



Universidade do Estado do Rio Grande do Norte
Programa de Pós-Graduação em Física
Departamento de Física
Faculdade de Ciências Exatas e Naturais-FANAT

Hillysson Bruno Sampaio dos Santos

A evolução dos q -momentos da distribuição da
rotação de estrelas do tipo solar

Mossoró

Março de 2015

Hillysson Bruno Sampaio dos Santos

A evolução dos q -momentos da distribuição da rotação de
estrelas do tipo solar

Dissertação apresentada ao programa de Pós-
graduação em Física da Universidade do Estado
do Rio Grande do Norte como parte dos requisitos
para obtenção do título de MESTRE EM FÍSICA

Orientador: Prof. Dr. José Ronaldo Pereira da Silva

Mossoró

Março de 2015

Catálogo da Publicação na Fonte.
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte.

Santos, Hillysson Bruno Sampaio dos
A evolução dos q-momentos da distribuição da rotação de estrelas do tipo solar. / Hillysson Bruno Sampaio dos Santos. - Mossoró, RN, 2015.

58 f.

Orientador(a): Prof. Dr. José Ronaldo Pereira da Silva.

Dissertação (Mestrado em Física). Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. Programa de Pós-Graduação em Física.

1. Momentum angular estelar. 2. Aglomerados abertos. 3. Mecânica estatística não-extensiva. 4. Primeiros momentos. 4. Rotação estelar. I. Silva, José Ronaldo Pereira da. II. Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. III. Título.

UERN/BC

CDD 530

Hillysson Bruno Sampaio dos Santos

**A evolução dos q -momentos da distribuição da rotação de
estrelas do tipo solar**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-
graduação em Física da Universidade do Estado
do Rio Grande do Norte como parte dos requisitos
para obtenção do título de MESTRE EM FÍSICA

Banca Examinadora

Prof. Dr. José Ronaldo Pereira da Silva

Orientador

Prof. Dr. Daniel Brito de Freitas

Examinador externo

Prof. Dr. Bráulio Batista Soares

Examinador interno

*Dedicado à
minha amada família.*

Agradecimentos

Agradeço a Deus pelas maiores dádivas que Ele me concedeu: minha vida, minha saúde, minha família e meus amigos; pelas lições que Ele me faz contemplar diariamente e pela sua fiel companhia que me fortalece em todos os momentos que mais preciso, especialmente durante o mestrado, uma etapa ímpar em minha vida. A Ele toda a honra e toda a glória.

Aos meus pais, Antônio Santos e Graça Santos, pelo amor incondicional e inabalável que me oferecem todos os dias; pelo esforço que eles fizeram para que eu pudesse ter uma boa escolaridade até mesmo em épocas de muitas dificuldades; pelos valores que me ensinaram tornando-os grandes exemplos que são para mim. Agradeço especialmente por acreditarem em mim e por me apoiarem na perseguição dos meus sonhos.

Aos meus irmãos, Allysson Santos e Hellysson Santos, pelo aprendizado partilhado, pelo amadurecimento e companheirismo que sempre recebi deles e que me fizeram desenvolver o respeito, o amor e a minha profunda admiração pelo que representam em minha vida.

Aos meus tios e tias, aos meus primos e primas, pelo incentivo e apoio imprescindíveis para minha motivação nesta caminhada; especialmente a minha prima Valdênia Sampaio pelas palavras de estímulo quando eu mais precisava e por ser essa pessoa “samaritana” que ela é.

A minha cunhada Shirlene Santos e ao meu sobrinho Pedro Santos pelo importante incentivo que foram capazes de me oferecer por gestos e por palavras, apesar da distância geográfica e pela possibilidade dos reencontros que iluminam, alegam e fortalecem nossos momentos em família.

Aos meus amigos pela conversa sincera, pela presença verdadeira, pela firme companhia, pelo importante incentivo e pelo desprezioso carinho dedicados a mim; em especial aos meus amigos Cleverson Moreira e Hermínio Neto que vibraram comigo desde a aprovação no mestrado até a conclusão dele. Agradeço por dividirem comigo minhas alegrias e angústias e por me ouvirem até quando as palavras eram dispensáveis; obrigado por serem referências pessoais e profissionais para mim.

Ao meu orientador Prof. Dr. José Ronaldo pela confiança depositada na condução do presente trabalho, pela paciência com a qual lidou com as minhas dúvidas e opiniões, pelo notável profissionalismo e pela dedicada atenção disponibilizada para realização desta empreitada. Agradeço por sempre tratar da pesquisa com uma motivação contagiante tornando-se um exemplar professor que projeta os passos dos seus alunos aos melhores degraus.

Ao Prof. Dr. Bráulio Batista pela disponibilidade e pelo importante colaboração que solidificaram as contribuições substanciais neste trabalho causando necessário depreendimento às abordagens aqui apresentadas; obrigado pelo apoio e pela atenção oferecidas a mim.

Aos colegas de curso, especialmente os que se tornaram amigos, pelo período que passamos juntos partilhando desde os momentos difíceis, diante da tensão das disciplinas e das dúvidas e incertezas do curso, até os momentos de descontração que tornaram os dias bem-humorados e suportáveis. Agradeço em especial a Daniele Lima pela cumplicidade e pelo acolhimento, por ser uma amiga que se tornou minha “irmã” tornando-se essencial para que eu pudesse chegar até aqui.

A Universidade do Estado do Rio Grande do Norte, especialmente aos professores e colaboradores do departamento de física por contribuírem com a minha formação acadêmica, em especial ao Prof. Dr. Nilson Sena e ao secretário da pós, Tiago Martins.

Ao programa estatístico R, pois através dele foi possível realizar os cálculos estatísticos e os gráficos.

A fundação CAPES por viabilizar financeiramente o curso de mestrado; porque através disto um sonho se tornou possível.

Resumo

Este trabalho analisou a evolução da rotação estelar com base nos modelos de evolução do *momentum* angular de estrelas do tipo solar, com massa variando no intervalo de 0,9 - 1,1 M_{\odot} e idade entre 1 - 1000 M-anos. Esta análise foi feita no contexto da Mecânica Estatística Não-Extensiva (MENE) através dos q -momentos das distribuições rotacionais. Foram obtidos os valores dos parâmetros q e σ , assim como os valores dos primeiros momentos q -maxwellianos dessas distribuições para estrelas de aglomerados abertos. Nossa análise mostrou que as médias baseadas na MENE são sensíveis aos principais processos físicos envolvidos na evolução do *momentum* angular. Os primeiros momentos calculados no contexto da MENE parecem ser os mais indicados para investigar as distribuições rotacionais de aglomerados do que os primeiros momentos maxwellianos, pois ajustam-se melhor à tendência central das distribuições rotacionais das estrelas de aglomerados abertos. Além disso, foi examinado a evolução do índice entrópico q com a idade. Foi observado que dentro da faixa de idade estudada, o índice entrópico q apresenta dois regimes distintos: uma correlação na fase da pré-sequência principal e uma anticorrelação na fase sequência principal precoce.

Palavras-chave: *momentum* angular estelar, aglomerados abertos, mecânica estatística não-extensiva, primeiros momentos, rotação estelar, estrela do tipo solar.

Abstract

This work analyzed the evolution of stellar rotation based on the models of evolution of angular *momentum* of the solar-like stars, with masses varying in the range from 0.9 to 1.1 M_{\odot} and age between 1 - 1000 Myr. This analysis was done in the context of Non-Extensive Statistical Mechanics (NESM) through the q -moments the rotational distributions. We obtained the values of the parameters, q and σ , and the values of the first q -maxwellian moments these distributions for stars of open clusters. Our analysis showed that the means based on NESM are sensitive to the main physical processes involved in the evolution of *momentum* angular. The first moments calculated in the context of NESM seem to be the most suitable to investigate the rotational distributions of clusters than the first maxwellian moments because adjust better to the central tendency of the rotational distributions of open star clusters. Furthermore, it was examined the evolution of the entropy index q with age. It was observed that within the age range studied, the entropy index q presents two distinct regimes: a correlation in the of pre-main sequence phase and an anticorrelation in early main sequence phase.

Keywords: stellar angular *momentum*, open cluster, non-extensive statistical mechanics, first moments, stellar rotation, solar-like star.

