



Universidade do Estado do Rio Grande do Norte
Faculdade de Ciências Exatas e Naturais - FANAT
Departamento de Física
Programa de Pós-Graduação em Física

Hissa Maria Lúcio Medeiros

Confrontando funções de distribuição da
velocidade de rotação estelar com dados
observacionais do satélite *Kepler*

Mossoró

2016

Hissa Maria Lúcio Medeiros

Confrontando funções de distribuição da velocidade de
rotação estelar com dados observacionais do satélite *Kepler*

Dissertação apresentada ao programa de Pós-
graduação em Física da Universidade do Estado
do Rio Grande do Norte como parte dos requisitos
para obtenção do título de MESTRE EM FÍSICA

Orientador: Prof. Dr. José Ronaldo Pereira da Silva

Mossoró

2016

**Catálogo da Publicação na Fonte.
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte.**

Medeiros, Hissa Maria Lúcio

Confrontando funções de distribuição da velocidade de rotação estelar com dados observacionais do satélite Kepler. / Hissa Maria Lúcio Medeiros. – Mossoró, RN, 2016.

48 p.

Orientador: Prof. Dr. José Ronaldo Pereira da Silva

Dissertação (Mestrado em Física). Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. Programa de Pós-graduação em Física

1. Rotação estelar. 2. Momentum angular. 3. Decaimento rotacional. I. Silva, José Ronaldo Pereira da. II. Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. III. Título.

UERN/BC

CDD 530

Hissa Maria Lúcio Medeiros

Confrontando funções de distribuição da velocidade de
rotação estelar com dados observacionais do satélite *Kepler*

Dissertação apresentada ao programa de Pós-
graduação em Física da Universidade do Estado
do Rio Grande do Norte como parte dos requisitos
para obtenção do título de MESTRE EM FÍSICA

Aprovada em 26/02/2016

Banca Examinadora

Prof. Dr. José Ronaldo Pereira da Silva
Orientador
UERN

Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas
Examinador externo
UFRN

Prof. Dr. Bráulio Batista Soares
Examinador interno
UERN

*À minha mãe, minhas irmãs, meu noivo
e a toda minha família que, com muito carinho
e apoio, não mediram esforços para que
eu chegasse até esta etapa da minha vida.*

Agradecimentos

A Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades.

Ao meu orientador Dr. José Ronaldo P. da Silva pela orientação, apoio, confiança e pelo empenho dedicado à elaboração deste trabalho.

Agradeço a todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Física por me proporcionar o conhecimento não apenas racional, mas a manifestação do caráter e afetividade da educação no processo de formação profissional.

Agradeço a minha mãe *D. Everarda*, heroína que me deu apoio, incentivo nas horas difíceis, de desânimo e cansaço.

Obrigada minhas irmãs Suelem e Shirley e sobrinhos Davi, Lucas e Matheus, que nos momentos de minha ausência dedicados ao estudo, sempre fizeram entender que o futuro é feito a partir da constante dedicação no presente!

Ao meu noivo, melhor amigo e companheiro de todas as horas, Hugo Luiz, pelo carinho, compreensão, amor e por sempre me apoiar em todas as minhas decisões.

Obrigada! Primos e tias pela contribuição valiosa. Em especial a minha prima Rejane e sua família por ter me acolhido em sua casa.

Meus agradecimentos aos amigos, companheiros de trabalhos e irmãos na amizade que fizeram parte da minha formação e que vão continuar presentes em minha vida com certeza.

A Universidade do Estado do Rio Grande do Norte seu corpo docente, direção e administração pelo ambiente criativo e amigável que proporciona.

À CAPES pelo financiamento do Mestrado.

Resumo

A evolução do *momentum* angular estelar é um problema fundamental da Astrofísica. A análise da distribuição da rotação estelar pode ser de grande ajuda na compreensão deste fenômeno. Com o surgimento dos satélites espaciais, tornou-se disponível um volume de dados de rotação sem precedentes na história da Astronomia, tanto em número quanto em precisão de medidas. Neste trabalho nós analisamos uma base com 31 460 dados de período de rotação estelar provenientes de medidas com o satélite *Kepler*. Nesta análise testamos modelo de decaimento rotacional com idade estelar, proposto por Skumanich e confrontamos a distribuição da rotação com três propostas de distribuições estatísticas, a distribuição gaussiana, a q -maxwelliana e a log-normal. Como resultados, encontramos um bom acordo entre o comportamento dos dados e o modelo de decaimento rotacional de Skumanich e distribuições rotacionais compatíveis com funções gaussianas ou log-normais.

Palavras-chaves: Rotação estelar, *momentum* angular, decaimento rotacional, distribuição de rotação.

Abstract

The evolution of the stellar angular momentum is a fundamental problem in astrophysics. The analysis of the stellar rotational distribution can help understand that phenomenon. The advent of the space satellites made possible a volume of rotational data that has no counterpart in the past both in terms of the number and precision measurements. In this paper we analyzed a sample with 31,460 stellar rotational period data from measures made by the Kepler satellite. We tested the model of the decline in rotational velocity with age, proposed by Skumanich, and made the confrontation between data and three distribution functions proposed to explain the distribution of the stellar rotation, the Gaussian distribution, q-Maxwellian, and log-normal distributions. As a result, we found a good agreement between the behavior of the data and the model of rotation-age relation, as proposed by Skumanich, and that the empirical rotational distributions analysed is compatible with the Gaussian or and log-normal functions.

Keywords: Stellar rotation, angular momentum, rotational decline, distribution of rotation.

Sumário

Lista de Tabelas	i
Lista de Figuras	ii
1 Introdução	1
1.1 Evolução da rotação e do <i>momentum</i> angular	1
1.2 A missão <i>Kepler</i>	4
1.3 Decaimento rotacional	6
1.4 As distribuições das velocidades de rotação	7
1.4.1 A função de distribuição maxwelliana	7
1.4.2 A função de distribuição <i>q</i> -maxwelliana	11
1.4.3 A função de distribuição log-normal	13
2 Dados observacionais e métodos	17
3 Resultados e discussões	22
3.1 Funções de decaimento rotacional	22
3.2 Ajustes das funções de distribuição de rotação estelar	25
4 Conclusões e perspectivas	33
4.1 Perspectivas	33
Bibliografia	35

Lista de Tabelas

2.1	Extrato dos dados utilizados neste trabalho.	17
3.1	Valores para a constante e para o expoente no ajuste da função de Mayor & Mermilliod $\langle \Omega \rangle = [(\alpha - 1)k(t - t_0) + \langle \Omega_0 \rangle^{1-\alpha}]^{1/(1-\alpha)}$	25
3.2	Valores dos grupos ao qual submetemos aos testes e aos ajustes.	30

Lista de Figuras

1.1	Ilustração de uma estrela rotacionando como um corpo sólido com velocidade angular $\vec{\omega}$. O eixo z define a linha de visada, que está inclinada em relação ao eixo rotacional por um ângulo i . A componente da velocidade de rotação verdadeira no eixo z , V_z , é denominada velocidade rotacional projetada sobre a linha de visada, $V \sin i$	3
1.2	Representação dos CCDs e campo de visão do satélite <i>Kepler</i> . fonte: http://kepler.nasa.gov/science/about/targetFieldOfView/	5
1.3	Evolução de uma distribuição de velocidades rotacionais para uma amostra de estrelas.(a) Mostra uma distribuição Maxwelliana. (b) Mostra a distribuição log-normal. Onde estas imagens foram construídas simulando os dados dos aglomerados evoluindo de acordo com as distribuições propostas. Fonte: Soderblom <i>et al.</i> [1]	15
1.4	Representação das distribuições propostas neste trabalho.	16
2.1	Gráfico que relaciona os valores de período rotacional e $(B - V)_0$, onde os pontos representam cada estrela da amostra. As linhas coloridas são as linhas de girocronologia calibradas por Barnes [2].	21
3.1	Distribuição das da média rotacional como uma função da média das idade para estrelas segregadas por intervalo de índice de cor, $(B - V)_0$. As estrelas em cada intervalo apresenta uma variação máxima de $(B - V)_0 = 0,01$, as média de $(B - V)_0$ em cada intervalo está indicada na figura. Onde os valores de velocidade rotacional são em ordem da velocidade rotacional solar.	24

3.2	Distribuição das da média rotacional como uma função da média das idade para estrelas segregadas por intervalo de índice de cor, $(B - V)_0$. As estrelas em cada intervalo apresenta uma variação máxima de $(B - V)_0 = 0,01$, as média de $(B - V)_0$ em cada intervalo está indicada na figura. Onde os valores de velocidade rotacional são em ordem da velocidade rotacional solar.	25
3.3	Os painéis foram estimados com o kernel das distribuições de rotação das estrelas em quatro grupos escolhidos aleatoriamente ente os quinze que apresentam característica de bimodalidade. Os valores de velocidade rotacional estão em unidades solares dado pela expressão $P/26$, onde 26 é o período do Sol.	27
3.4	Os painéis foram estimados com o kernel das distribuições de rotação das estrelas em quatro dos 115 grupos identificados como compatíveis com uma distribuições gaussianas segundo o teste de Shapiro. Os valores de velocidade rotacional estão em unidades solares dado pela expressão $P/26$, onde 26 é o período do Sol.	28
3.5	Os painéis foram estimados com o kernel das distribuições de rotação das estrelas em quatro grupos apresentando cujas distribuições da rotação apresentam comportamento compatível com uma distribuição log-normal (em azul). A linha vermelha mostra a curva log-normal de melhor ajuste. Os quatro exemplos foram escolhidos aleatoriamente entre os 98 grupos. Os valores de velocidade rotacional estão em unidades solares dado pela expressão $P/26$, onde 26 é o período do Sol.	29
3.6	Gráfico representando em cores os resulatdos obtidos para o comportamento de cada grupo. Onde em preto temos os grupos log-normais, em azul os bimodais e em vermelho os gaussianos.	32

1

Introdução

Neste capítulo introduziremos os princípios, conceitos e definições necessários à compreensão do nosso trabalho. Discutiremos a evolução da rotação e *momentum* angular, daremos informações sobre as principais características do satélite e da missão *Kepler* e sobre as funções de distribuições testadas neste trabalho. No capítulo 2 descreve-se os dados utilizados que foram extraídos dos catálogos de [3], [4], [5] do qual no final ficamos com 37 491 dados de período rotacional, mas para obter o índice de cor $(B - V)_0$ utilizamos as temperaturas do catálogo de [6] onde ficamos então com 31 460 estrelas com intervalo de $(B - V)_0$ de 1,427 a 0,224. Apresenta-se e se discute os resultados deste trabalho no capítulo 3 e as conclusões e perspectivas no capítulo 4.

1.1 Evolução da rotação e do *momentum* angular

Desde os primeiros homens até hoje olhamos para o céu com a necessidade de compreender os fenômenos que se aplicam em nossas vidas, como as estações do ano por exemplo. No começo talvez fosse só a necessidade do cultivo agrícola, mas depois de um certo período nos sentimos instigados a saber mais. Galileu Galilei então apontou pela primeira vez sua luneta para o céu e viu luas em Júpiter, crateras na lua, as fases de Vênus e as manchas solares. As manchas solares foram os primeiros indícios para a medida de rotação solar. Galileu (1564-1642) observou as manchas movendo-se através da superfície solar e determinou o período solar. Além dele, outros também observaram as manchas solares, como, Johhanes Fabricius (1587-1616), Thomas Harriot (1560-1621) e Christopher Scheiner (1573-1650).

Após essas observações o problema da rotação solar foi praticamente ignorado, e não foram

feitos avanços significativos até 1850 quando surgiu o espectroscópio [7]. Até que com as observações das manchas solares, para estudar a rotação, com a criação do espectroscópio por Josef von Fraunhofer(1787-1826), desenvolveu-se a espectroscopia, que foi o instrumento que marcou o início da era moderna dos estudos estelares.

O motivo de se estudar a rotação estelar é que ela é um dos observáveis mais importantes em astrofísica estelar, influenciando fortemente a evolução das estrelas [8]. Essa observável permite que se extraia informações de campo magnético estelar, existência de exoplanetas, entre outras. A rotação é medida utilizando principalmente dois métodos [7]:

1. Pela medida do alargamento de linhas espectrais, obtendo então a velocidade equatorial projetada $V \sin i$ ao longo da linha de visada.
2. Consiste na determinação da frequência de modulação da luz de uma estrela devido a rotação não uniforme da superfície.

