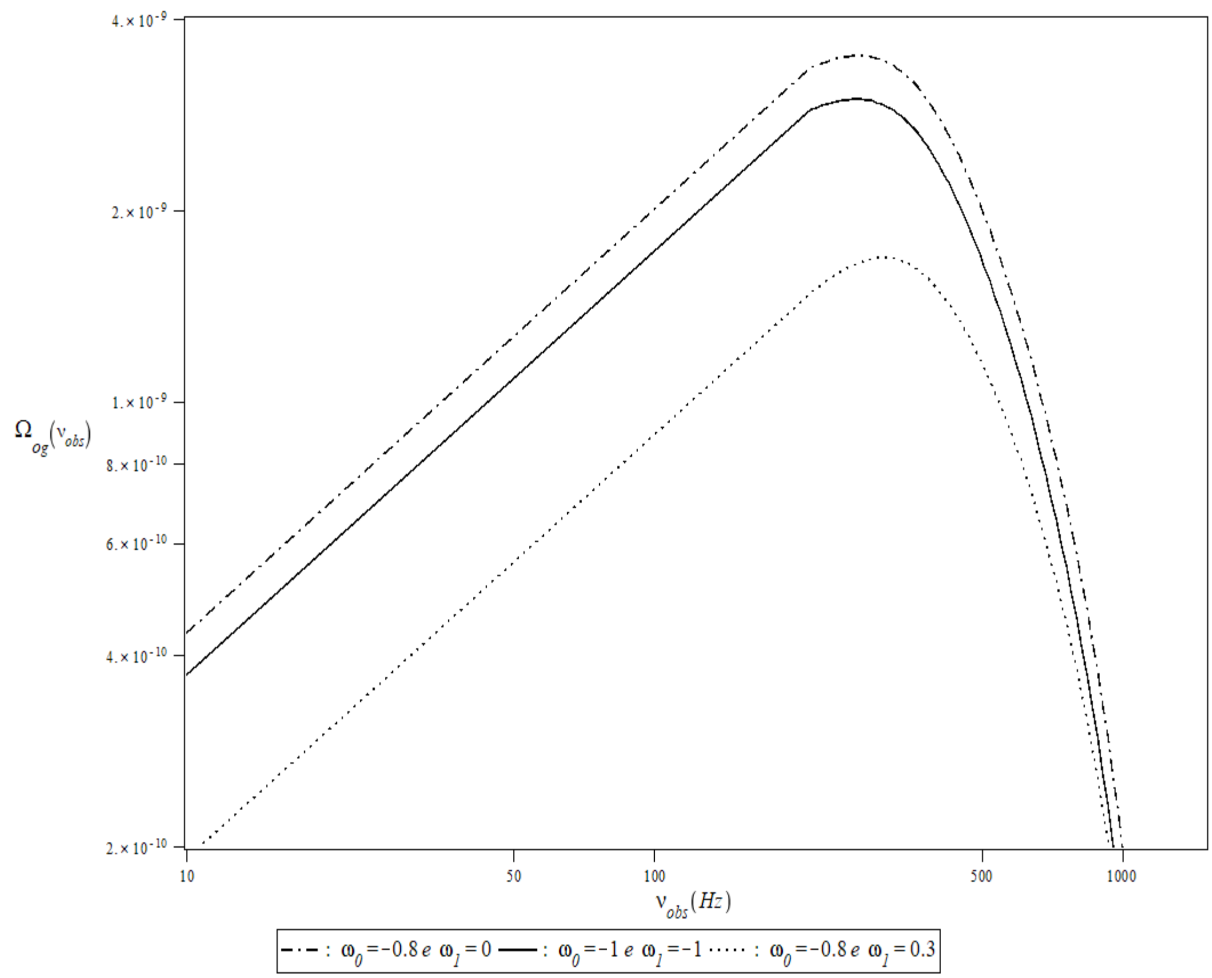
Fonte: Autor.

5.3.2 Resultados para a Parametrização II

Na segunda parametrização, a qual está descrita na equação (5.35), da mesma maneira que foi realizado usando a parametrização anterior, analisamos as diferentes previsões para o parâmetro de densidade de OGs atribuindo valores positivos e negativos para as constantes ω_0 e ω_1, sempre comparando com o modelo ΛCDM. Não obstante para esta análise, o modelo cosmológico parametrizado se torna o modelo padrão com os valores $\omega_0 = -1$ e $\omega_1 = -1$. Para essa parametrização o fundo estocástico sofreu mais influência do que na parametrização anterior, tal que podem ser observados logo a seguir.