Sumário

Lista de Tabelas	i
Lista de Figuras	ii
1 Introdução	1
2 Formação estelar e evolução da rotação até a sequência principal precoce	4
2.1 Mecanismos que influenciam a rotação estelar	4
2.2 Do nascimento da estrela até a idade zero da sequência principal	8
2.3 Da idade zero da sequência principal até a sequência principal precoce	11
3 A Mecânica Estatística Não-Extensiva	14
3.1 Sobre a Mecânica Estatística	14
3.2 O formalismo da Mecânica Estatística Não-Extensiva	15
3.3 Distribuição de velocidades de rotação no contexto da Mecânica Estatística Não-Extensiva	18
3.4 Momentos de uma distribuição e os parâmetros q e σ	19
4 Amostra	22
5 Resultados e discussões	26
5.1 Distribuições rotacionais nos aglomerados	28
5.2 A evolução do índice entrópico q com a idade	36
6 Conclusões e perspectivas	39

Lista de Tabelas

- 4.1 *Seleção da amostra de períodos rotacionais. A coluna 1 identifica cada aglomerado. Na coluna 2 são as referências de onde os dados foram obtidos. A coluna 3 mostra a faixa de massa para estrelas do tipo solar (em M_{\odot}). As colunas 4 e 5 mostram a faixa dos índices de cor $B-V$ e $J-K$, respectivamente.* 24
- 4.2 *Dados rotacionais de aglomerados abertos. A coluna 1 é semelhante da tabela 4.1. A coluna 2 mostra o número de estrelas. A coluna 3 mostra a idade de cada aglomerado em M -anos. Na coluna 4 mostra a massa média de cada aglomerado em M_{\odot} . As colunas 5 e 7 mostram os valores limites inferior e superior das velocidades angulares, respectivamente, em Ω_{\odot} . A coluna 6 mostra o valor da mediana.* 25
- 5.1 *Parâmetros de melhor ajuste: q e σ . As colunas 1 e 2 identificam e informam o nome e a idade cada aglomerado, respectivamente. As colunas 3 e 4 mostram os parâmetros de melhor ajuste q e σ , respectivamente. As colunas 5 e 6 mostram as probabilidades do teste de Anderson-Darling para a curva de melhor ajuste e a probabilidade de que a curva de melhor ajuste e a função Kernel da FDCE sejam semelhantes. As colunas 7 e 8 identificam as médias maxwellianas e q -maxwellianas, respectivamente.* 27

Lista de Figuras

1.1	<i>Aglomerado fechado (a) e aberto (b). Fontes: (a) ESA/Hubble e NASA; (b) http://www.univie.ac.at/webda/</i>	2
2.1	<i>Ilustração do acoplamento magnético da estrela com o disco de acreção. Fonte: Camenzind (1990) [15].</i>	5
2.2	<i>Vento estelar observado com mais detalhes em um eclipse solar total. Fonte: http://stereo.gsfc.nasa.gov/img/total_lg.gif.</i>	6
2.3	<i>Modelo núcleo-envoltória utilizado para a estrutura interna de estrelas do tipo solar. A envoltória convectiva é a camada mais externa, a camada mais interna é o núcleo radiativo e está representado no círculo de cor cinza escuro e a fina camada em cinza claro localizada entre o núcleo e a envoltória, é a região de contato e de troca de momentum angular. OBS: As dimensões dos raios utilizadas na ilustração acima para o raio da envoltória e do núcleo não estão em escala. Em geral, o raio do núcleo das estrelas do tipo solar é 20% do raio da estrela.</i>	8
5.1	<i>Função de distribuição cumulativa empírica (FDCE) para aglomerados abertos. As FDCEs, os melhores ajustes e as medianas das velocidades estão representados pelas linhas contínuas vermelhas e azuis, e linhas tracejadas pretas, respectivamente. O eixo horizontal é mostrado em unidades solares ($\frac{\Omega}{\Omega_{\odot}}$). . .</i>	29
5.2	<i>Comparação entre as médias das maxwellianas calculadas a partir dos dados e q-maxwelliana calculadas utilizando os valores de q e σ das distribuições mostrados na tabela 5.1. A reta pontilhada azul representa uma reta de igualdade entre as médias.</i>	30

5.3	<i>Diagramas de caixa para as velocidades das estrelas dos aglomerados dispostos em ordem crescente de idade. O primeiro, o segundo, terceiro e quarto quartil, são representados pelo segmento de reta vertical inferior, a caixa inferior, a caixa superior e o segmento de reta vertical superior, respectivamente. A mediana é representada pela linha que divide as duas caixas. As cruces representam os valores atípicos.</i>	32
5.4	<i>Distribuições da velocidade angular de estrelas do tipo solar em aglomerados jovens em função da idade. As linhas são os estimadores kernel, onde linhas ciano e magenta representam os valores limites superior e inferior das distribuições, respectivamente. A linha vermelha ilustra a mediana.</i>	33
5.5	<i>As velocidades angulares dos aglomerados em função da idade. Os asteriscos verdes e os losangos azuis representam a média maxwelliana, a média q-maxwelliana, respectivamente.</i>	35
5.6	<i>Evolução do índice entrópico q com a idade. As barras de erro representam o intervalo de 95% de confiança.</i>	38

Capítulo 1

Introdução

As estrelas estão dispostas no universo nas mais diferentes formas. A maioria das estrelas apresentam-se em sistemas multiestelares que podem ou não estarem ligadas gravitacionalmente. É dito aglomerado estelar, um grupo de estrelas que nasceram devido ao colapso gravitacional na mesma nuvem de gás e poeira [1]. A fragmentação da nuvem ocorre de forma “contagiosa”, ou seja, a medida que a primeira estrela se forma, as outras farão o mesmo [2]. A massa total da nuvem é dividida entre os seus fragmentos, assim como seu *momentum* angular. O movimento orbital de cada fragmento encontra-se agora em torno do centro de massa. Em outras palavras, estrelas formadas em aglomerados incorporam parte do *momentum* angular da nuvem de gás que as gerou [3, 4, 5].

Aglomerados são importantes dentre outras coisas, porque fornecem dados de estrelas formadas em distâncias muito próximas, com a mesma idade e composição química semelhante [3, 4, 5]. Aglomerados são classificados como: fechados (globulares) e abertos (galáticos). Aglomerados fechados têm mais ou menos uma forma esférica, um número maior de estrelas, não estão concentrados no disco da galáxia, suas estrelas são muito velhas e compostas de elementos leves. Aglomerados abertos têm forma, dimensões e idades variadas, elementos químicos mais pesados do que nos aglomerados fechados e estão mais concentrados no plano galático [6]. A figura 1.1 mostra imagens desses dois tipos de aglomerados.

Aglomerados abertos são bastante estudados e utilizados para o desenvolvimento de modelos teóricos que buscam entender os efeitos e as características da composição, evolução e ambiente estelar. Os métodos mais comumente utilizados para o estudo de aglomerados são

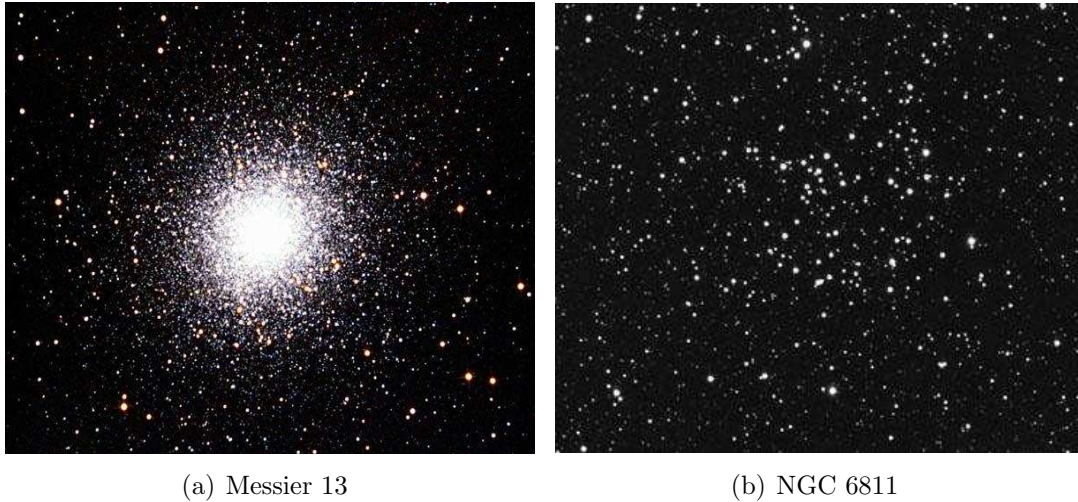


Figura 1.1: Aglomerado fechado (a) e aberto (b). Fontes: (a) ESA/Hubble e NASA; (b) <http://www.univie.ac.at/webda/>

através da comparação entre aglomerados de idades diferentes, mas de composição química semelhante ou, ao contrário, de mesma idade, mas com composição química distintas [6]. O estudo da rotação estelar em aglomerados abertos tem desempenhado um importante papel na compreensão da evolução e da estrutura interna das estrelas.

Através da rotação, algumas importantes propriedades da estrela e da sua evolução podem ser relacionadas. A rotação influencia a estrutura interna, o transporte de energia da estrela e os processos de mistura no interior estelar, que se refletem na composição dos elementos químicos da superfície. É também o principal motor para a atividade magnética, emissão de raios-X, no surgimento de manchas na superfície e está diretamente relacionada à produção de ventos estelares. O estudo do *momentum* angular contido em uma estrela recém-nascida e a evolução dele são de extrema importância para a compreensão dos processos físicos envolvidos na formação e evolução da estrela [7].

Conhece-se ainda, relativamente pouco sobre a origem e a evolução do *momentum* angular estelar. Recentemente novas observações das distribuições rotacionais de estrelas de aglomerados abertos jovens mostraram que estrelas de massa menor ou igual a massa solar tendem a perder *momentum* angular com o passar dos anos [7, 8]. Estes trabalhos fornecem uma síntese a respeito dos processos físicos e como esses processos contribuem para a diminuição da velocidade da superfície destas estrelas desde a pré-sequência principal (PSP), passando

pela idade zero da sequência principal (IZSP) até a sequência principal precoce (SPP).