O primeiro método, desenvolvido por Shajn e Struve[9], consiste na medida do alargamento das linhas espectrais de uma determinada estrela, que ocorre devido o efeito Doppler da luz, o qual se trata da velocidade de rotação projetada. Assim, quando a fonte de luz se aproxima do observador as linhas espectrais movem-se na direção da região do azul, isso chama-se *blue shift*, e quando se afastam elas se movem na direção da região do vermelho, isso chama-se *red shift*.

A velocidade de rotação projetada é determinada considerando a estrela como um corpo rígido. Tomando o eixo z como a linha de visada, o ângulo i entre a linha de visada e o eixo de rotação e a estrela com velocidade angular $\vec{\omega}$, temos a seguinte velocidade rotacional equatorial,

$$\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{R} \quad (1.1)$$

onde \vec{R} define um ponto na superfície da estrela.

Ao resolver o produto vetorial acima, teremos:

$$V_x = \omega_y R_z - \omega_z R_y \quad (1.2)$$

$$V_y = \omega_z R_x - \omega_x R_z \quad (1.3)$$

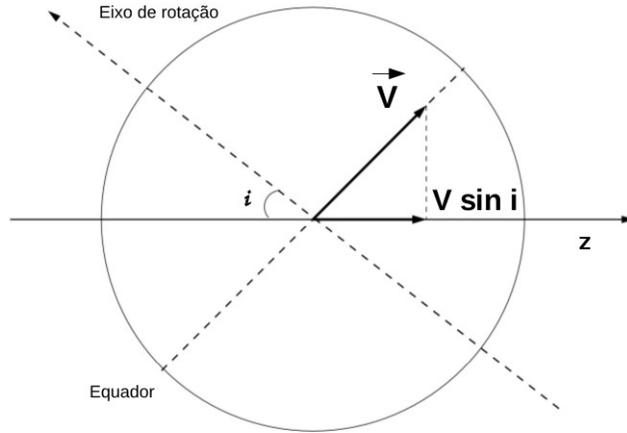


Figura 1.1: Ilustração de uma estrela rotacionando como um corpo sólido com velocidade angular $\vec{\omega}$. O eixo z define a linha de visada, que está inclinada em relação ao eixo rotacional por um ângulo i . A componente da velocidade de rotação verdadeira no eixo z , V_z , é denominada velocidade rotacional projetada sobre a linha de visada, $V \sin i$.

$$V_z = \omega_x R_y - \omega_y R_x \quad (1.4)$$

Considerando só a componente z , escrevendo ω_y na forma $\omega_y = \omega \sin i$ e sabendo que $|R_x| = R$, assim:

$$V_z = R\omega \sin i \quad (1.5)$$

onde $R\omega = V$. Assim, obtemos:

$$V_z = V \sin i. \quad (1.6)$$

Como podemos observar a velocidade medida sempre será menor que a verdadeira, pois o valor máximo do $\sin i$ é 1. Além disso, temos a limitação que os valores de $V \sin i$ só podem ser usados de forma estatística, pois o valor do ângulo i é, em geral, desconhecido. O valor de $\langle V \sin i \rangle$ é geralmente utilizado para calcular a média da velocidade da rotação verdadeira, V , pela expressão,

$$\langle V \sin i \rangle = \frac{\pi}{4} \langle V \rangle, \quad (1.7)$$

onde $\langle \sin i \rangle = \pi/4$ [10], e assim podemos extrair um valor médio da velocidade de rotação equatorial.

O segundo método consiste na medida da modulação rotacional para extrair as medidas de período rotacional. Para que seja possível medir essa modulação a estrela precisa ter uma não uniformidade em sua superfície, sendo esta não uniformidade invariante em uma escala de tempo muito maior comparado com o período. A medida do período fica cada vez mais precisa com o aumento de ciclos acumulados com o tempo [11]. Essa não uniformidade pode ser um sinal fotométrico, como uma mancha escura através do disco, ou pode ser espectroscópico, como uma mudança na emissão das linhas de Ca II, H e K. O método citado acima é o utilizado pelo *Kepler* para detectar a modulação rotacional a partir da qual se pode medir o período rotacional das estrelas, o qual discutiremos mais detalhadamente na próxima seção. Esse método também é utilizado para detectar planetas passando entre o observador e a estrela observada, ou seja, detectar o trânsito planetário.

1.2 A missão *Kepler*

A missão *Kepler* foi projetada pela NASA (National Aeronautics and Space Administration) e lançada em 7 de março de 2009 para monitorar mais de 100 000 estrelas da sequência principal por um período de 4 anos na busca por planetas extrassolares. Esse monitoramento foi feito através de fotometria.

Os principais objetivos da missão *Kepler* são [12] determinar a abundância de planetas terrestres e maiores na ou próximo da zona habitável de uma grande variedade de estrelas, determinar a distribuição de tamanhos e formas das órbitas desses planetas, estimar quantos planetas existem em sistemas múltiplos de estrelas, determinar a variedade de tamanhos de órbita e refletividades, tamanhos, massas e massas planetárias de planetas gigantes de período curto, identificar membros adicionais de cada sistema planetário utilizando outras técnicas, determinar as propriedades das estrelas que possuem sistemas planetários.

O satélite possui um fotômetro de 0,95 metros de abertura, possui 42 unidades de CCDs, mostrado na figura 1.2, medindo 2200×1024 pixels e uma massa de 955kg. A característica mais relevante da missão *Kepler* consiste no fato de ser possível detectar um grande número de planetas do tamanho da Terra, o que é impossível para qualquer plataforma terrestre ou

espacial. O satélite *Kepler* faz medidas para gerar curvas de luz com seus CCDs. A partir dessas curvas de luz são extraídos os valores de período rotacional estelar, como podemos ver nos trabalhos de [3], [4] e [5].

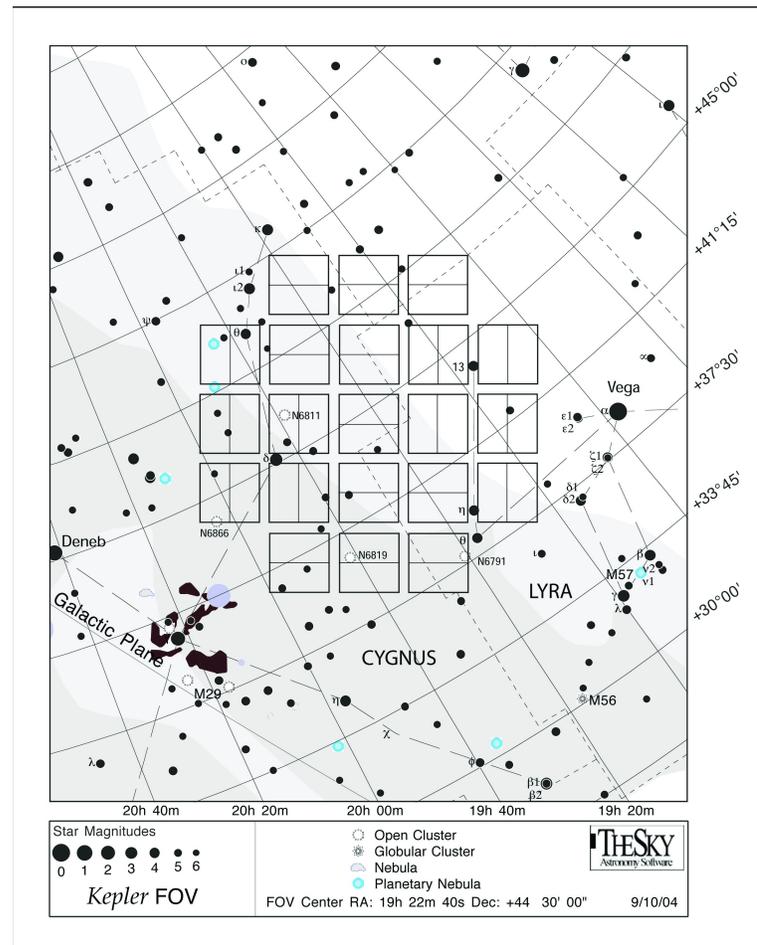


Figura 1.2: Representação dos CCDs e campo de visão do satélite *Kepler*. fonte: <http://kepler.nasa.gov/science/about/targetFieldOfView/>

Devido a um defeito no sistema giroscópico o satélite *Kepler* não opera mais em sua função primária. Desde novembro de 2013 ele trabalha em uma segunda proposta, do qual monitora anãs vermelhas, chamada missão K2.

1.3 Decaimento rotacional

Há fenômenos ao longo da vida da estrela que influenciam a sua rotação, tais como o acoplamento estrela-disco, a acreção do disco estelar, o freio magnético, entre outros. O acoplamento estrela-disco envolve a mudança de *momentum* angular entre o centro da estrela e o disco estelar [13], a acreção do disco é um fenômeno que ocorre quando parte do material do disco é atraído gravitacionalmente para a região central [14] e o freio magnético é a transferência do *momentum* angular da estrelas para o meio interestelar, fazendo com que a estrela perca com o tempo parte de sua rotação.

A correlação entre idade e rotação foi quantificada por Skumanich[15], mostrando que a velocidade angular da superfície de uma estrela decai com o inverso da raiz quadrada da sua idade, de acordo com a equação

$$\Omega \propto t^{-1/2}. \quad (1.8)$$

O trabalho de Skumanich [15] foi uma tentativa de quantificar a relação entre idade e emissão de Ca^+ estelar com diminuição de Lithium e freio magnético. Ele observou que o decaimento rotacional segue a relação 1.8, assim como os dados de abundância de Lithium (exceto para o Sol que tem uma diminuição excedente de Lithium). Posteriormente [16], [17] e [18] encontraram resultados semelhantes, mas com leis de potência com expoentes entre $-1/2$ a $-4/3$ para estrelas do tipo solar. Para Pace e Pasquini [19] uma lei do tipo $t^{-1.47}$ é mais consistente para estrelas anãs do tipo F em aglomerados abertos.

Mayor & Mermilliod [20] afirmam que o comportamento temporal da velocidade média $\langle V \sin i(t) \rangle$ não é equivalente à dependência temporal de uma estrela só. Assim, uma formulação parametrizada de uma lei de freio pode ser escrita formalmente como:

$$\frac{dV}{dt} = -AV^\alpha, \quad (1.9)$$

onde α contém informação sobre a geometria do campo magnético e a relação do campo magnético e rotação. O coeficiente A é uma função de massa, raio e taxa de perda de massa estelar e está relacionado fisicamente com o vento e o campo magnético da estrela.

A solução geral da equação 1.9 é dada por:

$$V(t) = [(\alpha - 1)A(t - t_0) + V_0^{(1-\alpha)}]^{1/(1-\alpha)}, \quad (1.10)$$

onde A e α são parâmetros livres. Essa expressão também representa a equação 1.8, ou seja, para $\alpha = 3$, obtém-se a lei de Skumanich.

Perda de *momentum* angular por vento estelar magnético é um dos mecanismos propostos para explicar a diminuição da rotação ao longo do tempo. Esse mecanismo de dissipação do *momentum* angular é o freio magnético, e é hipoteticamente gerado por interações entre a envoltória convectiva e a rotação em um processo chamado dínamo [11]. Campos magnéticos, geralmente não são encontrados em estrelas do tipo espectral A. O intervalo de detecção de campos magnéticos vão de valores tão pequenos quanto 10G (0,001T) até acima de várias dezenas de milhares de Gauss. Essas atividades magnéticas nas estrelas são detectadas através de uma emissão coronal e cromosférica, gerando flares e manchas solares [11]. O Sol com uma taxa de rotação de 1,88km/s se encontra em um estágio de freio lento com tempo de escala de bilhões de anos, isso ocorre também com outras estrelas frias na sequência principal.

1.4 As distribuições das velocidades de rotação

No intuito de descrever o comportamento da rotação das estrelas através de distribuições tenta-se descobrir a semelhança entre a distribuição teórica e a dos dados. Neste trabalho confrontaremos as distribuições gaussianas, maxwelliana, q -maxwelliana e log-normal com os dados observacionais do *Kepler*. Antes, porém descreveremos as três últimas, por terem sido propostas dentro de um contexto teórico de evolução do *momentum* angular.