Atribuímos primeiramente os determinados valores para ω_0 e ω_1, respectivamente, à equação (5.42) do espectro gravitacional: $(-0.8, 0.0)$ e $(-0.8, 0.3)$. Obtivemos um fundo maior e outro menor em relação ao previsto pelo modelo padrão. O fundo estocástico para $\omega_0, \omega_1 = -0.8, 0.0$ ficou um pouco acima, mas com a mesma frequência de máxima amplitude $\nu_{obs} = 272.00Hz$. Porém se tivermos os valores $\omega_0, \omega_1 = -0.8, 0.3$, o parâmetro de densidade tem um valor de $\Omega_{og} = 1.16 \times 10^{-9}$ à uma frequência de $\nu_{obs} = 307.02Hz$, praticamente os mesmos valores que encontramos em uma das curvas da figura (5.4).

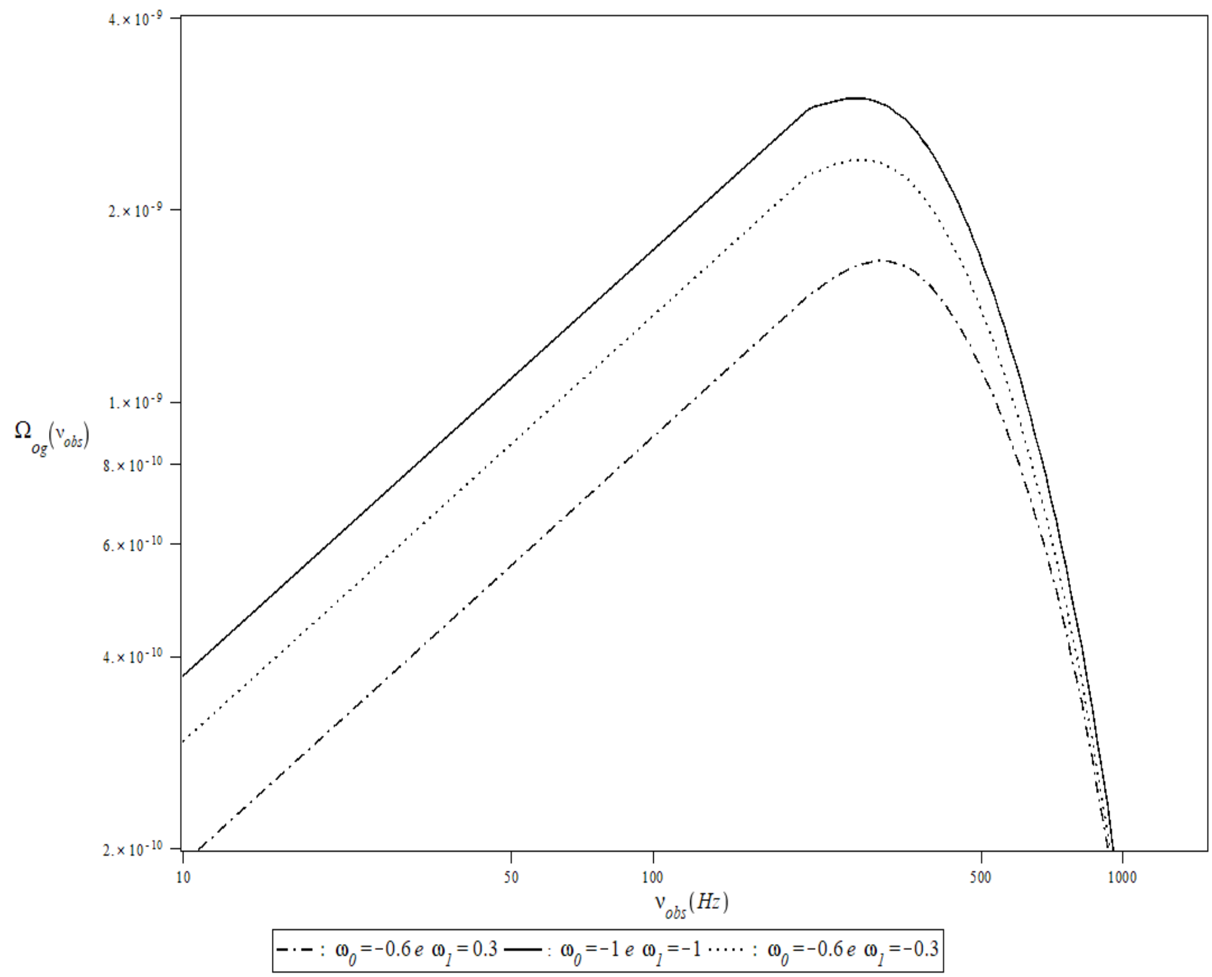
Figura 5.5: Parâmetro de densidade para a parametrização II



Fonte: Autor.