No presente trabalho, iremos analisar a evolução do *momentum* angular estelar com base nos modelos de estrelas do tipo solar, com massa variando no intervalo de 0,9 - 1,1 M_{\odot} , desde a PSP (1 M-anos) até alcançar a SPP (1 G-anos). As distribuições de velocidade das estrelas do tipo solar serão mostradas em vários intervalos de tempo correspondentes às idades diferentes. Esta análise será feita no contexto da Mecânica Estatística Não-Extensiva (MENE), onde analisaremos os q -momentos da distribuição da rotação e a idade das estrelas.

No capítulo 2, abordaremos a formação e evolução da rotação de estrelas do tipo solar, desde o nascimento até a SPP. Os principais mecanismos que determinam a evolução do *momentum* angular serão analisados. No capítulo 3, descreveremos os princípios da MENE e como a utilizaremos para estudar as estrelas de aglomerados abertos. No capítulo 4, apresentaremos os dados observacionais analisados. No capítulo 5, discutiremos os primeiros momentos das distribuições maxwellianas e q -maxwellianas para estrelas de aglomerados, e analisaremos a evolução destes momentos no tempo. No capítulo 6, faremos as considerações finais e apresentaremos nossas perspectivas com relação a este trabalho.

Capítulo 2

Formação estelar e evolução da rotação até a sequência principal precoce

2.1 Mecanismos que influenciam a rotação estelar

Ao observarmos o *momentum* angular inicial contido nas estrelas e sua evolução ao longo da vida da estrela, conseguimos entender um pouco mais a respeito de como processos físicos importantes ocorrem no interior e na superfície estelar. Por exemplo, a evolução do *momentum* angular de uma protoestrela é determinada tanto por processos internos, que são responsáveis pela redistribuição do *momentum* angular no interior da estrela, ou como por processos externos que são todos os mecanismos de troca de *momentum* angular entre a estrela e o disco de acreção [7].

Os principais processos físicos conhecidos são: o acoplamento estrela-disco, freio por ventos estelares e redistribuição do *momentum* angular no interior estelar. Cada um desses processos será descrito a seguir:

- **Acoplamento estrela-disco:** Muito se tem estudado a respeito dos processos de interação magnética entre a estrela e seu disco de acreção, bem como o desenvolvimento e modificação de modelos existentes [7, 8, 9]. O campo magnético da estrela e do disco

interagem entre si, porém a intensidade do campo é reduzida na região além do raio de corotação (ou seja, a distância em que o material do disco gira com a mesma velocidade rotacional da estrela) [10, 11, 12]. O acoplamento estrela-disco envolve uma complexa mudança de *momentum* angular entre o centro da estrela e o disco estelar [13]. Este acoplamento do campo magnético com a rotação tem um papel importante na perda de *momentum* angular, como ocorre nas protoestrelas, em estrelas na fase da PSP e SPP [14]. A figura 2.1 mostra um esquema da interação entre as linhas de campo da estrela e do disco.

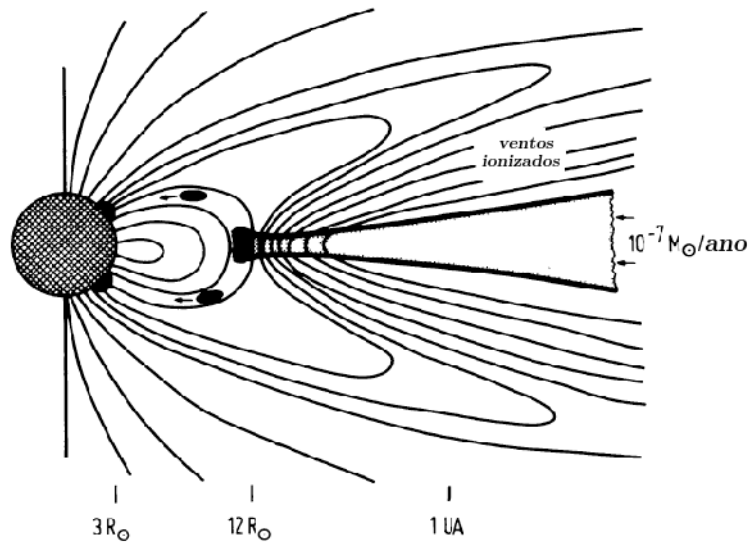


Figura 2.1: *Ilustração do acoplamento magnético da estrela com o disco de acreção. Fonte: Camenzind (1990) [15].*

Outra implicação importante da presença do disco na protoestrela é o fenômeno da acreção. A acreção do disco, ou acreção de massa, é um fenômeno que ocorre quando parte do material do disco é atraído gravitacionalmente para região central, ou seja, a protoestrela [7]. Na figura 2.1 podemos observar como ocorre a acreção. Onde na região do disco que está mais próxima da estrela, uma porção do material do disco é atraído pela estrela e que esse material segue as linhas de campo. O disco de acreção é um fenômeno importante, pois com esse aumento de massa, a estrela ganha *momentum* angular.

- **Freio por ventos estelares:** Ventos estelares é o processo pelo o qual a estrela ejeta

um grande número de partículas ionizadas e dessa forma a estrela perde massa. O vento estelar é um fenômeno comum às estrelas e pode ocorrer de forma catastrófica, como em uma explosão de supernova, ou de forma mais discreta e contínua, como ocorre no Sol. As ondas de Alfvén são provavelmente o principal processo de produção de ventos estelares, ocorrendo em estrelas sem regiões coronais extensas ou fluxos radiativos. As ondas de Alfvén são ondas transversais que se propagam ao longo das linhas de campo. A figura 2.2 é uma foto de um eclipse solar total, nela podemos observar o contorno das linhas de campo, segundo as quais as partículas carregadas são ejetadas da estrela. É possível notar que a topologia do campo de estrelas do tipo solar é essencialmente radial.

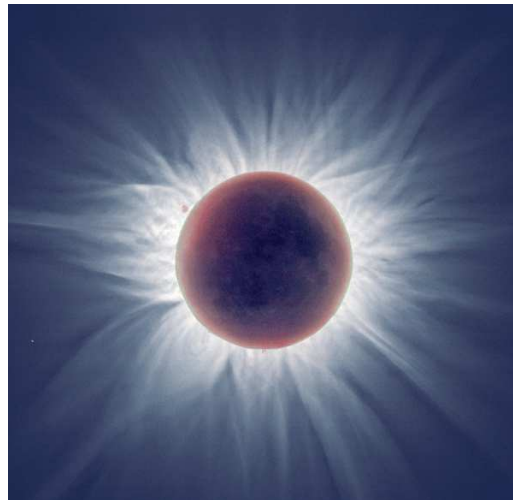


Figura 2.2: *Vento estelar observado com mais detalhes em um eclipse solar total. Fonte: http://stereo.gsfc.nasa.gov/img/total_lg.gif.*

Um efeito colateral do vento estelar é transmissão do *momentum* angular da estrela para o meio interestelar, diminuindo sua rotação. Isso acontece por que o campo magnético da estrela funciona como prolongador do raio de distribuição de massa. Esse papel importante de perda do *momentum* angular acontece principalmente em estrelas na SP. É assim que estrelas do tipo solar desaceleram pouco a pouco sua velocidade de rotação [14]. Esse fenômeno é comumente conhecido como “freio magnético”. A ideia de que os ventos estelares sejam importantes mecanismos de remoção de *momentum* angular de estrelas acretando (ou seja, com a presença do disco) existe desde as primeiras medições

das propriedades de rotação de estrelas jovens [16, 17]. Ventos estelares são importantes para neutralizar o efeito aceleração devido a acreção, quando a taxa de perda de massa é uma fração significativa ($\sim 10\%$) da taxa de acreção [17, 18]. Com o intuito de obter uma melhor compreensão dos campos magnéticos gerados pelo dínamo, o modelo de prescrição semi-empírica de Kawaler é bastante utilizado [8, 19, 20, 21, 22, 23, 24]. Este modelo tem ajudado bastante no estudo da evolução do *momentum* angular para estrelas do tipo solar.

- **Redistribuição do *momentum* angular no interior estelar:** Os modelos de estrelas do tipo solar sugerem que a estrela é constituída por um núcleo radiativo e uma envoltória convectiva, assim como mostra a figura 2.3. Ambos estão girando como um corpo sólido, mas com velocidades diferentes [25]. A estrela é formada por plasma, que por sua vez tem propriedades de fluidos. Assim, esta passagem de *momentum* angular de uma camada mais interna para uma camada mais externa ocorre devido a viscosidade do fluido. Isto acontece principalmente na região entre o núcleo radiativo e a envoltória convectiva. O núcleo retém maior parte do *momentum* angular inicial da estrela [8], então quando a envoltória convectiva perde *momentum* angular por ventos estelares, ocorre uma redistribuição de *momentum* angular da região mais interna (núcleo radiativo) para a região mais externa (envoltória convectiva) [25]. Assim, a velocidade superficial da estrela diminui lentamente durante a SPP. Com o tempo, o estoque de *momentum* angular que é redistribuído é cada vez menor e finalmente a estrela chega ao fim da SPP com baixas rotações. Geralmente o *momentum* angular é trocado entre o núcleo e o envoltória a uma taxa definida pela escala de tempo de acoplamento núcleo-envoltória [26, 27, 28]. Se a estrela gira muito rápido, ela perde *momentum* angular mais lentamente. Se a estrela gira mais lentamente, ela perde *momentum* angular mais rapidamente [7].