1.4.1 A função de distribuição maxwelliana

Deutsch [21]¹, com objetivo de encontrar a função distribuição para um escalar positivo w , sendo este a magnitude de um vetor \vec{w} , assumiu que a distribuição de w é isotrópica e que ele pode ser decomposta em componentes ao longo dos eixos cartesianos, onde a consequência deste último é que a distribuição das componentes é independente uma das outras. Seja Ω uma quantidade adimensional jw onde j tem dimensão igual a w^{-1} , e onde

¹As expressões apresentadas neste tópico para determinar a distribuição maxwelliana são semelhantes as do trabalho de [21].

$$\vec{\Omega} = \Omega_x \vec{i} + \Omega_y \vec{j} + \Omega_z \vec{k}. \quad (1.11)$$

A probabilidade que Ω_x tem em $d\Omega_x$, Ω_y em $d\Omega_y$ e Ω_z em $d\Omega_z$ é,

$$F(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z) d\Omega_x d\Omega_y d\Omega_z = h(\Omega_x^2) h(\Omega_y^2) h(\Omega_z^2) d\Omega_x d\Omega_y d\Omega_z \quad (1.12)$$

onde $\Omega^2 = \Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \Omega_z^2$.

A hipótese da isotrópia assegura que se pode escrever,

$$F(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z) = H(\Omega^2) = H(\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \Omega_z^2). \quad (1.13)$$

Se,

$$\Omega_x = \Omega_y = 0, \quad e \quad \Omega_z = \Omega, \quad (1.14)$$

então,

$$H(\Omega^2) = h^2(0) h(\Omega^2), \quad (1.15)$$

e assim, pela equação 1.12

$$h(\Omega_x^2) h(\Omega_y^2) h(\Omega_z^2) = h^2(0) h(\Omega^2). \quad (1.16)$$

Agora, para qualquer $u \geq 0$, tem-se:

$$\xi(u) = \ln \frac{h(u)}{h(0)} \quad (1.17)$$

Substituindo a equação 1.15,

$$\xi(\Omega^2) = \ln \frac{h(\Omega_x^2)}{h(0)} + \ln \frac{h(\Omega_y^2)}{h(0)} + \ln \frac{h(\Omega_z^2)}{h(0)} = \xi(\Omega_x^2) + \xi(\Omega_y^2) + \xi(\Omega_z^2) \quad (1.18)$$

Deutsch[21] propôs que se fosse tomado $\Omega_x^2 = \Omega_y^2 = u$ e $\Omega_z = 0$, teríamos que

$$\xi(2u) = 2\xi(u). \quad (1.19)$$

Novamente, se $\Omega_x^2 = u$, $\Omega_y^2 = 2u$ e $\Omega_z = 0$, assim

$$\xi(3u) = \xi(u) + \xi(2u) = 3\xi(u). \quad (1.20)$$

Para qualquer n positivo e inteiro,

$$\xi(nu) = n\xi(u) \quad (1.21)$$

Definindo-se

$$u = \frac{v}{n} \quad (1.22)$$

então,

$$\xi[n(v/n)] = n\xi(v/n), \quad (1.23)$$

de onde,

$$\xi(v/n) = \frac{1}{n}\xi(v). \quad (1.24)$$

Se m é outro positivo inteiro, então a equação anterior fica

$$m\xi(v/n) = \frac{m}{n}\xi(v). \quad (1.25)$$

e pela equação 1.23,

$$\xi\left(\frac{m}{n}v\right) = \frac{m}{n}\xi(v) \quad (1.26)$$

Dizendo que $m/n = x$ e sendo este um número racional positivo, obtem-se que

$$\xi(xv) = x\xi(v) \quad (1.27)$$

em particular se $v = 1$,

$$\xi(x) = x\xi(1) = cx. \quad (1.28)$$

Portanto,

$$\frac{d\xi(x)}{dx} = c \quad (1.29)$$

e pela equação 1.17

$$\frac{1}{h(x)} \frac{dh}{dx} = c \quad (1.30)$$

a solução é,

$$h(x) = a \exp(cx) \quad (1.31)$$

Uma vez que $h(\Omega_x^2)$ é uma função de probabilidade, e a condição de normalização apropriada é,

$$1 = 2 \int_0^\infty h(\Omega_x^2) d\Omega_x = 2a \int_0^\infty \exp(c\Omega_x^2) d\Omega_x \quad (1.32)$$

e o valor médio de Ω_x^2 é,

$$\langle \Omega^2 \rangle = 2a \int_0^\infty \Omega_x^2 \exp(c\Omega_x^2) d\Omega_x \quad (1.33)$$

Deutsch [21] define que o parâmetro j na relação é

$$(1/j)^2 = 2\langle w_x^2 \rangle \quad (1.34)$$

assim encontra-se que $a = \sqrt{\pi}$ e $c = -1$.

Pode-se escrever agora a distribuição Ω na forma $f(\Omega)d\Omega$, onde

$$f(\Omega) = \iint_{\Omega=\text{cte}} H(\Omega^2) \Omega^2 \sin\theta d\theta d\varphi = 4\pi\Omega^2 H(\Omega). \quad (1.35)$$

Usando a equação 1.14 encontra-se que

$$f(\Omega) = 4\Omega^2 \pi h^2(0) h(\Omega^2), \quad (1.36)$$

e a partir da equação 1.30,

$$f(\Omega) = 4\pi\Omega^2 a^2 \exp(c\Omega^2) \quad (1.37)$$

$$f(\Omega) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \Omega^2 \exp(-\Omega^2) \quad (1.38)$$

onde $f(\Omega)$ é uma distribuição Maxwelliana.

1.4.2 A função de distribuição q -maxwelliana

Abordando o problema do ponto de vista do formalismo de Tsallis da mecânica estatística não-extensiva, não temos mais a independência entre as distribuições associadas as componentes de Ω . A independência entre as três componentes da velocidade não se sustenta com interação de longo alcance, onde a característica não-extensiva é observada [8]² Assim Soares et al.[8] propuseram a generalização a seguir, para a equação 1.12,

$$F(\Omega)d^3\Omega = \exp_q(\ln_q f(\Omega_x) + \ln_q f(\Omega_y) + \ln_q f(\Omega_z))d\Omega_x d\Omega_y d\Omega_z \quad (1.39)$$

onde as funções q -exponencial e q -logaritmo são,

$$\exp_q(f) = [1 + (1 - q)f]^{1/(1-q)} \quad \text{e} \quad \ln_q(f) = \frac{f^{1-q} - 1}{1 - q}. \quad (1.40)$$

A diferenciação parcial de q -ln de 1.40 com respeito a Ω_i é,

$$\frac{\partial \ln_q(F)}{\partial \Omega_i} = \frac{\partial}{\partial \Omega_i}(\ln_q f_x + \ln_q f_y + \ln_q f_z) \quad (1.41)$$

onde $\exp_q(\ln_q(f)) = \ln_q(\exp_q(f)) = f$ e $i = x, y, z$. Equivalentemente,

$$\frac{\Omega_i F'(\chi)}{\chi F^q(\chi)} = \frac{\partial}{\partial \Omega_i}[\ln_q(f_i)], \quad (1.42)$$

onde $\chi^2 = \Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \Omega_z^2$ e $F'(\chi)$ é a derivada total de $F(\chi)$.

Soares *et al.*[8] define $\Phi(\chi) \equiv (1/\chi)F'(\chi)/F^q(\chi)$, e reescreve a equação 1.42 como sendo,

$$\Phi(\chi) = \frac{1}{\Omega_x} \frac{\partial}{\partial \Omega_x}(\ln_q f_x) = \frac{1}{\Omega_y} \frac{\partial}{\partial \Omega_y}(\ln_q f_y) = \frac{1}{\Omega_z} \frac{\partial}{\partial \Omega_z}(\ln_q f_z). \quad (1.43)$$

Para satisfazer esta equação é preciso que todos os termos sejam iguais a uma constante que não deve conter as componentes de Ω . Assim, pode-se fazer,

²As expressões apresentadas neste tópico para determinar a distribuição q -maxwelliana são semelhantes as do trabalho de [8].

$$\Phi(\chi) = \frac{1}{\Omega_i} \frac{\partial}{\partial \Omega_i} (\ln_q f_i) = -\gamma \quad (1.44)$$

Resolvendo a equação acima, encontra-se as seguintes soluções para $f(\Omega_i)$,

$$\ln_q f_i = -\gamma \frac{\Omega_i^2}{2} + \ln_q A, \quad (1.45)$$

onde A é uma constante de integração.

Aplicando a q -exponencial na equação anterior obtém-se,

$$f(\Omega_i) = \left[1 + (1 - q) \left(\ln_q A - \gamma \frac{\Omega_i^2}{2} \right) \right]^{1/(1-q)}. \quad (1.46)$$

Definido por Soares *et al.*[8] uma constante como

$$\frac{2}{\sigma^2} \equiv \frac{\gamma}{1 + (1 - q) \ln_q A} = \frac{\gamma}{A^{1-q}} \quad (1.47)$$

onde σ é a largura da q -maxwelliana. Substituindo essa constante na equação 1.46, obtém-se

$$f(\Omega_i) = A_q \left[1 - (1 - q) \frac{\Omega_i^2}{\sigma^2} \right]^{1/(1-q)}. \quad (1.48)$$

Portanto a probabilidade de achar Ω no intervalo $[\Omega, \Omega + d\Omega]$ pode ser determinada como a seguir:

$$F(\Omega) = \int f(\Omega) d^3\Omega. \quad (1.49)$$

Sendo $d^3\Omega = \Omega^2 \sin \theta d\theta d\varphi d\Omega$, para um dado Ω , obtém-se

$$F_q(\Omega) = \iint A_q \Omega^2 \left[1 - (1 - q) \frac{\Omega^2}{\sigma^2} \right]^{1/(1-q)} \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (1.50)$$

após a integração a equação 1.50 fica

$$F_q(\Omega) = 4\pi A_q \Omega^2 \left[1 - (1 - q) \frac{\Omega^2}{\sigma^2} \right]^{1/(1-q)}. \quad (1.51)$$

Como definido a distribuição da projeção da velocidade, para uma orientação aleatória de eixos, deve ser dada por $\phi_q(y) \propto y \exp(-y^2)$, com $y \equiv V \sin i$. E quando $q = 1$ deve reproduzir a distribuição maxwelliana. Esse distribuição é definida a seguir,

$$\phi_q(y) = B_q y \left[1 - (1 - q) \frac{y^2}{\sigma^2} \right]^{1/(1-q)} \quad (1.52)$$

onde B_q é uma constante dependente de q que pode ser determinada analiticamente a partir da normalização de $\phi_q(y)$.

1.4.3 A função de distribuição log-normal

Aitchison & Brown [22] para chegar na distribuição log-normal, primeiro consideraram $X(0 < x < \infty)$ uma variável essencialmente positiva tal que $Y = \log X$ é normalmente distribuída com média μ e variância σ^2 . Diz-se então que X é distribuída log-normalmente ou que X é uma variável- Λ e escreve-se X é $\Lambda(\mu, \sigma^2)$ e correspondentemente Y é $N(\mu, \sigma^2)$.

Usando $\Lambda(x|\mu, \sigma^2)$ e $N(y|\mu, \sigma^2)$ para denotar as funções da distribuição de X e Y respectivamente, de modo que

$$\Lambda(x|\mu, \sigma^2) = P\{X \leq x\} \quad (1.53)$$

$$N(y|\mu, \sigma^2) = P\{Y \leq y\} \quad (1.54)$$

onde abreviados ficam como $\Lambda(x)$ e $N(y)$.

Uma vez que X e Y estejam conectados pela relação $Y = \log X$ as funções de distribuições de X e Y são relacionadas por

$$\Lambda(x) = N(\log x) \quad (x > 0) \quad (1.55)$$

assim Aitchison & Brown [22] determinaram a expressão a seguir,

$$d\Lambda(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} (\log x - \mu)^2 \right] dx \quad , (x > 0) \quad (1.56)$$

descrevendo a curva de frequência. A distribuição possui momentos de qualquer ordem; o j -ésimo momento sobre a origem é simbolizado por λ'_j . Então temos,

$$\lambda'_j = \int_0^\infty x^j d\Lambda(x) = \int_{-\infty}^\infty \exp(jy) dN(y) = \exp \left(j\mu + \frac{1}{2} j^2 \sigma^2 \right), \quad (1.57)$$

das propriedades da função gerador-momento da distribuição normal.

A média α e a variância β^2 são, portanto, dadas por

$$\alpha = \exp\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right) \quad (1.58)$$

e

$$\beta^2 = \exp(2\mu + \sigma^2) [\exp(\sigma^2) - 1] \quad (1.59)$$

As posições relativas de média, mediana e moda são $x = \exp(\mu + 1/2\sigma^2)$, $\exp(\mu)$ e $\exp(\mu - \sigma^2)$ respectivamente.