Para o segundo resultado, observamos as duas curvas parametrizadas abaixo do espectro padrão, tais curvas foram para os valores de $\omega_0, \omega_1 = (-0.6, 0.3), (-0.6, -0.3)$. O parâmetro de densidade máximo com os valores $\omega_0, \omega_1 = -0.6, 0.3$ foi de $\Omega_{og} = 1.16 \times 10^{-9}$ à uma frequência $\nu_{obs} = 308.30Hz$, valor próximo ao que vimos no gráfico (5.5) para $\omega_0, \omega_1 = -0.8, 0.3$. Já para $\omega_0, \omega_1 = -0.6, -0.3$, obtivemos $\Omega_{og} = 2.40 \times 10^{-9}$ à uma frequência $\nu_{obs} = 283.40Hz$.

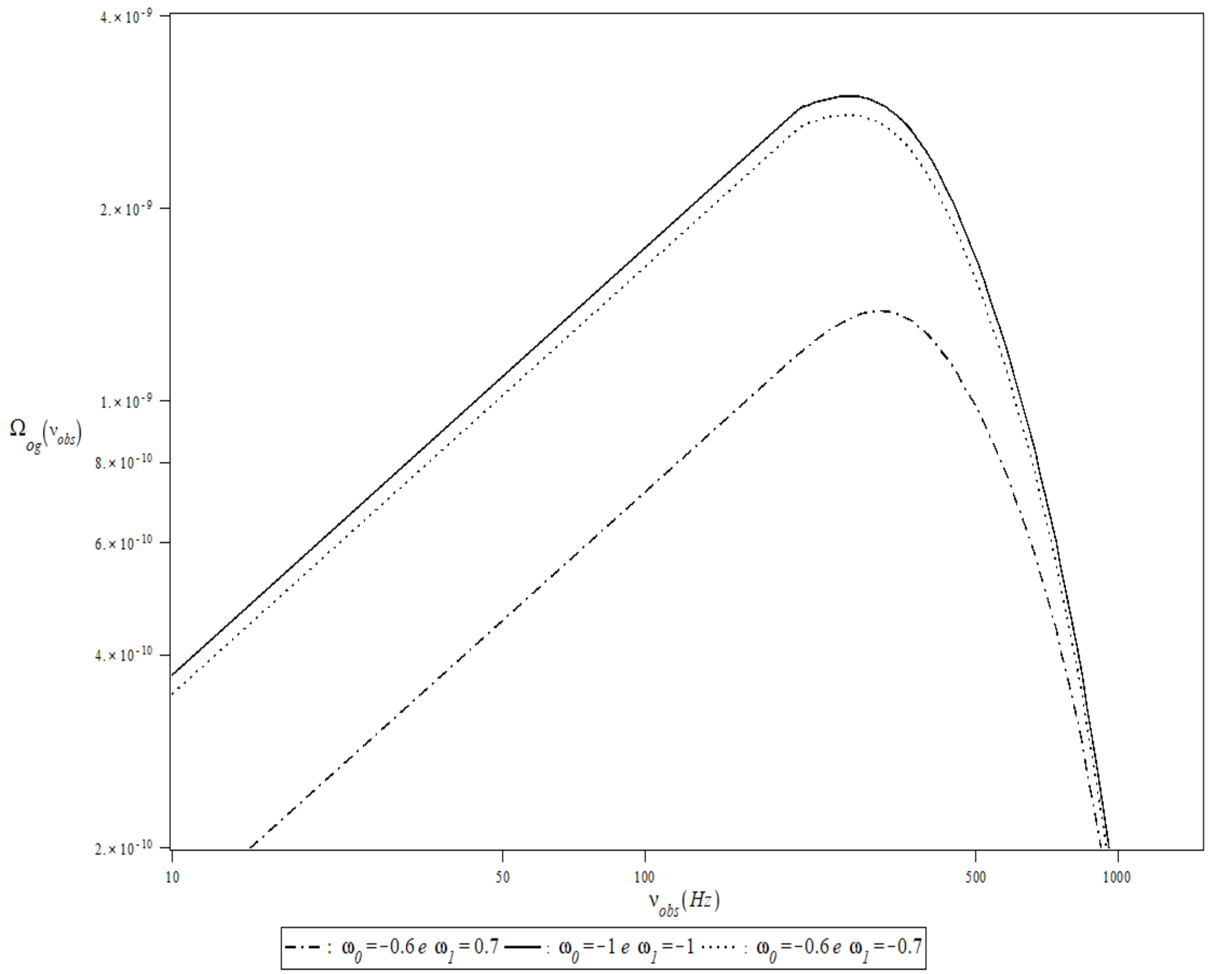
Figura 5.6: Parâmetro de densidade para a parametrização II