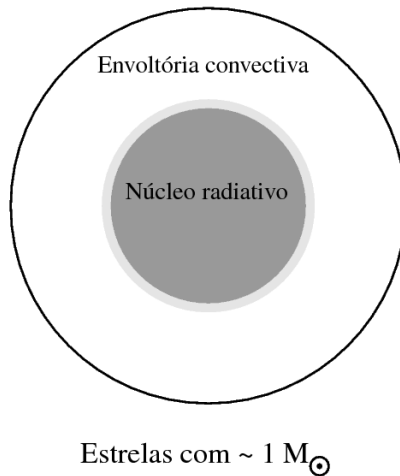


Figura 2.3: Modelo núcleo-envoltória utilizado para a estrutura interna de estrelas do tipo solar. A envoltória convectiva é a camada mais externa, a camada mais interna é o núcleo radiativo e está representado no círculo de cor cinza escuro e a fina camada em cinza claro localizada entre o núcleo e a envoltória, é a região de contato e de troca de momentum angular. OBS: As dimensões dos raios utilizadas na ilustração acima para o raio da envoltória e do núcleo não estão em escala. Em geral, o raio do núcleo das estrelas do tipo solar é 20% do raio da estrela.

2.2 Do nascimento da estrela até a idade zero da sequência principal

Para entender mais sobre a formação estelar em aglomerados, é essencial compreender o processo pelo qual o gás molecular é convertido em estrelas. O processo de formação estelar de uma estrela passa por vários estágios evolutivos e pode ser observado usando diferentes técnicas. No estágio pré-estelar são observadas ondas de rádio emitidas pelas moléculas da nuvem. Mecanismos de fragmentação e condensação são iniciados na nuvem que por sua vez começa a colapsar gravitacionalmente. Então as estrelas nascem, preferencialmente em uma nuvem fria e densa de gás e poeira [2].

Primeiro, as estrelas surgem como protoestrelas até atingirem a chamada fase da SP. A massa da nuvem geradora é muito grande, podendo assim formar inúmeras protoestrelas. As protoestrelas são estudadas a partir de observações na região do infravermelho, pois a luz que detalha os processos de fragmentação e o colapso da nuvem está bloqueada devido aos grãos de poeira da nuvem. Regiões de H_2 são regiões muito favoráveis para formação estelar, onde

o principal constituinte dessas regiões é o Hidrogênio na forma molecular diatômica (H_2). Infelizmente, o Hidrogênio molecular é muito difícil de ser observado através de medidas diretas. Contudo, outras moléculas podem ser observadas nessas regiões em ondas de rádio, tais como: CO, OH, CS, H_2CO , HCN e outros. É possível relacionar a composição dessas moléculas com a composição de H_2 . A molécula seguinte mais abundante é o CO e ela é adotada para sondar formação de estrelas [2].

Na contração espontânea da nuvem, utilizamos um dos teoremas mais importantes da Astrofísica, conhecido como Teorema do Virial [29]. Este teorema consiste no equilíbrio entre as forças gravitacionais e as forças de pressão, onde podemos relacionar a energia potencial e cinética contida nas partículas do gás. Pode ser expresso como na equação abaixo

$$E = -\frac{U}{2}, \quad (2.1)$$

onde E é a energia cinética total e U é a energia potencial gravitacional.

Das equações da magnetohidrodinâmica podemos mostrar que existem perturbações que são proporcionais a uma exponencial crescente no tempo, de modo que não há equilíbrio e a nuvem colapsa. Desse resultado, podemos definir que um número de onda característico é escrito como

$$K_J^2 \equiv \left(\frac{4\pi G \rho_0}{v_S^2} \right), \quad (2.2)$$

onde ρ_0 e v_S são a densidade da nuvem e a velocidade do som, respectivamente.

E o comprimento de onda de Jeans é

$$\lambda_J \equiv \left(\frac{2\pi}{K_J} \right), \quad (2.3)$$

logo

$$\lambda_J \equiv \left(\frac{\pi}{G \rho_0} \right)^{\frac{1}{2}} v_S, \quad (2.4)$$

se um certo $\lambda > \lambda_J$ as perturbações são instáveis e a nuvem colapsa. Esse critério de instabilidade é chamado de Jeans. Esse comprimento corresponde à uma massa

$$M_J \equiv \lambda_J^3 \rho_0, \quad (2.5)$$

ou seja,

$$M_J \equiv \left(\frac{\pi \mathfrak{R}}{G \mu} \right)^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}}, \quad (2.6)$$

ou

$$M_J = 1,2 \cdot 10^5 M_\odot \left(\frac{T}{100} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Q}{10^{-24}} \right)^{-\frac{1}{2}} \mu^{-\frac{3}{2}}, \quad (2.7)$$

onde \mathfrak{R} é a constante do gás ideal. Para o Hidrogênio neutro ($\rho = \rho_0; \mu = 1; \rho = 10^{-24} \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ e $T = 100 \text{ K}$), temos $M_J = 10^5 M_\odot$ podem colapsar pela instabilidade de Jeans. A nuvem colapsa se sua massa for maior que a massa de Jeans.

O colapso pode ser espontâneo, térmico, magnético, de origem turbulenta ou estimulada. No caso estimulado, o colapso pode ser engatilhado devido a mecanismos que alteram o equilíbrio da nuvem, são eles: choques espirais galáticos, colisão com outra nuvem, choque por expansão da região H_2 ou compressão causada por um remanescente de supernova [2]. Em alguns milhares de anos, a protoestrela alcança uma temperatura em torno de 2000 - 3000 K, possuindo um raio muito grande e por isso a protoestrela é bastante luminosa e vermelha [6].

Na fase de formação, as estrelas apresentam duas importantes características: estão se contraindo devido à força gravitacional e encontram-se rodeadas por um disco de gás e poeira. Com a contração da estrela, a região interna aquece gradualmente e emite radiação, essa radiação é gerada a partir da conversão de energia potencial em energia térmica. Assim a luminosidade diminui e a temperatura aumenta.

A energia cinética é transferida para os grãos de poeira. Então, os grãos de poeira aumentam sua temperatura e irradiam no infravermelho. O material da nuvem é transparente à radiação do infravermelho e conseqüentemente a energia acaba sendo perdida. Dessa forma, os grãos de poeira resfriam a nuvem durante o início da PSP. Porém, durante o resto da PSP a temperatura se mantém constante [6].

A massa da estrela tem um pequeno aumento devido ao processo de acreção de massa. A acreção de massa ocorre por que as partículas que formam o disco estão em frequentes colisões, perdem energia e colapsam em direção a protoestrela. Para as estrelas que estão na fase de acreção, a quantidade de *momentum* angular contido na estrela pelo disco é proporcional à taxa de acreção. Além disso, as estrelas aceleram devido à sua contração pela conservação do *momentum* angular, à medida que elas evoluem em direção à IZSP (em $\sim 40 \text{ M-anos}$) [14].

Inicialmente a protoestrela recebe um torque devido a interação magnética com o seu disco e este torque a impede de acelerar. Assim, durante os primeiros 5 M-anos, uma fração

substancial de *momentum* angular é perdida na fase da contração. Depois deste período, a acreção de massa faz com que o disco torne-se mais fino, fazendo com que a interação do campo magnético da estrela com o disco seja cada vez menor. Com o passar do tempo, há uma diminuição no torque e a estrela consegue acelerar. Este fato sugere que na protoestrela ocorre uma mudança no mecanismo que mantém ou altera o *momentum* angular. Neste caso, é a interação estrela-disco que “freia” a protoestrela durante estes primeiros M-anos dissipando o seu *momentum* angular. Esta interação é tão forte que mantém a rotação constante mesmo que exista a acreção e a contração da protoestrela.

Quando ocorre a eventual dissipação do disco em (~ 5 M-anos), estas interações com o disco tornam-se mais fracas. Isto fornece uma explicação natural (pelo menos em princípio) da transição para torques muito mais fracos. No momento que o material do disco fica mais escasso, a protoestrela torna-se visível, como no caso das *T-auri*. Em geral, os discos proto-planetários são em sua maioria, resíduos do disco de acreção. Os disco proto-planetário é o responsável pela formação dos planetas, como foi o caso no nosso sistema solar.

A evolução da rotação da estrela na PSP está ligada à competição entre a aceleração devido à contração gravitacional da estrela e a manutenção da velocidade rotacional devido à interação do freio magnético. Ainda na PSP, o disco se torna menos espesso por causa da acreção de massa, com isso o freio magnético devido ao acoplamento estrela-disco torna-se cada vez menor, então a estrela tende a acelerar, pois ainda está passando pelo processo de contração.

2.3 Da idade zero da sequência principal até a sequência principal precoce

Quando a temperatura chega em torno de 10^7 K, inicia-se o processo de fusão de Hidrogênio no núcleo da estrela. A fusão libera radiação e aumenta a pressão no centro da estrela. Dessa forma, a pressão se equilibra com a contração gravitacional e finalmente a estrela entra em um estágio de equilíbrio, transformando-se em estrela da SP. O momento em que a estrela alcança essa fase é conhecido como IZSP.

O processo de fusão nuclear que marca esta nova fase da estrela ocorre através de dois

mecanismos principais: cadeias próton-próton (cadeias pp), ou no caso de estrelas de massas superiores a $1,3 M_{\odot}$, domina o processo nuclear conhecido como ciclo carbono-nitrogênio-oxigênio (ciclo CNO).