Soderblom *et al.* [1] usaram os aglomerados Plêiades, α Persei e Híades para estudar o comportamento do *momentum* angular de estrelas do tipo solar. Eles fizeram uma análise da evolução da distribuição de velocidade rotacional do tipo maxwelliana e log-normal para determinar qual delas se ajustaria melhor ao grupo de estrelas observadas. Primeiro consideraram o caso em que $f(v)$ é uma maxwelliana, dada por

$$f(v) = Av^2 \exp\left[-\frac{4}{\pi} \left(\frac{v}{\langle v \rangle}\right)^2\right], \quad (1.60)$$

onde $\langle v \rangle$ é o valor médio da velocidade rotacional equatorial verdadeira e A é a constante de renormalização.

Na figura 1.3 (a) pode-se observar como a distribuição de velocidade rotacional evolui quando a equação 1.60 é utilizada com as condições iniciais, que foram tomadas como $\langle v \rangle = 15\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ e $f(v) = 0$, para $v_{eq} > 50\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$, onde $v_{eq} = v$.

Eles compararam a distribuição da equação 1.60 e a dos aglomerados α Persei e Plêiades, percebendo assim que a expressão maxwelliana tem menos rotores baixos ($v_{eq} \leq 15\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$) para $t \lesssim 65\text{M.anos}$. Uma segunda diferença é que o cálculo das distribuições parece conter menos rotores ultra rápidos que são observados em jovens aglomerados.

Na figura 1.3 a fração de estrelas com $v_{eq} \geq 30\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ decresce de 0,21 em 50,5 M.anos a 0,08 em 70 M.anos. Para tentar resolver o problema da quantidade menor de rotores eles tomaram uma distribuição inicial que tenha uma fração maior de rápidos rotores que a equação maxwelliana, ou seja, uma distribuição log-normal [22] da forma

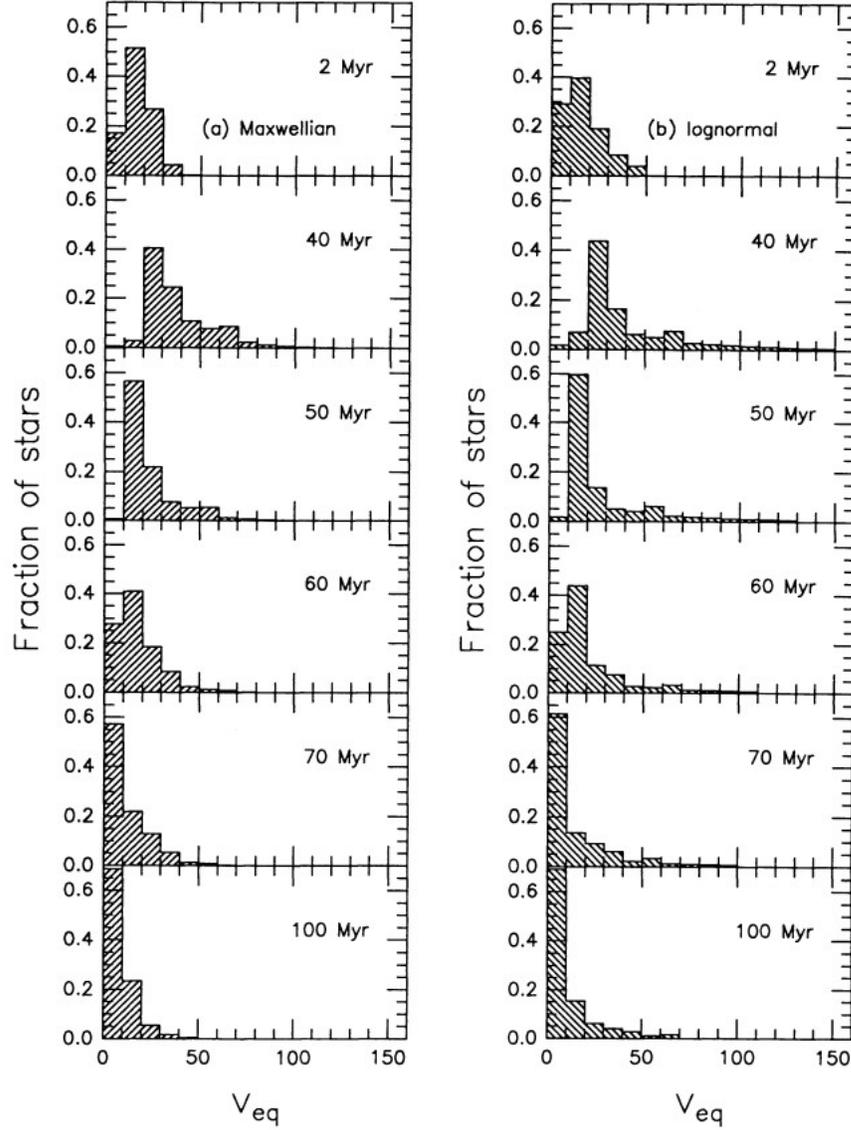


Figura 1.3: Evolução de uma distribuição de velocidades rotacionais para uma amostra de estrelas. (a) Mostra uma distribuição Maxwelliana. (b) Mostra a distribuição log-normal. Onde estas imagens foram construídas simulando os dados dos aglomerados evoluindo de acordo com as distribuições propostas. Fonte: Soderblom *et al.* [1]

$$f(v) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma v} \exp \left[-\frac{(\ln v - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (1.61)$$

onde A é a constante de renormalização. Utilizando a equação 1.61 com $\mu = \ln(15)$ e $\sigma = \ln(2)$ como condições iniciais, teremos a evolução da figura 1.3 (b). Como definido anteriormente $f(v) = 0$ para $v_{eq} > 50 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. A diferença principal entre as funções para as distribuições de rotação dos aglomerados utilizados é que a log-normal possui uma calda de altas velocidades

em idades acima de 40M.anos. Assim a fração de estrelas com $v_{eq} \geq 30\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ em idades de 50, 60 e 70M.anos é 0, 25, 0, 20 e 0, 16, respectivamente, em um acordo razoável com o que foi observado.

Além destas três distribuições foi cogitada a distribuição proposta no trabalho de Bernacca [23], onde este considera uma amostra de estrelas com velocidades de break-up conhecidas V_b , também chamada de velocidade crítica é a velocidade atingida pelas estrelas quando o módulo da força centrífuga torna-se igual ao módulo da atração gravitacional no equador estelar. Devido essas velocidades serem muito altas, essa distribuição não se aplica as nossas estrelas que não possuem altas velocidades.

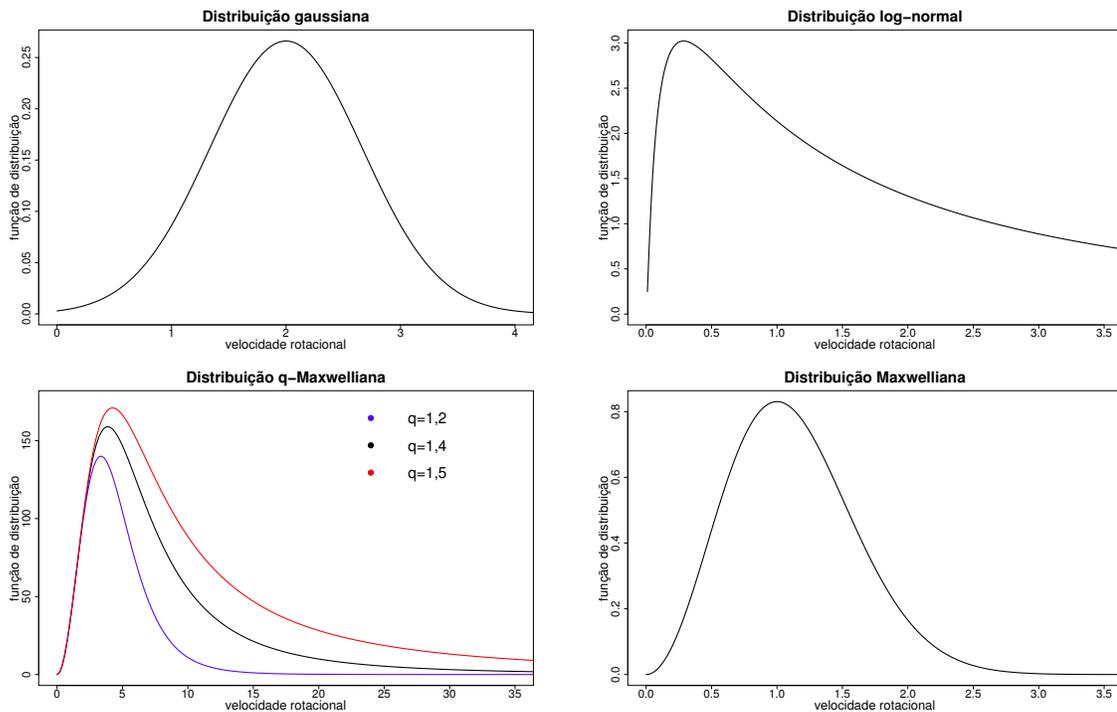


Figura 1.4: Representação das distribuições propostas neste trabalho.

O presente trabalho tem como objetivo principal fazer uma análise estatística dos dados de rotação calculados usando medidas de período do satélite *Kepler*. Analisaremos a relação rotação-idade e confrontaremos quatro funções de distribuição estatística com esses dados. No capítulo seguinte apresentaremos nossa base de dados, em um capítulo posterior discutiremos os principais resultados deste trabalho e concluiremos apresentando perspectivas para trabalhos futuros a partir dos nossos dados e observações.

2

Dados observacionais e métodos

Neste trabalho foram utilizadas 31 460 estrelas da sequência principal com $(B - V)_0$ de 1,427 a 0,224, temperaturas entre 4044K e 7308K correspondendo aos tipos espectrais de M1 até A8, e massas entre $0,48M_{\odot}$ e $1,66M_{\odot}$. Os períodos rotacionais utilizados variam de 0,202 a 69,975 dias. Os dados utilizados foram obtidos em três trabalhos: Reinhold *et al.* [4], McQuillan *et al.* [3] e Nielsen *et al.* [5]. Esses dados podem ser visto na tabela 2, sendo esta tabela um extrato dos nossos dados, ela completa está disponível no formato eletrônico.

KIC	Temperatura efetiva (K)	Erro(Temp. efetiva)	Período (dias)	$(B - V)_0$
5183039	5 774	62	11,266	0,638
5535404	5 172	71	19,778	0,863
6951365	5 337	167	30,171	0,797
7612842	5 930	93	10,171	0,586
8565924	5 612	84	22,532	0,694
9701634	4 363	61	41,397	1,244
10080455	4 488	66	30,691	1,178
11501774	5 119	94	14,711	0,885
4847250	—	—	4,943	—
5560507	—	—	21,399	—

Tabela 2.1: Extrato dos dados utilizados neste trabalho.

A amostra obtida de Reinhold *et al.* [4] é composta por 24 124 estrelas com períodos rotacionais, adquirido utilizando as curvas de luz (CL) do Quarter 3 (Q3) do satélite *Kepler*, processados com PCD-MAP pipeline. O Q3 foi escolhido porque apresenta menos efeito instrumental que os outros quartes, e também leva a um grande número de objetos (165 548 curvas

de luz no total). A partir dessas curvas de luz os autores selecionaram estrelas ativas automaticamente, isto é, sem inspeção visual, de acordo com os critérios de $\log g > 3,5$ excluindo estrelas gigantes e supergigantes, e da amplitude de variabilidade $R_{var} \geq 0,003$ para remover efeitos de turbulência. Assim, estrelas com R_{var} acima de 0,003 são consideradas ativas; 40 661 estrelas de toda a amostra do *Kepler* estão dentro desses critérios.

O objetivo principal do trabalho de Reinhold *et al.* [4] foi detecção de períodos rotacionais por meio da variabilidade periódica induzida por manchas escuras co-rotacionando com a estrela. Essa determinação foi feita através da análise das CL usando o periodograma Lomb-Scargle Generalizado [24]. Além disso, foram selecionados limites inferiores e superiores de período entre 0,5 e 45 dias, para excluir os pulsares e efeitos de medida.

Os dados utilizados no trabalho de McQuillan *et al.* [3] foram obtidos dos arquivos da missão *Kepler* e a lista inicial de dados continha 195 000 objetos. Foram utilizadas as curvas de luz do Quarter 3 e do Quarter 14. No processo de seleção dos dados primeiro foram escolhidas somente estrelas da sequência principal, removendo assim 32 000 estrelas gigantes. Foram removidos também 20 000 estrelas que não possuíam valores de T_{eff} e $\log g$.