Fonte: Autor.

Consideremos agora o último resultado para a parametrização II. Para esse gráfico fizemos uso dos sequentes valores para ω_0 e ω_1: $(-0.6, 0.7)$ e $(-0.6, -0.7)$. Observamos que, para $\omega_0 = -0.6$ e $\omega_1 = 0.7$ a curva do espectro gravitacional se mostrou abaixo do esperado pela cosmologia padrão, da mesma forma que sua frequência no Ω_{og} máximo, à exemplo dos resultados anteriores que também ficaram abaixo do ΛCDM, se mostrou maior em relação às outras curvas. Já para o resultado que tem $\omega_0 = -0.6$ e $\omega_1 = -0.7$, encontramos um parâmetro de densidade quase igual ao previsto pelo modelo padrão.

Figura 5.7: Parâmetro de densidade para a parametrização II



Fonte: Autor.

Podemos colocar esses resultados de forma tabelada que nos permite observar melhor a influência de cada uma das parametrizações no espectro gravitacional de acordo com os diferentes valores das contantes ω_0 e ω_1, em comparação ao que é esperado se usarmos a cosmologia padrão. Nas tabelas (5.1) e (5.2), mostramos o parâmetro de densidade máximo de OGs para os valores atribuídos as constantes das parametrizações I e II, com suas respectivas frequências.

Os resultados anteriormente obtidos podem ser considerados razoáveis, visto que todos

Tabela 5.1: Características do fundo estocástico para a parametrização I

ω_0, ω_1	ν_{obs}	$\Omega_{og_{max}}$
$-1.0, 0.0$	$272.00Hz$	3.00×10^{-9}
$-0.8, 0.7$	$272.00Hz$	2.70×10^{-9}
$-0.6, 0.7$	$272.00Hz$	3.27×10^{-9}
$-0.6, 0.5$	$274.65Hz$	2.56×10^{-9}
$-0.6, -0.5$	$272.00Hz$	2.82×10^{-9}
$-0.8, 0.8$	$272.00Hz$	2.67×10^{-9}
$-0.6, 0.8$	$307.81Hz$	1.16×10^{-9}

Fonte: Autor.

Tabela 5.2: Características do fundo estocástico para a parametrização II

ω_0, ω_1	ν_{obs}	$\Omega_{og_{max}}$
$-0.1, -1.0$	$272.00Hz$	3.00×10^{-9}
$-0.8, 0.0$	$272.00Hz$	3.50×10^{-9}
$-0.8, 0.3$	$307.02Hz$	1.16×10^{-9}
$-0.6, 0.3$	$308.30Hz$	1.16×10^{-9}
$-0.6, -0.3$	$283.40Hz$	2.40×10^{-9}
$-0.6, 0.7$	$318.33Hz$	1.38×10^{-9}
$-0.6, -0.7$	$272.00Hz$	2.80×10^{-9}

Fonte: Autor.