A permanência das estrelas na SP depende da sua massa e sua composição química. Sendo que sua composição química interna altera-se progressivamente. Quanto maior for a massa da estrela, mais rápido será o processo de fusão, conseqüentemente menos tempo ela ficará na SP. Na SP, as estrelas tendem apenas desacelerar, pois ejetam muitas partículas e com isso perdem muito *momentum* angular por ventos estelares. Estrelas do tipo solar permanecem na SP por cerca de 10 G-anos.

Aproximadamente em ~ 40 M-anos, a protoestrela evolui para um estado onde o seu interior alcança a temperatura de 10^7 K e inicia a fusão nuclear do hidrogênio, formando o hélio. Nesse processo, a contração gravitacional e a pressão da radiação estelar, alcançam um estado de equilíbrio hidrostático. Em outras palavras, as protoestrelas tornam-se estrelas estáveis e assim deixando de contrair-se. Neste momento, dizemos que a estrela está na IZSP. A partir disso, a estrela deixa de contrair-se e também as mudanças na estrutura ocorrem muito mais lentamente.

Em geral, estrelas binárias não representam estrelas do tipo solar. Os sistemas binários alteram o *momentum* angular da estrela via interação de maré [30]. Para as estrelas simples (ou seja, que não são binárias), a única maneira de perder *momentum* angular substancial é por perda de massa. Após ~ 10 M-anos de idade, algumas estrelas não possuem mais parte do seu material acretado.

Estrelas de baixa massa (aqueles com envoltórias convectivas significativas) são magneticamente ativas e desaceleram por causa dos ventos estelares. O acoplamento do campo magnético com o vento estelar pode fazer a perda de *momentum* angular ser muito eficiente, no sentido de que a fração de perda de *momentum* angular pode ser algumas ordens de magnitude maior do que a fração de perda de massa [19, 31].

O atual perfil da evolução do *momentum* angular está baseado na formação de modelos que levam em conta parâmetros essenciais que estão diretamente relacionados com os processos físicos das estrelas. É possível reduzir o número parâmetros livres das distribuições da rotação estelar a quatro: o período inicial (P_{inic}), escolhido para ajustar as distribuições de rotação

dos aglomerados mais jovens; a escala de tempo da interação estrela-disco (τ_d), durante a qual a velocidade angular é mantida constante em seu valor inicial; a escala de tempo do acoplamento núcleo-envoltória (τ_{n-e}); e a constante de calibração K_W , para as perdas de *momentum* angular por ventos estelares [8, 19]. Estes parâmetros são ajustados até que um acordo razoável com as observações seja obtido [7]. Mais adiante, no capítulo 3, faremos uma discussão a respeito de como estrelas de aglomerados estelares podem ser estudadas no contexto da MENE.

As estrelas ficam na SP durante grande parte das suas vidas. Quando o processo de fusão de hidrogênio cessa, ela evolui para uma gigante vermelha. Em estrelas do tipo solar, dá-se início a fase final de suas vidas, sendo esse conturbado e catastrófico, liberando as suas camadas mais externas e o que resta é apenas uma nebulosa planetária, com uma anã branca no centro.

Capítulo 3

A Mecânica Estatística Não-Extensiva

Nas próximas seções faremos uma breve explanação de como a Mecânica Estatística Não-Extensiva (MENE) aborda sistemas complexos. Para isso, tomaremos como base o texto de Borges [32], que trata da não-extensividade de sistemas complexos de forma muito didática. Em seguida, faremos a conexão entre a distribuição de velocidades rotacionais e a MENE, e como esta tem sido utilizada para explicar a evolução da rotação em aglomerados estelares. Finalmente, discutiremos os momentos da distribuição q -maxwelliana comparativamente aos momentos da distribuição maxwelliana.

3.1 Sobre a Mecânica Estatística

Através da Mecânica Estatística podemos extrair o máximo de informações, mesmo quando não conhecemos todas as informações do sistema, por exemplo: em uma xícara de café, temos um número tão grande de moléculas que chega a ser impossível obter qualquer informação utilizando apenas a Mecânica. Porém, a combinação da Mecânica e a Estatística é possível extrair informações macroscópicas como a quantidade de calor necessária para aquecer o café. A Mecânica Estatística de Boltzmann-Gibbs (MEBG) surgiu como uma necessidade de estudar sistemas como esse, a partir de um contexto microscópico.

A ideia de sistemas ordenados, consiste na possibilidade de prever acontecimentos ou comportamentos futuros de um dado sistema, baseado nas informações que temos no presente. Já os sistemas caóticos possuem elementos com o comportamento totalmente sensíveis às

condições iniciais. Isso faz com que estes sistemas se tornem indetermináveis em longo prazo. Foi a Mecânica Estatística que interligou o conceito de ordem e caos. É comum que o mesmo sistema apresente características distintas quando analisado em escala microscópica ou macroscópica. Assim como a xícara de café, por exemplo. Do ponto de vista microscópico é um sistema caótico e do ponto de vista macroscópico é um sistema ordenado. Portanto, um sistema que é ordenado em um dado referencial (macroscópico ou microscópico), em outro pode ser entendido como caótico e vice-versa.

Como já sabemos, em qualquer sistema físico a energia é sempre conservada, enquanto a entropia sempre tende ao equilíbrio e sempre cresce. A energia está relacionada com as possibilidades do sistema. Já a entropia está relacionada com as probabilidades do sistema. A Mecânica Estatística de Boltzmann-Gibbs (MEBG) relaciona estes importantes conceitos através da seguinte formulação

$$S_{BG} = k_B \ln W, \quad (3.1)$$

onde k_B é a constante de Boltzmann-Gibbs. O parâmetro W corresponde a densidade de microestados acessíveis do sistema, em outras palavras, ao número de possibilidades do sistema e S é a entropia. W está diretamente ligado à energia. Podemos dizer que a entropia aumenta com o logaritmo natural da energia. Assim, mesmo que W cresça rapidamente, S cresce lentamente.

Uma entropia é aditiva se, para quaisquer dois sistemas probabilisticamente independentes A e B, tivermos

$$S_{BG}(A + B) = S_{BG}(A) + S_{BG}(B), \quad (3.2)$$

onde S_{BG} é a entropia de Boltzmann-Gibbs. Como a S_{BG} obedece a esta relação, logo ela é aditiva. Ou seja, a entropia do conjunto é igual a soma da entropia das partes. É comum chamarmos estes sistemas de “simples”.

3.2 O formalismo da Mecânica Estatística Não-Extensiva

Existem sistemas que exibem um comportamento diferente dos sistemas simples, ou seja, apresentam um comportamento não-linear. Nestes sistemas precisamos levar em consideração propriedades emergentes provenientes do caráter coletivo do sistema. Estes sistemas são

conhecidos como “complexos”. Por exemplo: sistemas fracamente caóticos, não-ergódicos, geometria multi-fractal, com interações de longo alcance entre muitos corpos e subsistemas quânticos fortemente emaranhados.

As leis de distribuição de energia em um sistema de partículas em equilíbrio tal como conhecemos hoje, seguem a MEBG. Essa é uma teoria bastante sólida e frequentemente utilizada. Porém, a Mecânica Estatística de Boltzmann-Gibbs apresenta algumas limitações em largas classes de sistemas anômalos, essencialmente quando interações ou memória de longo alcance estão presentes.

Diante dessas limitações, em 1988, Constantino Tsallis propôs uma generalização para a Mecânica Estatística de Boltzmann-Gibbs, que ficou conhecida como a Mecânica Estatística Não-Extensiva [33]. A teoria de Tsallis é uma dentre muitas que existem para explicar os sistemas fora do equilíbrio. Tsallis considerou que em alguns sistemas ocorrem interações de longo alcance e, assim, as propriedades como a energia interna e a entropia, não seriam “extensivas”, mas sim “não-extensivas”. Para isso, generalizou a função exponencial e^x , para a função q -exponencial, definida por

$$e_q^x \equiv [1 + (1 - q)x]^{\frac{1}{1-q}}, \quad (3.3)$$

onde q é um número real e denominado índice entrópico do sistema. A função logarítmica $\ln x$, para a função q -logarítmica, definida por

$$\ln_q x \equiv \frac{x^{1-q} - 1}{1 - q}. \quad (3.4)$$

Esta generalização trouxe uma nova abordagem que descreve tanto sistemas simples, como sistemas complexos. No caso dos sistemas complexos a desordem pode crescer mais ou menos lentamente em relação à função logaritmo. Portanto, Tsallis acrescentou um novo elemento conhecido como índice entrópico, e a entropia é apresentada da seguinte forma

$$S_q = \frac{W^{1-q} - 1}{1 - q}, \quad (3.5)$$

onde S_q representa a entropia generalizada. Neste novo formalismo, existe um crescimento de S_q em relação à W de forma diferente do anterior. Podemos considerar que o valor de q é uma medida da não-extensividade do sistema. Observe que se $q < 1$, a entropia aumenta

mais rapidamente. Se $q > 1$, a entropia aumenta mais lentamente (e altos valores de q podem estar relacionados a interações de longo alcance entre os componentes do sistema). Se $q \rightarrow 1$, retornamos a entropia de Boltzmann-Gibbs. Este novo formalismo tem se mostrado muito útil para o estudo de vários fenômenos naturais (por exemplo, sistemas politrópicos auto-gravitantes [34], sistemas Fokker-Planck [35], colisões de altas energias [36] e modelos de terremotos [37]).