Também foram removidas 2 611 binárias eclipsantes e 4 799 objetos de interesse do *Kepler* (KOIs), esses objetos são estrelas que podem abrigar planetas. Por fim, para diminuir a contaminação por estrelas pulsantes foram extraídas somente as estrelas com envoltória convectiva e temperaturas de $T_{\text{eff}} < 6\,500\text{K}$, totalizando assim 133 030 estrelas. A detecção do período foi feita utilizando o método de detecção por autocorrelação da função da curva de luz (ACF), descrito com detalhes em McQuillan, Aigrain & Maze [25], ficando com 34 030 medidas de período rotacional.

Os dados utilizados no trabalho de Nielsen *et al.* [5] inicialmente continham 192 668 estrelas, mas foram descartadas as binárias eclipsantes conhecidas, os candidatos a planetas e os objetos de interesse do *Kepler*. Eles utilizaram os dados dos quateres Q2 ao Q9, e aplicaram um periodograma *Lomb-Scargle*¹ para cada estrela em cada quarter para períodos entre 1 e 100 dias. Foi encontrado um pico máximo nesse intervalo de período e essa informação foi guardada. Se o período dos picos estivessem entre 1 e 30 dias, consideraram que era devido a variabilidade

¹O algoritmo *Lomb-Scargle* [26] é uma variação da transformada de Fourier discreta, em que as séries temporais são decompostas em uma combinação linear de funções senoidais. Um periodograma pode ser produzido por um ajuste de uma função seno utilizando o método dos mínimos quadrados [27].

estelas e não efeito instrumental. Sendo que altura do pico tinha que ser pelo menos quatro vezes maior que o ruído estimado do desvio quadratico médio de vária séries, isso para ter certeza que estariam utilizando um sinal e evitando ruídos.

Para obter medidas de períodos estáveis sobre os quartos do *Kepler* eles determinaram o valor da mediana em todos os 8 quartos; selecionaram estrelas para qual o desvio da mediana absoluta dos períodos é definido como $MAD = \langle |P_i - \langle P_i \rangle| \rangle$ (onde $\langle \ \rangle$ é a mediana) e deve ser menor que um dia, isto é, $MAD < 1$. Também foram descartadas estrelas com $\log g \lesssim 3,4$ para remover as gigantes vermelhas da amostra. Todo esse processo resultou em uma amostra com 12 151 estrelas.

A amostra do presente trabalho é o resultado do cruzamento desses três catálogos e contém 37 491 estrelas. As temperaturas consideradas foram obtidas em Pinsonneault *et al.* [6]. Para obter os valores de $(B - V)_0$ foi realizado uma calibração utilizando os valores de temperatura e $(B - V)_0$ do apêndice B de [11], ficando assim com uma amostra de 31 460 dados de $(B - V)_0$. A figura 2.1 relaciona o período rotacional com $(B - V)_0$. As linhas coloridas são as linhas de girocronologia de Barnes [2], e de acordo com a girocronologia [2], os períodos rotacionais das estrelas da sequência principal evoluem com idade como

$$P(B - V, t) = f(B - V)g(t), \quad (2.1)$$

$$f(B - V) = a[(B - V)_0 - c]^b, \quad (2.2)$$

$$g(t) = t^n, \quad (2.3)$$

onde t é em $M \cdot$ anos, $B - V$ e P são medidas de cor e período rotacional (em dias) respectivamente, $a = 0,7725 \pm 0,011$, $b = 0,601 \pm 0,024$, $c = 0,40\text{mag}$ e $n = 0,5189 \pm 0,0070$ [2].

Após traçar as linhas de girocronologia separamos as estrelas em grupos destacados em preto na figura 2.1, onde são limitados em intervalos de $(B - V)_0$, com a intenção de remover o efeito de massa, ou seja, deixar apenas um tipo espectral em cada intervalo a fim de não termos dois grupos com comportamento rotacional distinto, e horizontalmente pelas linhas de girocronologia, onde ficamos com um total de 228 grupos. Após essa segregação estimamos

o kernel desses grupos onde utilizamos os valores de período rotacional estelar em função do período rotacional solar ($P/26$).

Posteriormente submetemos esses grupo a um teste de multimodalidade, onde esta mede a multimodalidade de uma amostra pela máxima diferença, sobre todos os pontos da amostra, entre a função distribuição empírica, e a função distribuição unimodal que minimiza ao máximo a diferença [28], que serviu para excluir grupos com mistura de populações. O segundo teste foi o de normalidade [29], com objetivo de determinar quais desses grupos apresentam rotações distribuídas aleatoriamente.

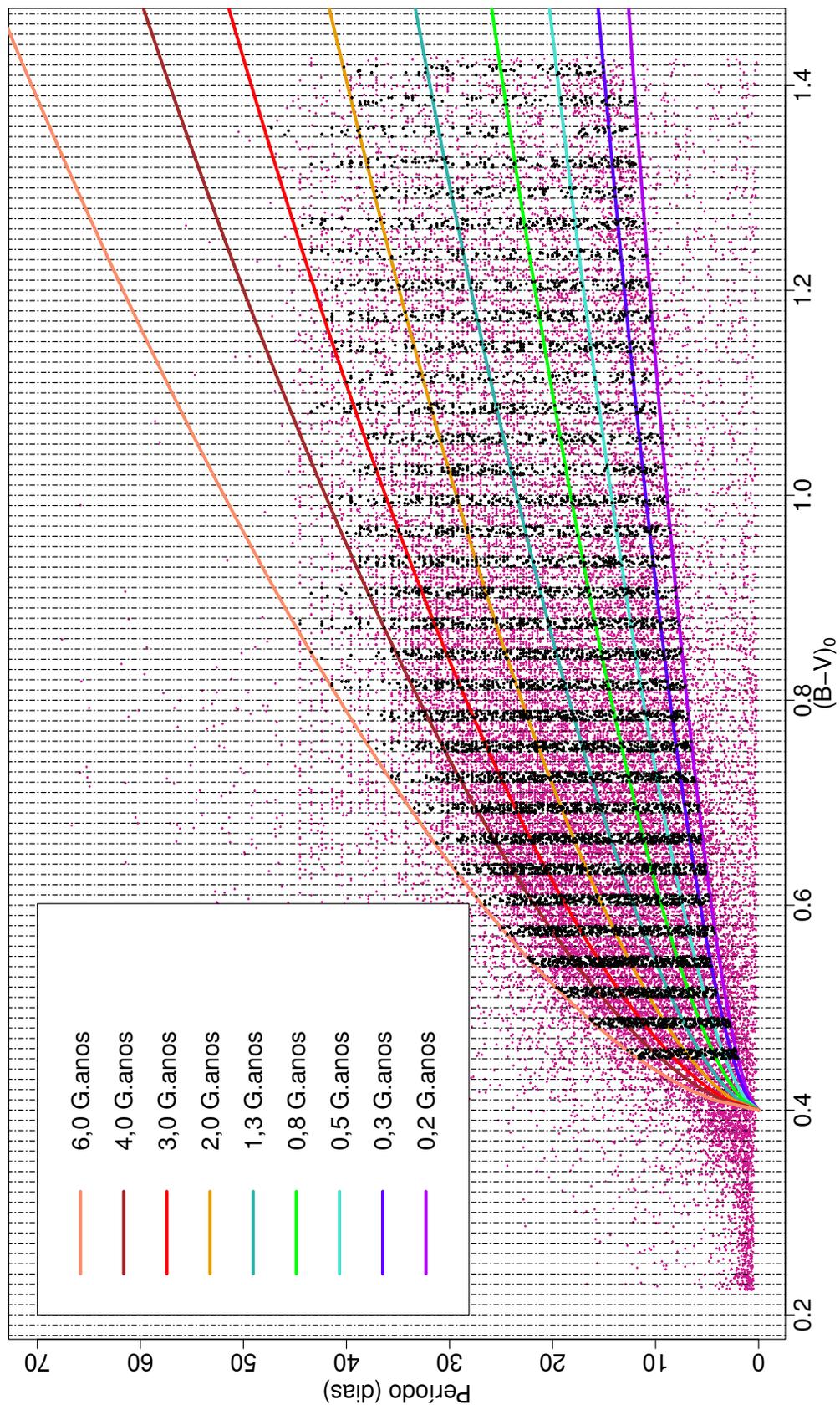


Figura 2.1: Gráfico que relaciona os valores de período rotacional e $(B - V)_0$, onde os pontos representam cada estrela da amostra. As linhas coloridas são as linhas de girocronologia calibradas por Barnes [2].

3

Resultados e discussões

3.1 Funções de decaimento rotacional

A rotação possui um papel determinante para muitos fenômenos observados em estrelas do tipo tardio, ou seja, estrelas do tipo espectral F6 e M com $(B - V)_0$ entre 0,464 e 1,42 [30]. Nesta estrelas estão presentes no mesmo ambiente envoltória convectiva, campos magnéticos e rotação, os quais são combinado para gerar o fenômeno conhecido como dínamo estelar. O resultado deste fenômeno se traduz num processo de frenagem da estrela, que perde sua rotação de forma gradativa ao longo de sua vida [11, 15]. Neste processo, parte do gás ionizado das estrelas é aprisionado pelas linhas de campo magnético e levados para distância muito maiores que o raio estelar, fazendo com que a estrelas diminua sua rotação pelo princípio da conservação do *momentum* angular (enquanto o gás ainda interage com a estrela). A estrela também perde rotação pela perda de massa, ocasionada pelo vento estelar (quando o gás deixa de interagir com a estrela).

A perda de *momentum* angular por vento estelar magnético é um dos mecanismos propostos para explicar a diminuição de rotação estelar ao longo do tempo. Esse mecanismo é chamado freio magnético. Neste trabalho testamos estatisticamente dois modelos propostos para descrever a perda do momentum angular estelar com o tempo, os modelos foram propostos por Skumanich [15] e de Mayor & Mermilliod [20]. Esse teste é relevante porque dispomos da maior quantidade de dados de rotação de estrelas do campo disponível até os dias atuais. Para este teste, utilizamos sete grupos de estrelas dentro de pequenos intervalos de $(B - V)_0$, com uma variação máxima de 0,01. Estes grupos de estrelas estão dentro de sete das faixas verticais mostradas figura 2.1, onde os intervalos de índice de cor estão indicados. A queda da

média da rotação angular com a idade é claramente observada.

Duas características pode ser observadas no gráfico 3.1. A primeira é que para todos os grupos há uma queda na rotação mais acentuada para as estrelas mais jovens. A velocidade média tende a se estabilizar, ou pelo menos a variar muito pouco, na media que as estrelas envelhecem. A segunda característica é a de que as estrelas mais massivas perdem rotação mais rapidamente, o que pode ser percebido pela inclinação da curva (ou seja, sua derivada) mais acentuada com o aumento da massa. Esse comportamento mostra que as estrelas perdem momentum angular a diferentes de acordo com a rotação, uma vez que a eficiência do dínamo determinando o freio magnético estelar está correlacionado com a rotação [31, 32].

Soderblom *et al.* [1] também falam sobre o comportamento das estrelas de $1.0M_{\odot}$ no aglomerado das Plêiades e das Híades, onde esses tem idade $t_P = 50M.anos$ e $t_H = 600M.anos$, respectivamente. Sendo que esses tem $\langle V \sin i(t_P) \rangle = 10km/s$ e $\langle V \sin i(t_H) \rangle = 5km/s$ para estrelas de $1.0M_{\odot}$.

A figura 3.2 apresenta um ajuste da função proposta por Mayor & Mermilliod [20], conforme equação 1.10, para o dados mostrados na figura 3.1. Os resultado dos parâmetros dos parâmetros de ajuste para cada curva são mostrado na tabela 3.1. Em particular, observamos que o parâmetro α , que estão relacionado à geometria do campo magnético e a relação entre este campo e a rotação, varia aproximadamente entre 2,7 e 3. Este valores indicam que o comportamento da média da rotação das estrelas do campo do *Kepler* segue a lei de decaimento rotacional proposta por Skumanich [15] pois, como mencionado anteriormente, quando $\alpha = 3$ a função proposta por [20] é idêntica ao decaimento da rotação com $t^{-1/2}$, proposta por [15]. Nossos dados portanto mostram que a relação proposta por Skumanich se mantém como uma boa ferramenta para estimar o comportamento da queda rotacional das estrelas com a idade, pelo menos para estrelas do campo com idades superiores a cerca de 0,3 G.anos (ver também [1]).