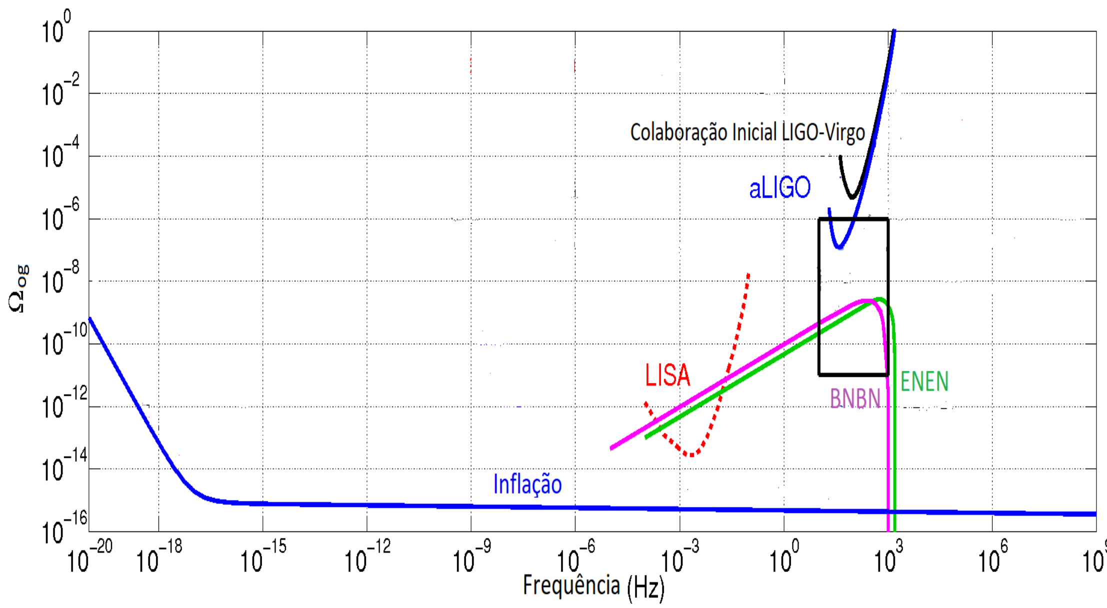
os parâmetros de densidade calculados estão na mesma ordem de grandeza dos obtidos na literatura, ou seja 10^{-9}.

Embora tenhamos discutido sobre o espectro gravitacional gerado pela fusão de ENs, os detectores terrestre como o LIGO e o Virgo, ainda não possuem sensibilidade suficiente para detectar o espectro do fundo estocástico gerado por OGs. O único que possivelmente terá essa possibilidade é o LISA (Laser Interferometer Space Antenna), futuro detector interferométrico espacial, composto por três satélites separados por uma distância equivalente a 6.5 vezes à distância terra-lua, com previsão de funcionamento para o ano 2030.

Na figura (5.8) podemos observar as sensibilidades dos detectores passados, atuais e futuros, como a colaboração inicial entres o Virgo e o LIGO, o LIGO depois de 2015 quando passou a ser chamado de "Advanced LIGO"ou aLIGO e o futuro detector espacial LISA em comparação com as previsões feitas para o parâmetro de densidade de OGs geradas na época da inflação cósmica e pela fusão de buracos negros (BNBN) e estrelas de nêutrons (ENEN).

Podemos perceber que o aLIGO tem uma sensibilidade mínima na ordem de 10^{-7}, enquanto o previsto máximo para BNBN e ENEN é da ordem de 10^{-9}. O retângulo mostra a diferenças entre o previsto e o que se pode detectar atualmente com os detectores que estão em funcionamento.

Figura 5.8: Limites de sensibilidade para alguns detectores de ondas gravitacionais em relação à previsões teóricas



Fonte: [60].

Capítulo 6

Conclusões e Perspectivas

Nessa dissertação estudamos o fundo estocástico de OGs gerado pela fusão de ENs utilizando um modelo parametrizado da cosmologia, que chamamos de ω-CDM. Para tal, fizemos uma revisão sobre propagação de ondas gravitacionais, desde os princípios da relatividade geral, passando pelo limites para campos fracos até a solução da equação de onda gravitacional. Verificamos que a amplitude das OGs é de natureza quadripolar, o que justifica a dificuldade em detectar tais ondas.

Em seguida, estudamos o funcionamento dos detectores de OGs, tais como o detector de massa ressonante e o que usa interferometria a laser. Foi possível discutir acerca dos principais observatórios em funcionamento, como o LIGO e Virgo, dentre outros que ainda estão no processo de construção ou planejamento.