Estes sistemas (complexos) apresentam um termo além da soma da entropia das partes. Consequentemente, adiciona-se um termo a equação 3.2, que tem relação com à interação entre os componentes do sistema

$$S_q(A + B) = S_q(A) + S_q(B) + (1 - q)S_q(A)S_q(B). \quad (3.6)$$

Mas uma vez podemos averiguar que quando tomamos o limite $q \rightarrow 1$, toda a estrutura matemática da teoria de Boltzmann-Gibbs é retomada. A entropia de Tsallis é não-aditiva, e por isso também é não-extensiva.

Outra importante contribuição da teoria de Tsallis é o acréscimo do conceito de propensão, que significa que além das possibilidades e probabilidades do sistema, sistemas complexos possuem uma tendência ou preferência. Essa tendência está relacionada com a interação que cada elemento do sistema faz com o outro, assim quando temos o conjunto destes elementos, temos um novo comportamento. Damos o nome de propensão a esse comportamento que surge da interação entre os componentes do sistema. Em outras palavras, propensão representa o viés que um determinado sistema tem, para um comportamento específico. Como por exemplo: os tornados, onde o caminho que cada molécula deve percorrer depende do caminho que as outras farão. A quantização da propensão do sistema se dá através do índice entrópico. E mais uma vez, quando tomamos o limite $q \rightarrow 1$, temos a estatística de Boltzmann-Gibbs e com isso, os sistemas que são considerados imparciais.

3.3 Distribuição de velocidades de rotação no contexto da Mecânica Estatística Não-Extensiva

Nos últimos 60 anos, vários trabalhos surgiram apontando diferentes leis para explicar o comportamento das distribuições de velocidades rotacionais [38, 39, 40, 41, 42]. Frequentemente, estas funções de distribuição são analisadas como sistemas que obedecem às leis de distribuição de Maxwell-Boltzmann. Nessas análises considera-se o sistema como sendo completamente independente e não trazendo consigo memória da experiência passada [43, 44]. Com as novas implicações da não-extensividade, surgiram inúmeros trabalhos aplicando esta teoria nas mais diversas áreas. Soares et al. sugeriram uma abordagem baseando-se na não-extensividade do *momentum* angular estelar [45]. Levando em conta, a interação de longo alcance envolvendo as estrelas de aglomerados. A função de distribuição é dada por

$$\varphi_q(y) = y \left[1 - (1 - q) \frac{y^2}{\sigma_y^2} \right]^{1/(1-q)}, \quad (3.7)$$

onde os parâmetros q e σ são obtidos a partir das distribuições de velocidades, σ sendo um parâmetro que está relacionado a largura da distribuição e com a massa das estrelas [49], e q é um parâmetro que mede a não-extensividade do sistema. Se $q \rightarrow 1$, notamos que a equação retorna a maxwelliana proposta por Deutsch [43] para distribuição de velocidades rotacionais. Cada vez mais, esta perspectiva tem se mostrado mais adequada para descrever a evolução da rotação de aglomerados estelares, como tem sido demonstrado em resultados mais recentes [46, 47, 48, 49].

É muito importante frisar que durante este estudo utilizaremos o termo “distribuição q -maxwelliana” para nos referirmos as distribuições maxwellianas generalizadas das velocidades. A função de distribuição q -maxwelliana é na verdade, uma função de distribuição maxwelliana que leva em consideração os efeitos de conjunto do sistema, como já falamos anteriormente, os efeitos emergentes do sistema.

3.4 Momentos de uma distribuição e os parâmetros q e σ

Tendo em vista que as distribuições rotacionais de estrelas de aglomerados parecem ter mais a forma de uma distribuição maxwelliana do que com uma distribuição gaussiana, este trabalho comparou o primeiro momento das distribuições maxwellianas com o modelo teórico da q -maxwelliana fundamentado na estatística generalizada de Tsallis. O cálculo das médias maxwellianas dos dados de velocidade para cada distribuição foi obtida a partir da seguinte expressão

$$\mu = 2a\sqrt{\frac{2}{\pi}}, \quad (3.8)$$

onde a está relacionado com a variância σ_μ da distribuição maxwelliana e pode ser obtido pela seguinte relação

$$a = \frac{\sigma_\mu}{\sqrt{\frac{3\pi-8}{\pi}}}. \quad (3.9)$$

Os momentos da distribuição de velocidades rotacionais de um conjunto de estrelas refletem o comportamento da rotação dessas estrelas e determina a natureza estatística dessas velocidades de rotação. Estes momentos indicam o regime global das velocidades angulares de um tipo particular de estrelas [50]. As estrelas de sistemas de aglomerados estelares abertos interagem entre si por forças de longo alcance e por isso podemos afirmar que é um problema complexo.

Inicialmente apontado como uma lei de Maxwell-Boltzmann [44, 51, 52, 53], a natureza da lei estatística que controla a distribuição da velocidade de rotação estelar é um quebra-cabeça que tem sido montado em torno de pelo menos 60 anos. Uma função de distribuição de velocidades deve evoluir com os parâmetros estelares fundamentais, como a massa, a temperatura efetiva e também a velocidade rotacional. A fim de obter uma função que levasse em consideração a rotação, Chandrasekhar & Münch sugeriram uma relação entre os parâmetros das distribuições das velocidades rotacionais projetada e verdadeira [39]. Desde então, a grande questão tem sido encontrar modelos teóricos da função de distribuição da velocidade de rotação que estejam em um bom acordo com os dados de velocidades.

Para o cálculo dos valores dos parâmetros q e σ utilizaremos a velocidade equatorial verdadeira da função de distribuição generalizada para podermos escrever a função de distribuição não extensiva de probabilidade como

$$f_q(P) = \frac{C}{P^2} \left[1 - (q-1) \frac{\sigma_P^2}{P^2} \right]^{\frac{1}{1-q}}. \quad (3.10)$$

Nesta equação, C é uma constante de normalização, P é o período de rotação, q é o índice entrópico do sistema (c.f. [54]). O parâmetro σ é uma grandeza com as dimensões de velocidade e pode ser interpretado como uma velocidade padrão de um grupo de estrelas de massas semelhantes e está associado também com a largura da distribuição. A equação 3.10 é uma distribuição q -maxwelliana para os dados de período e converge para a forma maxwelliana padrão quando $q \rightarrow 1$. Para garantir a positividade de f_q quando $q < 1$, é necessário impor a restrição nos valores de P

$$P_{max} = \sigma \sqrt{1-q}. \quad (3.11)$$

Reescrevemos essa expressão em função de Ω

$$f_q(\Omega) = C\Omega^2 \left[1 - (q-1)\sigma_\Omega^2\Omega^2 \right]^{\frac{1}{1-q}}. \quad (3.12)$$

De acordo com a definição do cálculo dos q -momentos da distribuição de velocidades através da forma padrão, Soares & Silva [50] reescreveram o formalismo de Tsallis para os primeiros q -momentos de Ω . A expressão utilizada para os q -momentos de Ω (para P^{-1} para raio constante) é dado pelas equações

$$\langle \Omega^r \rangle_{q < 1} = \left(\frac{\sigma_\Omega}{\sqrt{1-q}} \right)^r \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + \frac{1+q-q^2}{1-q}) \Gamma(\frac{r+1}{2} + q)}{\Gamma(\frac{1}{2} + q) \Gamma(\frac{r+1}{2} + \frac{1+q-q^2}{1-q})}, \quad (3.13)$$

para os valores de q no intervalo aberto entre $(-\frac{1}{2}; 1)$, e

$$\langle \Omega^r \rangle_{q \geq 1} = \left(\frac{\sigma_\Omega}{\sqrt{q-1}} \right)^r \frac{\Gamma(\frac{1+q-q^2}{1-q} - \frac{r-1}{2}) \Gamma(\frac{r+1}{2} + q)}{\Gamma(\frac{1}{2} + \frac{1+q-q^2}{1-q}) \Gamma(\frac{1}{2} + q)}, \quad (3.14)$$

que é válido para q no intervalo aberto entre 1 e $a = \frac{3-r}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{17+2r+r^2}$.

Quando $r = 1$, $r = 2$ e $r = 3$ temos a média (primeiro q -momento), desvio médio quadrático (segundo q -momento) e assimetria da função (terceiro q -momento), respectivamente. Como já mencionamos, este trabalho irá deter-se apenas na análise do primeiro

q -momento das distribuições de velocidades. Como o objeto de interesse é a média, utilizando $r = 1$, encontra-se que $a = 1,62$, ou seja, os resultados são válidos apenas para o intervalo entre $(1; 1,62)$.

Capítulo 4

Amostra

As estrelas envolvidas neste trabalho estão nos estágios evolutivos da PSP até a SPP. Utilizamos as distribuições rotacionais de estrelas do tipo solar de 13 aglomerados abertos jovens. A base de dados contém dados de 898 estrelas na faixa de idade entre 1 M-anos e 1 G-anos e com a massa entre $0,9 M_{\odot}$ e $1,1 M_{\odot}$. Para cada aglomerado foram selecionados um número de no mínimo 20 estrelas, exceto para os aglomerados Praesepe e Hyades, que apresentam um número de 11 e 7 estrelas, respectivamente. Foram selecionadas estrelas que perdessem ou ganhassem *momentum* angular apenas através de influências internas. Assim garantimos que a evolução do *momentum* angular dessas estrelas estaria apenas sobre influência das interações da própria estrela (interações como: perda de massa por ventos estelares, redistribuição do *momentum* devido a estrutura interna da estrela e interação magnética da estrela com o disco).