Mayor & Mermilliod [20] estudaram a rotação média nas estrelas do tipo-G nos aglomerados de Plêiades e Híades, para estimar a perda de rotação com a idade sob a suposição de que a distribuição da rotação do aglomerado mais jovem iria evoluir para a distribuição da rotação do outro com idade maior. A rotação média das estrelas das Plêiades, com idade $\log t_P = 8.0$ (0,1 G.anos) foi estimada em torno de 10,2km/s, enquanto a rotação média das estrelas nas

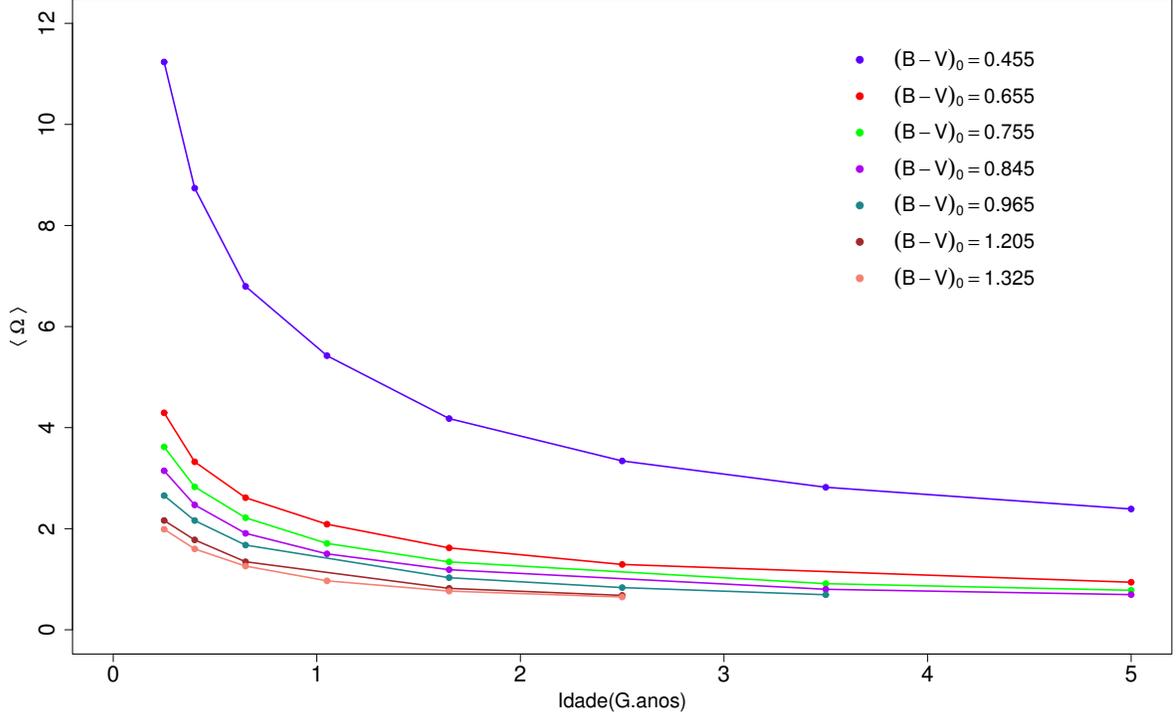


Figura 3.1: Distribuição das da média rotacional como uma função da média das idade para estrelas segregadas por intervalo de índice de cor, $(B - V)_0$. As estrelas em cada intervalo apresenta uma variação máxima de $(B - V)_0 = 0,01$, as média de $(B - V)_0$ em cada intervalo está indicada na figura. Onde os valores de velocidade rotacional são em ordem da velocidade rotacional solar.

Híades, com idade $\log t_H = 9.15$ (1,4 G.anos), foram estimadas em cerca de 5,1km/s. Ou seja, no cenário onde a distribuição da rotação das estrelas tipo-G Plêiades evolui para a distribuição da rotação das estrelas tipo-G Híades, haveria uma queda de cerca 50% na rotação, de 10,2 para 5,1km/s, em 1,3 G.anos. As figuras 3.1 e 3.2 confirma este cenário para as estrelas de campo tipo-G precoce, $(B - V)_0 \sim 0,5$, representadas nas figuras pelos pontos azuis. Observa-se que entre as idades de $\sim 0,2$ e $\sim 1,4$ G.anos a rotação dessas estrelas caem praticamente na mesma taxa, ou seja, de ~ 11 km/s para ~ 5 km/s. As estrelas de campo também apresentam um comportamento semelhante ao das estrelas de aglomerados para idade entre 4 e 6 G.anos, onde a média da velocidade de rotação estimadas por [20] é de aproximadamente 2km/s.

Linha	Constante(k)	Erro Pdr.(Const.)	Expoente(α)	Erro Pdr.(Exp.)
1	0,019	0,001	2,932	0,041
2	0,114	0,006	3,008	0,060
3	0,174	0,004	2,925	0,033
4	0,217	0,004	2,985	0,030
5	0,305	0,008	2,775	0,047
6	0,458	0,029	2,714	0,153
7	0,501	0,015	2,896	0,094

Tabela 3.1: Valores para a constante e para o expoente no ajuste da função de Mayor & Mermilliod $\langle \Omega \rangle = [(\alpha - 1)k(t - t_0) + \langle \Omega_0 \rangle^{1-\alpha}]^{1/(1-\alpha)}$.

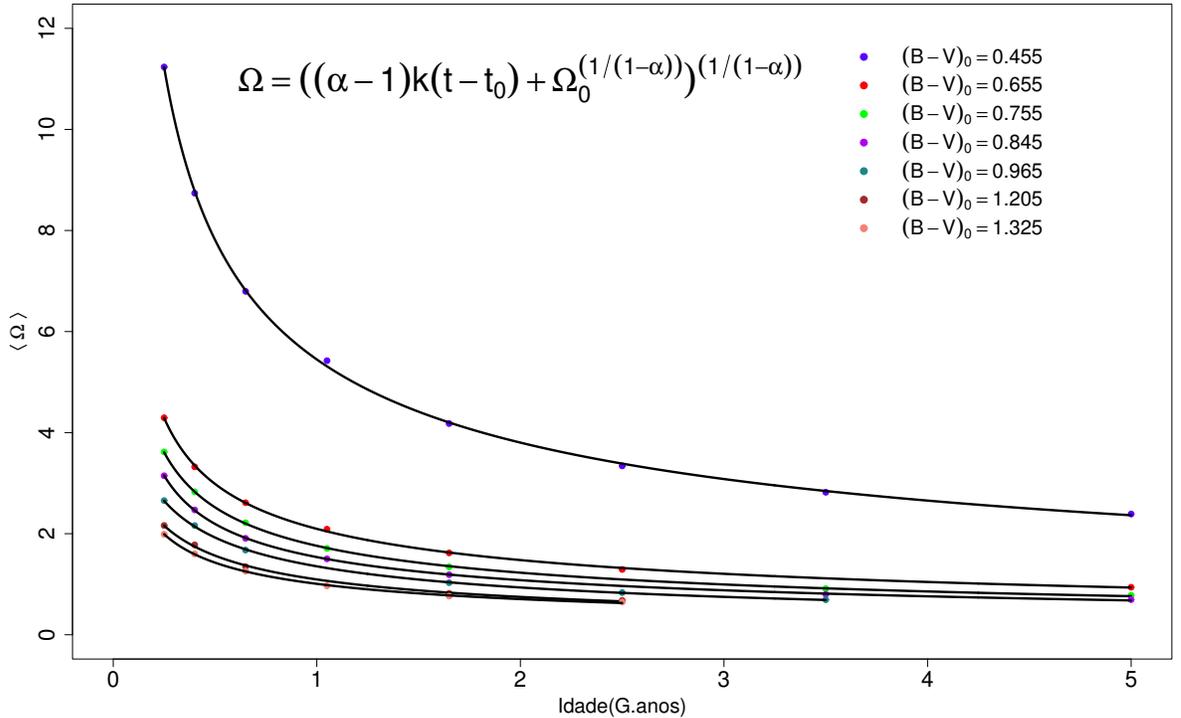


Figura 3.2: Distribuição da média rotacional como uma função da média da idade para estrelas segregadas por intervalo de índice de cor, $(B - V)_0$. As estrelas em cada intervalo apresenta uma variação máxima de $(B - V)_0 = 0,01$, a média de $(B - V)_0$ em cada intervalo está indicada na figura. Onde os valores de velocidade rotacional são em ordem da velocidade rotacional solar.

3.2 Ajustes das funções de distribuição de rotação estelar

Nesta seção iremos descrever em detalhes o resultado da análise das distribuições rotacionais das estrelas de campo com rotação medidas a partir dos dados do *Kepler*. Utilizando a

metodologia descrita no capítulo 2, foram selecionados 228 grupos. A distribuição da rotação das estrelas em cada grupo foi primeiro submetida a uma análise de multimodalidade, como o objetivo de excluir distribuições com duas ou mais modas. Tais distribuições devem ser excluída da análise neste momento para evitar mistura de populações diferentes, o que contaminaria a análise estatística. A distribuição da rotação de cada grupo foi portanto submetida ao teste utilizando o código descrito em [28] que identifica a presença de diferentes modas a partir da máxima diferença entre os pontos da distribuição empírica e uma distribuição unimodal que minimiza o valor máximo dessas diferenças. Foram encontrados 15 grupos apresentando características de bimodalidade, os quais foram excluídos dos testes descritos abaixo. A figura 3.3 apresenta as distribuições das rotações de quatro dos 15 grupos com distribuições classificadas como bimodais. A presença de mais de uma moda nessas distribuições pode indicar a presença de efeitos de seleção, haja visto que as estrelas estão confinadas em pequenos intervalos de idade e massa, o que diminui a probabilidade de influencia desses dois fatores sobre a rotação.

O segundo teste realizado foi realizado para identificar os grupos de estrelas cuja distribuição rotacional é aleatória. Esse teste antecedeu os demais porque ele pode ser feito sem a necessidade de ajustar curvas à distribuição, sendo portanto mais rápido e fácil de ser realizado. O procedimento consistiu em submeter todos os grupos a um teste de gaussianidade, utilizando o código computacional desenvolvido por [33], que é uma aplicação do teste de Shapiro [29] que acusa se a distribuição apresenta características de normalidade (distribuição normal ou gaussiana). Foram identificados 115 grupos apresentando distribuição de rotação compatível com uma distribuição aleatória. A figura 3.4 mostra quatro distribuições escolhidas aleatoriamente entre os grupos que apresentam distribuições rotacionais gaussianas. A tabela 3.2 apresenta um extrato dos resultados do teste de Shapiro para todos os grupos com distribuição rotacional compatíveis com a distribuição normal, a tabela completa será disponibilizada no formato eletrônico. O fato de estes grupos apresentarem uma distribuição de rotação aleatória parece indicar a inexistência de um fator físico causal influenciando a distribuição estelar rotação estelar ou pelo menos que tais fatores, se existirem, influência muito fracamente.

Dos 228 grupos de estrelas analisados, 98 não se mostraram compatíveis com a distribuição gaussiana. Para todos os 98 grupos foram feitas tentativas de ajuste das funções log-normal,

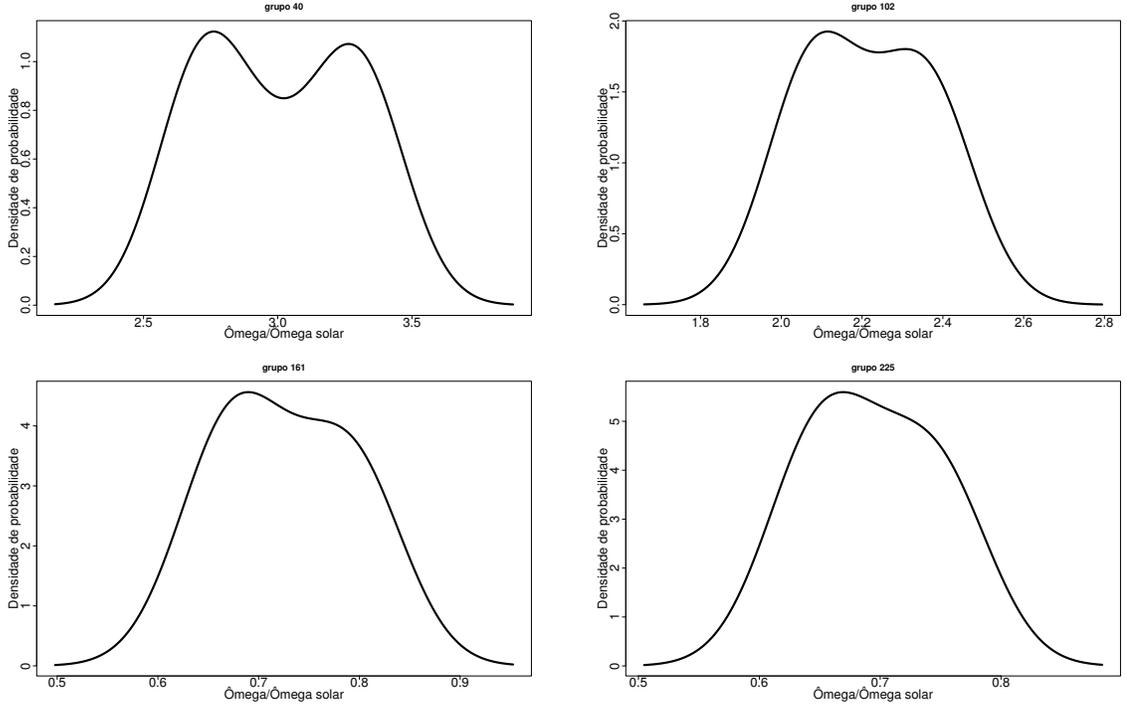


Figura 3.3: Os painéis foram estimados com o kernel das distribuições de rotação das estrelas em quatro grupos escolhidos aleatoriamente entre os quinze que apresentam característica de bimodalidade. Os valores de velocidade rotacional estão em unidades solares dado pela expressão $P/26$, onde 26 é o período do Sol.

dada pela equação 1.61 e a q -maxwelliana, dada pela equação 1.52, com objetivo de avaliar qual delas seria mais apropriadas para descrever a distribuição das rotações das estrelas nos grupos. É importante lembrar que quando $q = 1$ a função q -maxwelliana coincidem com a função maxwelliana. Desse modo, o teste destas funções nos permite obter informações sobre a lei física estatística que controla as distribuições da rotação dessas estrelas.