No capítulo quatro, investigamos a cosmologia moderna e o modelo padrão. Foi explanado sobre os conceitos básicos que sustentam a utilização do modelo ΛCDM que apesar de ser o mais preferido na literatura, apresenta alguns problemas com a constante cosmológica. Discutimos acerca do *principio cosmológico* e vimos que as observações atuais sugerem que esse principio seja válido para escalas de universo a partir de 100 Mpc. Em seguida estudamos modelos cosmológicos em que parâmetro ω não é constante, mas, dependente do tempo, de modo que podemos utilizar parametrizações para equação de estado ω. Analisamos ainda as fontes de OGs mais promissoras à detecção pelos observatórios atuais, tais como BNs e ENs.

Por fim estudamos o fundo estocástico gerado pela fusão de ENs. Nessa parte compreendemos as propriedades espectrais que caracterizam o fundo estocástico como o parâmetro de densidade dado pela Eq.(5.1), o fluxo de energia observado e a taxa de coalescência por volume co-móvel. Alteramos a parte dependente da cosmologia na Eq.(5.25), substituindo a função $E(\Omega, z)$ por $F(\Omega, f, z)$ que nos proporcionou escolher uma parametrização para o $\omega(z)$, a fim de verificar quais seriam as consequências finais no espectro gravitacional.

Inicialmente fizemos uso da parametrização $\omega(z) = \omega_0 + \omega_1 \frac{z}{1+z}$ na Eq.(5.26). Obtivemos os resultados descritos nos gráficos das figuras (5.2), (5.3) e (5.4), nos quais foi possível verificar que o parâmetro de densidade máximo para as OGs depende diretamente dos valores das contantes ω_0 e ω_1, no entanto para a frequência observada ν_{obs}, com exceção de $\omega_0 = -0.6$ e $\omega_1 = 0.8$ em que para parâmetro de densidade máximo foi de $\nu_{obs} = 307.81 Hz$, a influência desses modelos não é muito perceptivo, tendo seu valor sempre igual ou muito próximo à $272.00 Hz$.

Logo após aplicamos a segunda parametrização dada por: $\omega(z) = 3\omega_1 - 2\omega_0 + \frac{3(\omega_0 - \omega_1)}{1+z}$ na Eq.(5.26). Assim como na primeira parametrização, nessa os valores de ω_0 e ω_1 tiveram influência direta no espectro gravitacional, tal que pode ser visto na tabela (5.2). No entanto, ao contrário da primeira, essa parametrização altera mais fortemente a frequência observada para o parâmetro de densidade máximo, em comparação ao que o modelo padrão ΛCDM prevê.

Para trabalhos futuros, a nossa perspectiva imediata é investigar o fundo estocástico de ondas gravitacionais usando outras parametrizações para a equação de estado $\omega(z)$ que depende do tempo, além de outros modelos cosmológicos que podemos utilizar e comparar com o modelo padrão. Também pretendemos modificar as fontes e fazer uso de outros tipos no cálculo do espectro gravitacional, tal como fusão de buracos negros.

Bibliografia

[1] ROMANO, J. D.; CORNISH, N. J. Detection methods for stochastic gravitational-wave backgrounds: a unified treatment. *Living Reviews in Relativity*, Springer, v. 20, n. 1, p. 2, 2017.

[2] SCHUTZ, B. *A first course in general relativity.* [S.l.]: Cambridge university press, 2009.

[3] PEREIRA, F. d. A. *Coalescência de Buracos Negros Desdes os Estelares aos Supermassivos: Horizontes de Detectabilidade e Taxas de Eventos.* Tese (Doutorado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais-INPE, 2015.

[4] ABBOTT, B. P. et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Physical review letters*, APS, v. 116, n. 6, p. 061102, 2016.

[5] ABBOTT, B. et al. Gw151226: Observation of gravitational waves from a 22-solar-mass binary black hole coalescence. *Physical Review Letters*, APS, v. 116, n. 24, p. 241103, 2016.

[6] ABBOTT, B. P. et al. Gw170104: Observation of a 50-solar-mass binary black hole coalescence at redshift 0.2. *arXiv preprint arXiv:1706.01812*, 2017.

[7] ABBOTT, B. P. et al. Gw170814: A three-detector observation of gravitational waves from a binary black hole coalescence. *Physical review letters*, APS, v. 119, n. 14, p. 141101, 2017.

[8] ABBOTT, B. et al. Gw170608: Observation of a 19 solar-mass binary black hole coalescence. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 851, n. 2, p. L35, 2017.

[9] ABBOTT, B. P. et al. Gw170817: observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral. *Physical Review Letters*, APS, v. 119, n. 16, p. 161101, 2017.