Os períodos foram obtidos por monitoramento da modulação rotacional do brilho estelar devido à manchas na superfície. Esta técnica é isenta de efeitos de inclinação e permite uma medida direta do período de rotação da estrela, que é facilmente convertido em velocidade angular

$$\Omega = 25.97P^{-1}, \quad (4.1)$$

onde Ω é a velocidade angular da estrela e P é o período de rotação. A vantagem de trabalhar com os períodos de rotação é que podemos eliminar a dependência da análise do $\sin i$.

Além dos processos decorrentes da evolução das estrelas que foram descritas no capítulo 2, outros fatores podem influenciar a rotação estelar, como por exemplo: estrelas binárias,

interação com estrelas de campo, períodos irregulares, processo na fase de *T-auri*. Sabe-se a rotação de estrelas em sistemas binários tende a aumentar ou diminuir mais rapidamente do que estrelas simples devido ao efeito de maré. Algumas estrelas apresentam um período irregular, ou seja, não é possível ter certeza na medida do período de rotação. Estrelas *T-auri* são estrelas muito novas e possuem uma variação de massa muito grande devido a acreção do disco. Como neste trabalho estamos interessados em analisar as mudanças da rotação decorrentes apenas do processo evolutivo, algumas estrelas foram removidas da amostra. No caso de NGC 6530, foram excluídas as estrelas *T-auri* e binárias. Em NGC 2264, retiramos estrelas *T-auri* e estrelas com períodos irregulares. Em h Per, foram excluídas as estrelas binárias. Por fim, em M 35, foram retiradas as estrelas completamente convectivas.

A tabela 4.1 apresenta resumidamente nossa amostra. Na maioria dos casos levou-se em conta a massa, em outros casos, como em h Per, M 35, M 37, Praesepe e NGC 6811 foi necessário utilizar os índices de cor para estimar a massa. Assim, estimamos a massa através dos índices de cor $B - V$. Em especial, em Híades foi utilizado os índices $J - K$ para fazer a seleção. Para os aglomerados M 35, M 37, Praesepe e NGC 6811, nós utilizamos também as seguintes correções para o avermelhamento, A_v , 0,2; 0,227; 0,027 e 0,074; respectivamente [63, 64, 65, 66].

A tabela 4.2 apresenta os parâmetros rotacionais dos aglomerados. A coluna 1 identifica o aglomerado, a coluna 2 mostra o número de estrelas analisadas neste trabalho para cada aglomerado, a coluna 3 mostra as idades dos aglomerados seguindo a ordem do mais jovem para o mais velho e a coluna 4 mostra a massa média de cada grupo e seu respectivo desvio padrão, as colunas 5 e 7 mostram os valores mínimo e máximo da velocidade angular, respectivamente, a coluna 6 mostra o valor da mediana, que representa a tendência central da distribuição da rotação da amostra. Estes valores serão tomados neste trabalho como uma faixa estatisticamente permitida, ou seja, faixa de valores prováveis.

Tabela 4.1: *Seleção da amostra de períodos rotacionais. A coluna 1 identifica cada aglomerado. Na coluna 2 são as referências de onde os dados foram obtidos. A coluna 3 mostra a faixa de massa para estrelas do tipo solar (em M_{\odot}). As colunas 4 e 5 mostram a faixa dos índices de cor $B - V$ e $J - K$, respectivamente.*

(1) Aglomerado	(2) Ref.	(3) Massa	(4) $B - V$	(5) $J - K$
ONC	1	0,25 – 1,2	–	–
NGC 6530	2	0,5 – 1,1	–	–
NGC 2264	3	0,6 – 1,2	–	–
NGC 2362	4	0,8 – 1,1	–	–
h Per	5	0,8 – 1,1	0,63 – 0,85	–
NGC 2547	6	0,6 – 1,1	–	–
Plêiades	7	0,9 – 1,1	–	–
M 50	8	0,9 – 1,1	–	–
M 35	9	0,9 – 1,1	0,63 – 0,85	–
M 37	10	0,9 – 1,1	0,65 – 0,70	–
Praesepe	11	0,9 – 1,1	0,55 – 0,75	–
Híades	11	0,9 – 1,1	–	0,63 – 0,90
NGC 6811	12	0,9 – 1,1	0,61 – 0,78	–

Referências: (1) *Herbst et al. (2002) [55]*; (2) *Henderson & Stassun (2012) [56]*; (3) *Affer et al. (2013) [57]*; (4) *Irwin et al. (2008a) [58]*; (5) *Moroux et al. (in press)[59]*; (6) *Irwin et al. (2008b) [60]*; (7) *Hartman et al. (2010) [61]*; (8) *Irwin et al. (2009) [62]*; (9) *Meibom et al. (2009a) [63]*; (10) *Hartman et al. (2009) [64]*; (11) *Delorme et al. (2011) [65]*; (12) *Meibom et al. (2009b) [66]*.

Tabela 4.2: *Dados rotacionais de aglomerados abertos. A coluna 1 é semelhante da tabela 4.1. A coluna 2 mostra o número de estrelas. A coluna 3 mostra a idade de cada aglomerado em M -anos. Na coluna 4 mostra a massa média de cada aglomerado em M_{\odot} . As colunas 5 e 7 mostram os valores limites inferior e superior das velocidades angulares, respectivamente, em Ω_{\odot} . A coluna 6 mostra o valor da mediana.*

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Aglomerado	Nº	Idade	Massa	Ω_1	Ω_{50}	Ω_{100}
ONC	154	1	$1 \pm 0,03$	0,75	3,81	17,31
NGC 6530	130	1.65	$1 \pm 0,01$	1,36	5,58	21,06
NGC 2264	37	2	$1 \pm 0,02$	1,43	4,77	13,79
NGC 2362	64	5	$1 \pm 0,00$	0,96	3,94	14,35
h Per	75	13	$1,02 \pm 0,00$	1,68	6,92	96,54
NGC 2547	47	40	$0,8 \pm 0,01$	1,79	5,88	26,47
Plêiades	74	120	$0,9 \pm 0,00$	2,74	6,42	15,09
M 50	62	130	$0,9 \pm 0,00$	1,11	5,33	17,05
M 35	72	150	$0,84 \pm 0,00$	1,68	3,97	7,60
M 37	21	550	$0,86 \pm 0,00$	2,47	4,05	5,29
Praesepe	11	578	$0,99 \pm 0,00$	2,91	3,49	4,40
Híades	7	625	$0,90 \pm 0,01$	2,45	2,74	3,06
NGC 6811	31	1000	$0,94 \pm 0,00$	2,17	2,41	2,52

Capítulo 5

Resultados e discussões

Foram calculados os parâmetros q e σ para cada aglomerado ajustando a eq. 3.12 a função de distribuição cumulativa empírica (FDCE). Desse modo, determinou-se a curva de melhor ajuste através de um algoritmo que utiliza o teste Anderson-Darling para maximizar a probabilidade de que as distribuições teórica e empírica sejam semelhantes. O mesmo algoritmo foi usado para determinar o intervalo de confiança de 95% para os parâmetros q e σ . O teste de Anderson-Darling vem sendo usado no contexto do estudo de distribuições rotacionais de aglomerados e tem sido bem aceito.

A tabela 5.1 mostra os importantes parâmetros das distribuições rotacionais. As colunas 1 e 2 identificam o aglomerado e a sua idade. Os parâmetros de melhor ajuste q e σ , estão apresentados nas colunas 4 e 5, respectivamente, e foram calculados para cada aglomerado com os seus devidos intervalos de confiança através de curvas de melhores ajustes correspondentes as FDCEs utilizando-se do teste Anderson-Darling. As probabilidades ($Prob_f$) obtidas através da qualidade das curvas de melhor ajuste estão apresentadas na coluna 5. A coluna 6 mostra as probabilidades ($Prob_K$) obtidas por um teste independente de qualidade do ajuste, comparando as curvas de melhor ajuste geradas pelo teste de Anderson-Darling com as curvas calculadas usando o estimador de densidade Kernel (EDK)¹ em cada FDCE. O EDK permite uma análise dos dados sem assumir um comportamento distribucional específico [67]. A coluna 7 identifica as médias maxwellianas, $\langle \mu \rangle$, calculadas a partir da eq.

¹O estimador de densidade Kernel (EDK) é uma forma não-paramétrica de suavização de dados discretos. Isto implica dizer que este estimador não pressupõe nenhum modelo ou parâmetros estatísticos prévios.

3.8. Por fim, a coluna 8 identifica as médias q -maxwellianas, $\langle\Omega\rangle$, calculadas usando as eqs. 3.13 e 3.14. É possível notar que estas duas médias são bastante distintas na maioria dos aglomerados. Para todos os aglomerados os valores de q e σ estão dentro do intervalo de confiança de 95%, exceto NGC 6811, cujo o intervalo de confiança não foi possível estimar por questões de convergência no ajuste do modelo aos dados.