Para realizar o ajuste das curvas de foi utilizado um código computacional baseado no algoritmo Gauss-Newton para minimizar a soma dos quadrados dos resíduos [34], com uma tolerância de 10^{-5} para a convergência. Todas as tentativas feitas para ajustar a função q -maxwelliana aos dados de rotação dos 98 grupos foram mal sucedidas, não sendo possível obter a convergência para valores dos parâmetros q e σ . Mesmo quando o limite de tolerância para a convergência foi ampliado até 10^{-1} a convergência não foi atingida. A primeira vista, este resultado parece apontar para o fato de que as funções q -maxwelliana não são adequadas para representar a distribuição da rotação das estrelas do campo, como proposto por [8, 35].

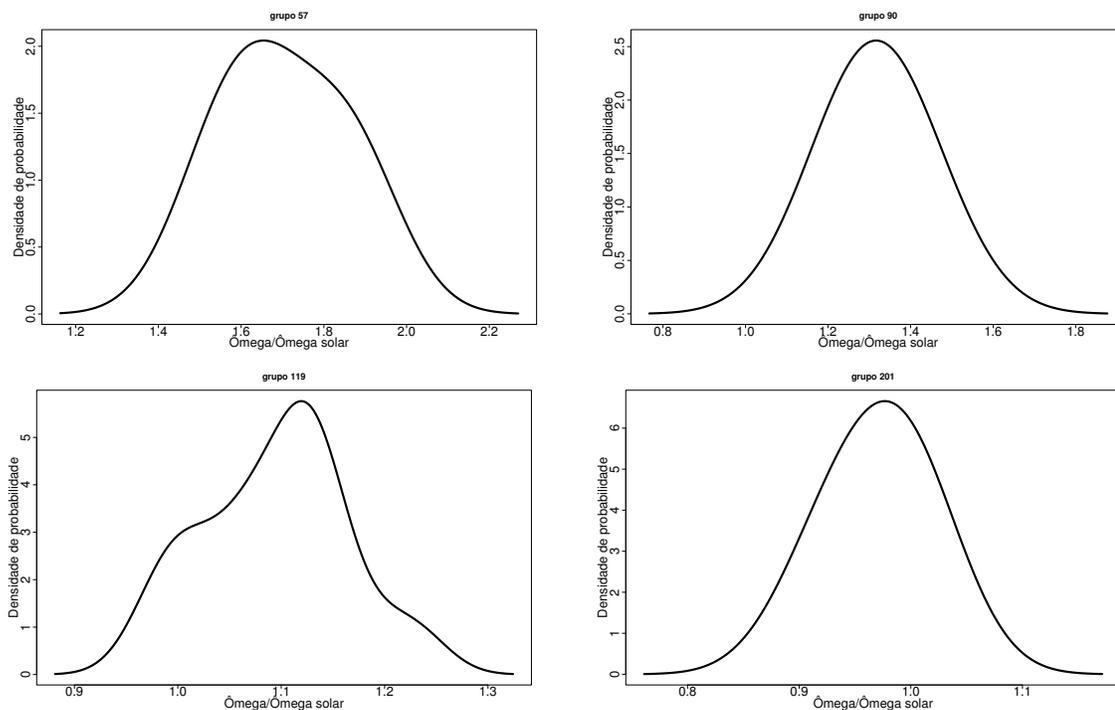


Figura 3.4: Os painéis foram estimados com o kernel das distribuições de rotação das estrelas em quatro dos 115 grupos identificados como compatíveis com uma distribuições gaussianas segundo o teste de Shapiro. Os valores de velocidade rotacional estão em unidades solares dado pela expressão $P/26$, onde 26 é o período do Sol.

Entretanto não podemos descartar a presença de efeitos de seleção nas amostras de estrelas observadas pelo satélite *Kepler*. Dentre eles podemos citar um possível viés na amostra, relacionado à correlação entre idade e atividade estelar. As medidas de períodos de rotação são baseadas na modulação de curvas de luz, que por sua vez são causadas pela atividade estelar.

Como as estrelas mais velhas tendem a serem menos ativas, é provável que essas estrelas sejam mais raramente medidas pelo Kepler, causando um viés na amostra em favor das estrelas mais jovens. Parece estranho, entretanto, que mesmo entre as estrelas mais jovens, nossas tentativas de ajustes das funções q -maxwelliana aos dados não tenham sido bem sucedidas. No caso específico da maxwelliana, como discutimos na seção 1.4.1, após testar essa distribuição para reproduzir o comportamento rotacional das estrelas nos aglomerados α Persei e Plêiades, [1] precisou abandonar a maxwelliana em favor de uma distribuição log-normal. Os testes de ajustes feitos para as funções log-normais foram bem sucedidos, havendo a convergência em todos os casos. A figura 3.5 apresenta a distribuição de quatro dos 98 grupos de estrelas

com distribuição da rotação compatível com a distribuição log-normal. A tabela 3.2 apresenta um extrato dos resultado de cada ajuste, sendo a tabela completa disponibilizada no formato eletrônico.

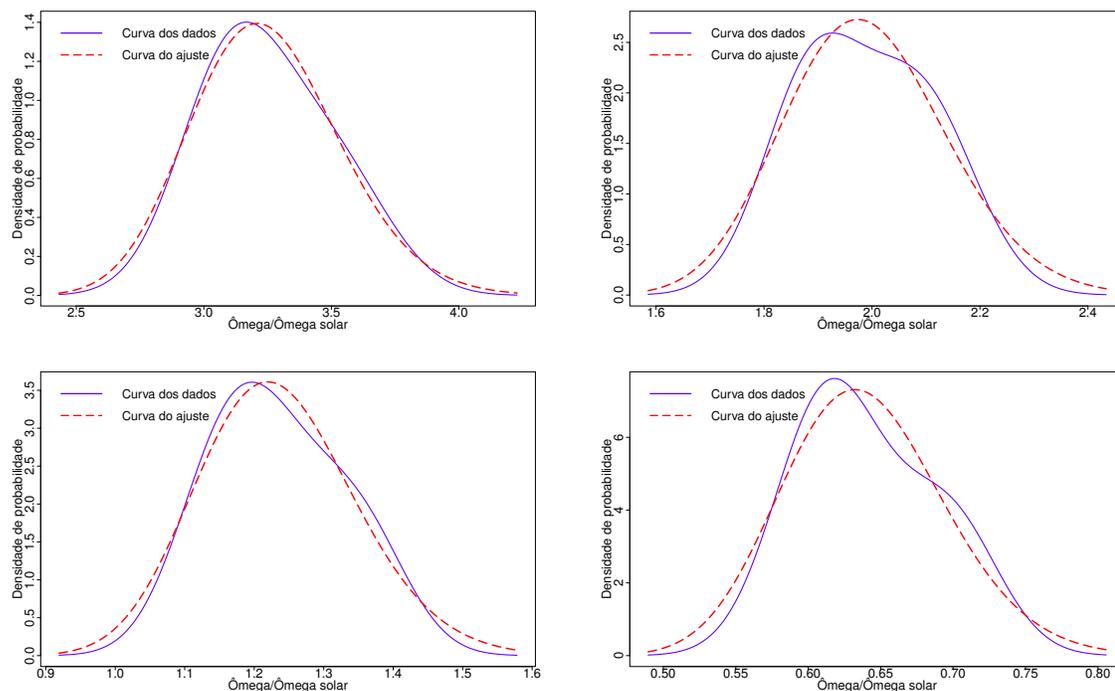


Figura 3.5: Os painéis foram estimados com o kernel das distribuições de rotação das estrelas em quatro grupos apresentando cujas distribuições da rotação apresentam comportamento compatível com uma distribuição log-normal (em azul). A linha vermelha mostra a curva log-normal de melhor ajuste. Os quatro exemplos foram escolhidos aleatoriamente entre os 98 grupos. Os valores de velocidade rotacional estão em unidades solares dado pela expressão $P/26$, onde 26 é o período do Sol.

Grupo	$\langle \Omega / \Omega_{\odot} \rangle$	Idade[G.anos](média)	$(B - V)$ (média)	Multimodalidade (Prob.)	Gaussianidade (Prob.)	Conclusões
2	8,561	0,25	0,485	0,924	0,956	O grupo é gaussiano
8	3,828	0,25	0,725	0,046	—	O grupo é bimodal
31	8,738	0,4	0,455	0,987	0,933	O grupo é gaussiano
32	6,682	0,4	0,485	0,896	0,589	O grupo é gaussiano
80	1,721	0,65	0,935	0,289	0,028	O grupo é log-normal
81	1,676	0,65	0,965	0,119	0,092	O grupo é gaussiano
87	1,427	0,65	1,145	0,096	0,003	O grupo é log-normal
96	5,423	1,05	0,455	0,234	0,109	O grupo é gaussiano
124	0,974	1,05	1,295	0,111	0,072	O grupo é gaussiano
142	1,188	1,65	0,845	0,321	0,048	O grupo é gaussiano
150	0,925	1,65	1,085	0,471	0,012	O grupo é log-normal
205	0,801	3,5	0,845	0,453	0,057	O grupo é gaussiano
215	1,509	5	0,515	0,139	0,010	O grupo é log-normal
227	0,646	5	0,875	0,083	0,460	O grupo é gaussiano
228	0,646	5	0,905	0,308	0,555	O grupo é gaussiano

Tabela 3.2: Valores dos grupos ao qual submetemos aos testes e aos ajustes.

A figura 3.6 é semelhante à figura 2.1, porém ela destaca a posição dos grupos de acordo com a característica da distribuição, ou seja, bimodal (em azul), log-normal (em preto) ou gaussiano (em vermelho). Os grupos com característica bimodal não parecem apresentar um padrão claro na distribuição, e sendo poucas as ocorrências desses casos (15 em 228) não se destacam como um comportamento estatístico significativo. Quanto às demais distribuições, podemos observar um padrão considerando a distribuição desses grupos em duas regiões distintas do gráfico, ou seja, entre estrelas de massa solar (massa entre 0.6 e $1,4 M_{\odot}$ ou $(B - V)_0 \lesssim 1$) e estrelas de baixa massa (massa $\lesssim 0,6 M_{\odot}$ ou $(B - V)_0 \gtrsim 1$). Entre as estrelas de massa solar há uma relação de 73 grupos log-normal para 56 grupos gaussianos. Para as estrelas de baixa massa, situação se inverte, com 25 grupos log-normal para 59 gaussianos. Observa-se que enquanto o número de distribuições gaussianas se mantém o número de distribuições lognormal entre as estrelas de baixa massa cai 66% com relação à quantidade dessas distribuições entre as estrelas de massa solar. As estrelas de baixa massa tendem a serem mais velhas do que as estrelas com massa solar. Isso equivale a dizer que se a presente amostra for de fato afetada por efeito de seleção devido à relação idade-atividade, esse efeito deve afetar mais fortemente as regiões das estrelas de baixa massa ($(B - V)_0 \gtrsim 1$). O que poderia explicar a grande redução no número de grupos mostrando rotação com distribuição log-normal nesta região. Esta possibilidade entretanto precisa ser melhor analisada em um trabalho posterior.