[10] EVANGELISTA, E. d. F. D. *Um Novo Método Para o Cálculo dos Fundos Estocásticos em Ondas Gravitacionais Gerados Por Sistemas Binários Compactos.* Tese (Doutorado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais-INPE, 2013.

[11] HARTLE, J. B. *Gravity: An introduction to Einstein´s general relativity.* [S.l.]: AAPT, 2003.

[12] PERLMUTTER, S. et al. Measurements of ω and λ from 42 high-redshift supernovae. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 517, n. 2, p. 565, 1999.

[13] RIESS, A. G. et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *The Astronomical Journal*, IOP Publishing, v. 116, n. 3, p. 1009, 1998.

[14] D'INVERNO, R. *Introducing Einstein's Relativity*. [S.l.]: Clarendon Press, 1992.

[15] PADMANABHAN, T. *Gravitation: foundations and frontiers*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010.

[16] CARROLL, S. M. *Spacetime and geometry. An introduction to general relativity*. [S.l.: s.n.], 2004.

[17] WEBER, J. Detection and generation of gravitational waves. *Physical Review*, APS, v. 117, n. 1, p. 306, 1960.

[18] WEBER, J. Evidence for discovery of gravitational radiation. *Physical Review Letters*, APS, v. 22, n. 24, p. 1320, 1969.

[19] MICHELSON, A. A.; MORLEY, E. W. On the relative motion of the earth and of the luminiferous ether. *Sidereal Messenger, vol. 6, pp. 306-310*, v. 6, p. 306–310, 1887.

[20] FURTADO, S. R. Desenvolvimento de transdutores paramétricos de alta sensibilidade para o detector de ondas gravitacionais mario schenberg. *Doctor Thesis, Inst. Nacional de Pesquisas Espaciais*, 2009.

[21] ASO, Y. et al. Interferometer design of the kagra gravitational wave detector. *Physical Review D*, APS, v. 88, n. 4, p. 043007, 2013.

[22] ABERNATHY, M. et al. Einstein gravitational wave telescope conceptual design study. *available from European Gravitational Observatory, document number ET-0106A-10*, 2011.

[23] ABBOTT, B. et al. Multi-messenger observations of a binary neutron star merger. *Astrophysical Journal Letters*, American Astronomical Society, v. 848, n. 2, p. L12, 2017.

[24] ABBOTT, B. et al. Gravitational waves and gamma-rays from a binary neutron star merger: Gw170817 and grb 170817a. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 848, n. 2, p. L13, 2017.

[25] SCHUTZ, B. F. Determining the hubble constant from gravitational wave observations. *Nature*, Springer, v. 323, n. 6086, p. 310–311, 1986.

[26] COLLABORATION, L. S. et al. A gravitational-wave standard siren measurement of the hubble constant. *Nature*, Nature Research, v. 551, n. 7678, p. 85–88, 2017.

[27] COMINS, N. F.; KAUFMANN, W. J. *Discovering the universe*. [S.l.]: Macmillan, 2011.

[28] RIBEIRO, K. L. *Estudo do Sistema de Transdução Paramétrica Para Detectores de Ondas Gravitacionais*. Tese (Doutorado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais-INPE, 2008.

[29] HOBSON, M. P.; EFSTATHIOU, G. P.; LASENBY, A. N. *General relativity: an introduction for physicists*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2006.

[30] HAWKING, S. Gravitationally collapsed objects of very low mass. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, v. 152, n. 1, p. 75–78, 1971.

[31] BORTOLI, F. d. S. *Sistemas vibracionais do detector de ondas gravitacionais Mário Schenberg*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo-USP, 2011.

[32] LI, T. G. *Extracting Physics from Gravitational Waves: Testing the Strong-field Dynamics of General Relativity and Inferring the Large-scale Structure of the Universe*. [S.l.]: Springer, 2015.

[33] HULSE, R. A.; TAYLOR, J. H. Discovery of a pulsar in a binary system. *The Astrophysical Journal*, v. 195, p. L51–L53, 1975.

[34] WEISBERG, J. M.; TAYLOR, J. H. Relativistic binary pulsar b1913+ 16: Thirty years of observations and analysis. *arXiv preprint astro-ph/0407149*, 2004.

[35] RITTER, O. d. M. et al. Termodinâmica e mecânica estatística de banhos térmicos acoplados. Florianópolis, SC, 2004.

[36] JACKSON, N. The hubble constant. *Living Reviews in Relativity*, Springer, v. 18, n. 1, p. 2, 2015.

[37] MUKHANOV, V. *Physical foundations of cosmology*. [S.l.]: Cambridge university press, 2005.

[38] BONASERA, A. On the expansion and fate of the universe. *arXiv preprint arXiv:1208.5385*, 2012.

[39] SOUZA, R. E. D. *Introdução à cosmologia*. [S.l.]: Edusp, 2004.

[40] ISLAM, J. N. *An introduction to mathematical cosmology*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2002.

[41] WEINBERG, S. *Cosmology*. [S.l.]: Oxford University Press, 2008.

[42] NARLIKAR, J. V. *Elements of cosmology*. [S.l.]: universities Press, 1996.

[43] FILHO, K. de S. O.; SARAIVA, M. d. F. O. Astronomia e astrofísica, segunda edição. *São Paulo: Editora Livraria da Física*, 2004.

[44] WEN, S.; WANG, S. Comparing dark energy models with current observational data. *arXiv preprint arXiv:1708.03143*, 2017.

[45] ALLEN, B. The stochastic gravity-wave background: sources and detection. In: *Relativistic Gravitation and Gravitational Radiation, Proceedings of the Les Houches School of Physics, held in Les Houches, Haute Savoie*. [S.l.: s.n.], 1997. v. 26, p. 373–418.

[46] REGIMBAU, T.; MANDIC, V. Astrophysical sources of a stochastic gravitational-wave background. *Classical and Quantum Gravity*, IOP Publishing, v. 25, n. 18, p. 184018, 2008.

[47] REGIMBAU, T. The astrophysical gravitational wave stochastic background. *Research in Astronomy and Astrophysics*, IOP Publishing, v. 11, n. 4, p. 369, 2011.

[48] SALPETER, E. E. The luminosity function and stellar evolution. *The Astrophysical Journal*, v. 121, p. 161, 1955.

[49] REGIMBAU, T.; PACHECO, J. A. de F. Stochastic background from coalescences of neutron star-neutron star binaries. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 642, n. 1, p. 455, 2006.

[50] REGIMBAU, T.; HUGHES, S. A. Gravitational-wave confusion background from cosmological compact binaries: Implications for future terrestrial detectors. *Physical Review D*, APS, v. 79, n. 6, p. 062002, 2009.

[51] MIRANDA, O. D. Stochastic backgrounds of gravitational waves from cosmological sources–the role of dark energy. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Blackwell Science Ltd Oxford, UK, v. 426, n. 4, p. 2758–2771, 2012.

[52] WANG, S. et al. Stochastic gravitational-wave background from primordial black hole scenario after gw150914 and gw151226. *arXiv preprint arXiv:1610.08725*, 2016.

[53] ABBOTT, B. et al. Gw150914: Implications for the stochastic gravitational-wave background from binary black holes. *Physical review letters*, APS, v. 116, n. 13, p. 131102, 2016.

[54] ABBOTT, B. P. et al. Gw170817: implications for the stochastic gravitational-wave background from compact binary coalescences. *Physical review letters*, APS, v. 120, n. 9, p. 091101, 2018.

[55] REGIMBAU, T.; CHAUVINEAU, B. A stochastic background from extra-galactic double neutron stars. *Classical and Quantum Gravity*, IOP Publishing, v. 24, n. 19, p. S627, 2007.

[56] SATHYAPRAKASH, B. S. The gravitational wave symphony of the universe. *Pramana*, Springer, v. 56, n. 4, p. 457–475, 2001.

[57] STEWART, J. Cálculo, volume i. *Tradução: Antonio Carlos Moretti*, 2006.

[58] WANG, Y. Figure of merit for dark energy constraints from current observational data. *Physical Review D*, APS, v. 77, n. 12, p. 123525, 2008.

[59] EVANGELISTA, E. F.; ARAUJO, J. C. de. Stochastic background of gravitational waves generated by compact binary systems. *Brazilian Journal of Physics*, Springer, v. 44, n. 2-3, p. 260–270, 2014.

[60] ABBOTT, B. P. et al. Upper limits on the stochastic gravitational-wave background from advanced ligo?s first observing run. *Physical review letters*, APS, v. 118, n. 12, p. 121101, 2017.