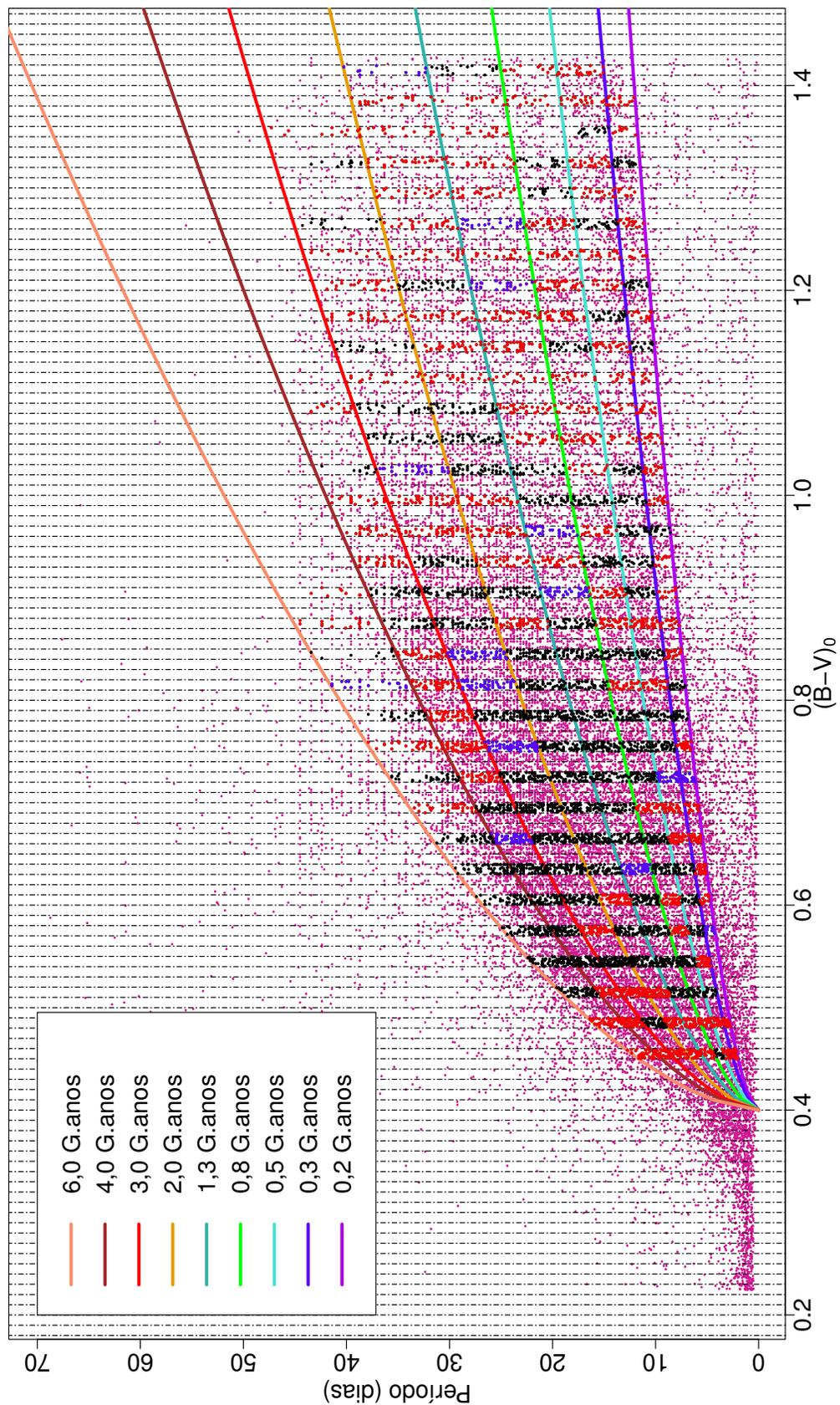


Figura 3.6: Gráfico representando em cores os resultados obtidos para o comportamento de cada grupo. Onde em preto temos os grupos log-normais, em azul os bimodais e em vermelho os gaussianos.

4

Conclusões e perspectivas

Este trabalho teve como principal objetivo fazer uma análise estatística dos dados de rotação das estrelas medidas pelo satélite *Kepler*, em particular no contexto das funções de distribuição dessas rotações. Para isso nós selecionamos uma amostra contendo 31 460 das de rotação de 37 491 estrelas com índice de com $(B - V)_0$ variando de 1,427 a 0,224, que corresponde aos tipos espectrais entre M1 e A8. Essa amostra foi dividida em 228 grupos contendo estrelas com idades e índice de cor variando em pequenos intervalos. Esses grupos foram inicialmente utilizados para testar duas diferentes leis de decaimento rotacional, tendo como resultado um bom acordo entre os dados e a lei de decaimento proposta por Skumanich [15], onde a rotação cai com o inverso da raiz quadrada da idade. Em seguida foram realizados testes para confrontar quatro diferentes distribuições de rotação, a distribuição gaussiana, a maxwelliana, a q -maxwelliana e a log-normal. Como resultados foram observados que 115 grupos apresentam distribuições compatíveis com uma função gaussiana, 98 grupos com distribuições compatíveis com a log-normal e 15 grupos descartados por apresentarem um comportamento bimodal. Nenhum dos grupos pôde ser ajustado utilizando uma função q -maxwelliana. Entretanto é possível que a amostra do Kepler apresente efeitos de seleção relacionados com a correlação idade-atividade, resultando em um viés na amostra em favor das estrelas de baixa massa. Tal possibilidade será melhor investigada em um trabalho posterior.

4.1 Perspectivas

Como perspectivas de novos trabalhos a serem desenvolvidos a partir dos resultados desta dissertação, pode-se propor os seguintes:

- Realizar um estudo estatístico no sentido de investigar a influência da relação idade-atividade na amostra do *Kepler*. Uma vez identificada e quantificada esta influência o presente trabalho pode ser reproduzindo no sentido de contornar ou compensar os possíveis vieses nos resultados obtidos.
- Em se provando que a relação idade-atividade não afeta significativamente a amostra de estrelas observadas pelo Kepler, é necessário investigar a drástica redução do número de grupos apresentando distribuição rotacional compatível com a função log-normal das estrelas de baixa massa, quando comparada com as estrelas de massa solar.
- Desenvolver um código computacional para integrar numericamente as funções de distribuição analisadas neste trabalho realizar um teste do tipo Anderson-Darling para verificar, como um teste independente, os resultados deste trabalho. O teste proposto irá quantificar a probabilidade de que as funções de distribuição empírica das rotações das estrelas do grupo possam ser semelhantes às funções de distribuição analisadas neste trabalho.
- Na medida em que as amostras de dados de rotação disponíveis foram sendo ampliada, bem como as curvas de girocronologia forem sendo melhor calibradas, este trabalho pode ser também ser reproduzido de melhor confrontar as funções de distribuições, com base em uma quantidade de estrelas maior em cada grupo, o que pode aumentar a significância estatística dos testes.

Bibliografia

- [1] SODERBLOM, D. et al. The evolution of angular momentum among zero-age main-sequence solar-type stars. *The Astrophysical Journal*, v. 409, p. 624–634, 1993.
- [2] BARNES, S. A. Ages for illustrative field stars using gyrochronology: viability, limitations and errors. *ApJ*, v. 669, p. 1167–1189, 2007.
- [3] MCQUILLAN, A.; MAZEH, T.; AIGRAIN, S. Rotation periods de 34.030 kepler main-sequence stars: the full autocorrelation sample. *ApJS*, v. 2, p. 402–569, 2014.
- [4] REINHOLD, T.; REINERS, A.; BARSÌ, G. Rotation and differential rotation of active kepler stars. *A&A*, A4, p. 560, 2013.
- [5] NIELSEN, M. et al. Rotation periods of 12 000 main-sequence kepler stars: Dependence on stellar spectral type and comparison with $v\sin(i)$ observations. *A&A*, L10, p. 557, 2013.
- [6] PINSONNEAULT, M. et al. A revised effective temperature scale for the kepler input catalog. *ApJS*, v. 199, p. 30–51, 2012.
- [7] TASSOUL, J. *Stellar Rotation*. Primeira edição. Nova Iorque: Cambridge University Press, 2000.
- [8] SOARES, B. et al. Tsallis maximum entropy distribution function for stellar rotational velocities in the pleiades. *Physica A*, v. 364, p. 413–422, 2006.
- [9] SAHJN, G.; STRUVE, O. *MNRAS*, v. 89, p. 222, 1929.
- [10] CHANDRASEKHAR, S.; MUNCH, G. On the integral equation governing the distribution of the true and the apparent rotational velocities of stars. *ApJ*, v. 111, p. 142, 1950.
- [11] GRAY, D. *The Observation and Analysis of Stellar Photosphere*. Terceira edicao. Nova Iorque: Cambridge University Press, 2006.
- [12] <http://kepler.nasa.gov/Mission/QuickGuide/>.
- [13] GALLET, F. Star/disk interaction and momentum evolution model for solar-like star. *EPJ*, 2014.
- [14] BOUVIER, J. et al. Angular momentum evolution of young low-mass stars and brown dwarfs: observation and theory. *Protostar & Planets IV*, 2013.

- [15] SKUMANICH, A. Time scale for caii emission decay, rotational braking, and lithium depletion. *The Astrophysical Journal*, v. 171, p. 565–567, 1972.
- [16] SODERBLOM, D. *ApJ*, v. 53, p. 1, 1983.
- [17] BARRY, D.; CROWWELL, R.; HEGE, E. *ApJ*, v. 315, p. 264, 1987.
- [18] SODERBLOM, D.; DUNCAN, D.; JOHNSON, D. *ApJ*, v. 375, p. 722, 1991.
- [19] PACE, G.; PASQUINI, L. *A&A*, v. 426, p. 1021, 2004.
- [20] MAYOR, M.; MERMILLIOD, J. Rotational velocities of stars in open clusters: the time dependence revisited. *S.Catalano and J.R.Stauffer*, p. 143–150, 1991.
- [21] DEUTSCH, A. *Stellar Rotation*, A.Sletteback, Holland:D.Reidel Publishing Company, 1970.
- [22] AITCHISON, J.; BROWN, J. A. C. *The Lognormal Distribution*. Primeira edicao. Nova Iorque: Cambridge University Press, 1963.
- [23] BERNACCA, P. A statistical treatment of the stellar rotational velocities which considers the break-up limit. *Stellar Rotation*, A.Sletteback, Holland:D.Reidel Publishing Company, 1970.
- [24] ZECHMEISTER, M.; KÜRSTER, M. *A&A*, v. 496, p. 577, 2009.
- [25] MCQUILLAN, A.; AIGRAIN, S.; MAZEH, T. *MNRAS*, v. 432, p. 1203, 2013.
- [26] SCARGLE, J. D. Studies in astronomical time series analysis. ii. statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. *ApJ*, v. 263, p. 835–853, 2015.
- [27] BIRNEY, D. S.; GONZALEZ, G.; OESPER, D. *Observational Astronomy*. Segunda edicao. Nova Iorque: Cambridge University Press, 2006.
- [28] HARTIGAN, J. A.; HARTIGAN, P. M. The dip test of unimodality. *Annals of Statistic*, v. 13, p. 70–84, 1985.
- [29] SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, v. 52, p. 591, 1965.
- [30] FREITAS, D. de. *Formação de caudas maxwellianas no contexto da rotação estelar*. Tese (Doutorado) — UFRN, Novembro 2009.
- [31] BARNES, S. A. *In The Age of Stars, Proc. IAU Symp. 258*. Nova Iorque: Cambridge University Press, edited by Mamajek E.E., Soderblom D.R., Wyse R.F.G., 2009.
- [32] MAMAJEK, E. E. *In The Age of Stars, Proc. IAU Symp. 258*. Nova Iorque: Cambridge University Press, edited by Mamajek E.E., Soderblom D.R., Wyse R.F.G., 2009.
- [33] R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2012. ISBN 3-900051-07-0. Disponível em: <<http://www.R-project.org/>>.

- [34] BATES, D. M.; CHAMBERS, J. M. Linear models. *Statistical Models in S*, J. M. Chambers and T. J. Hastie (editors), Wadsworth & Brooks/Cole, Pacific Grove, California, 1992.
- [35] CARVALHO, J. C. et al. *Europhys. Lett.*, v. 84, p. 59001, 2008.