Tabela 5.1: *Parâmetros de melhor ajuste: q e σ . As colunas 1 e 2 identificam e informam o nome e a idade cada aglomerado, respectivamente. As colunas 3 e 4 mostram os parâmetros de melhor ajuste q e σ , respectivamente. As colunas 5 e 6 mostram as probabilidades do teste de Anderson-Darling para a curva de melhor ajuste e a probabilidade de que a curva de melhor ajuste e a função Kernel da FDCE sejam semelhantes. As colunas 7 e 8 identificam as médias maxwellianas e q -maxwellianas, respectivamente.*

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Aglomerado	Idade	q	σ	$Prob_f$	$Prob_k$	$\langle\mu\rangle$	$\langle\Omega\rangle$
ONC	1	1,41 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,160 0,437	3,16 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,526 2,425	0,656	0,522	16,43	4,12
NGC 6530	1.65	1,45 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,111 0,451	2,27 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,260 2,553	0,689	0,670	60,54	5,88
NGC 2264	2	1,36 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,160 0,463	2,31 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,296 2,679	0,689	0,606	0,28	4,49
NGC 2362	5	1,38 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,127 0,404	2,39 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,388 2,605	0,651	0,615	18,13	4,90
h Per	13	1,53 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,039 0,098	2,21 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,209 1,339	0,339	0,390	69,29	9,18
NGC 2547	40	1,49 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,123 0,484	2,42 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,557 2,245	0,503	0,555	60,73	7,20
Plêiades	120	1,31 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,184 0,160	4,49 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 2,037 0,510	0,177	0,173	38,21	7,80
M 50	130	1,44 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,099 0,434	2,52 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,519 2,480	0,423	0,507	146,56	6,27
M 35	150	1,19 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,217 0,314	3,25 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 1,248 1,734	0,316	0,385	6,38	4,60
M 37	550	0,71 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,689 0,096	4,35 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 2,344 0,650	0,204	0,182	3,30	3,82
Praesepe	578	0,57 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,879 0,135	3,54 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 2,368 0,630	0,501	0,329	2,58	3,63
Híades	625	1,03 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,355 1,029	2,09 ⁽⁺⁾ ₍₋₎ 0,088 2,910	0,276	0,151	0,49	2,43
NGC 6811	1000	0,97	2,03	0,008	0,009	3,38	2,22

OBS: Os sinais de mais e menos que estão entre parênteses representam o intervalo de confiança para mais e para menos, respectivamente. Todos os valores de q e σ estão dentro do intervalo de 95% de confiança segundo o teste Anderson-Darling, exceto NGC 6811, que apresentou os menores valores de probabilidades para garantir a convergência.

A Figura 5.1 mostra as FDCEs de cada aglomerado e suas curvas de melhor ajuste. A forma das curvas se ajustou bem aos dados na maioria dos aglomerados. Comparando com a coluna 3 da tabela 5.1, podemos observar que a mediana (indicada pela linha vertical tracejada) começa com valores próximo de $4 \Omega_{\odot}$ durante a PSP, entram na IZSP com valor

próximo a $7 \Omega_{\odot}$ e depois as medianas convergem a valores próximos de $2 \Omega_{\odot}$ em cerca de M-anos no final da SPP. Isto sugere que a evolução da mediana da rotação dos aglomerados teve um aumento nas primeiras dezenas de M-anos e logo após atingir a SP teve uma queda nos valores da velocidade angular.

A fim de confrontar as duas estatísticas utilizadas, a Figura 5.2 compara as médias maxwelliana e q -maxwelliana. Os eixos desse gráfico estão em escala logarítmica. A linha pontilhada em azul representa uma reta de igualdade entre o eixo das médias maxwellianas e q -maxwellianas. Para mesma distribuição de rotação não esperávamos que as médias fossem iguais, uma vez que temos duas estatísticas diferentes para descrever essas distribuições. A figura 5.2 mostra que esses pontos estão localizados distantes da linha pontilhada azul, de fato essas médias não são consistentes entre si. Também pode ser observado que as médias maxwellianas apresentam uma grande dispersão, aproximadamente de $0,2$ até $150 \Omega_{\odot}$. Enquanto as médias q -maxwellianas estão todas entre um valor de 2 a $10 \Omega_{\odot}$, mostrando-se mais coerentes com os dados observacionais e portanto mais adequada para descrever o comportamento da distribuição da rotação.

5.1 Distribuições rotacionais nos aglomerados

A Figura 5.3 mostra os digramas de caixas das distribuições de velocidades em cada aglomerado. No eixo horizontal temos os aglomerados ordenados do mais jovem para o mais velho, onde neste eixo os aglomerados estão igualmente espaçados. O eixo vertical mostra as velocidades angulares em escala logarítmica. Este diagrama destaca a mediana, os quartis e os valores atípicos das rotações das estrelas. Nos aglomerados mais jovens os valores de velocidades mais altas estão mais espalhados, enquanto que nos aglomerados mais velhos a mediana está mais próxima dos valores de baixas velocidades, mostrando assim que alguns aglomerados concentram maior parte dos suas estrelas com baixas velocidades. Os valores atípicos estão representados pelas cruces. Estes valores não são estatisticamente significantes, pois distinguem-se bastante do comportamento da maioria dos dados. Observamos também que até alcançar a idade de ~ 150 M-anos os aglomerados apresentam a forma de distribuições

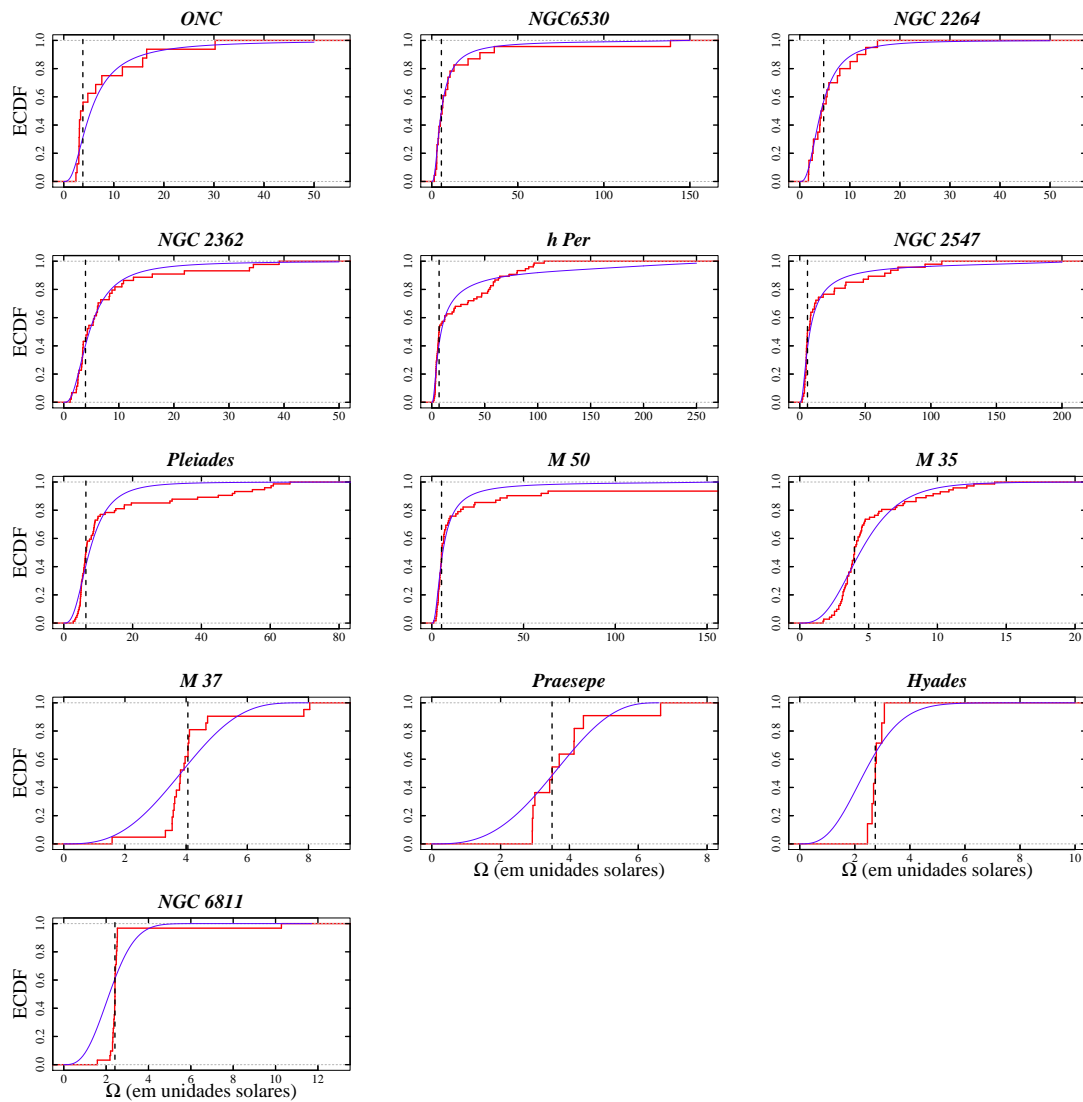


Figura 5.1: Função de distribuição cumulativa empírica (FDCE) para aglomerados abertos. As FDCEs, os melhores ajustes e as medianas das velocidades estão representados pelas linhas contínuas vermelhas e azuis, e linhas tracejadas pretas, respectivamente. O eixo horizontal é mostrado em unidades solares ($\frac{\Omega}{\Omega_{\odot}}$).

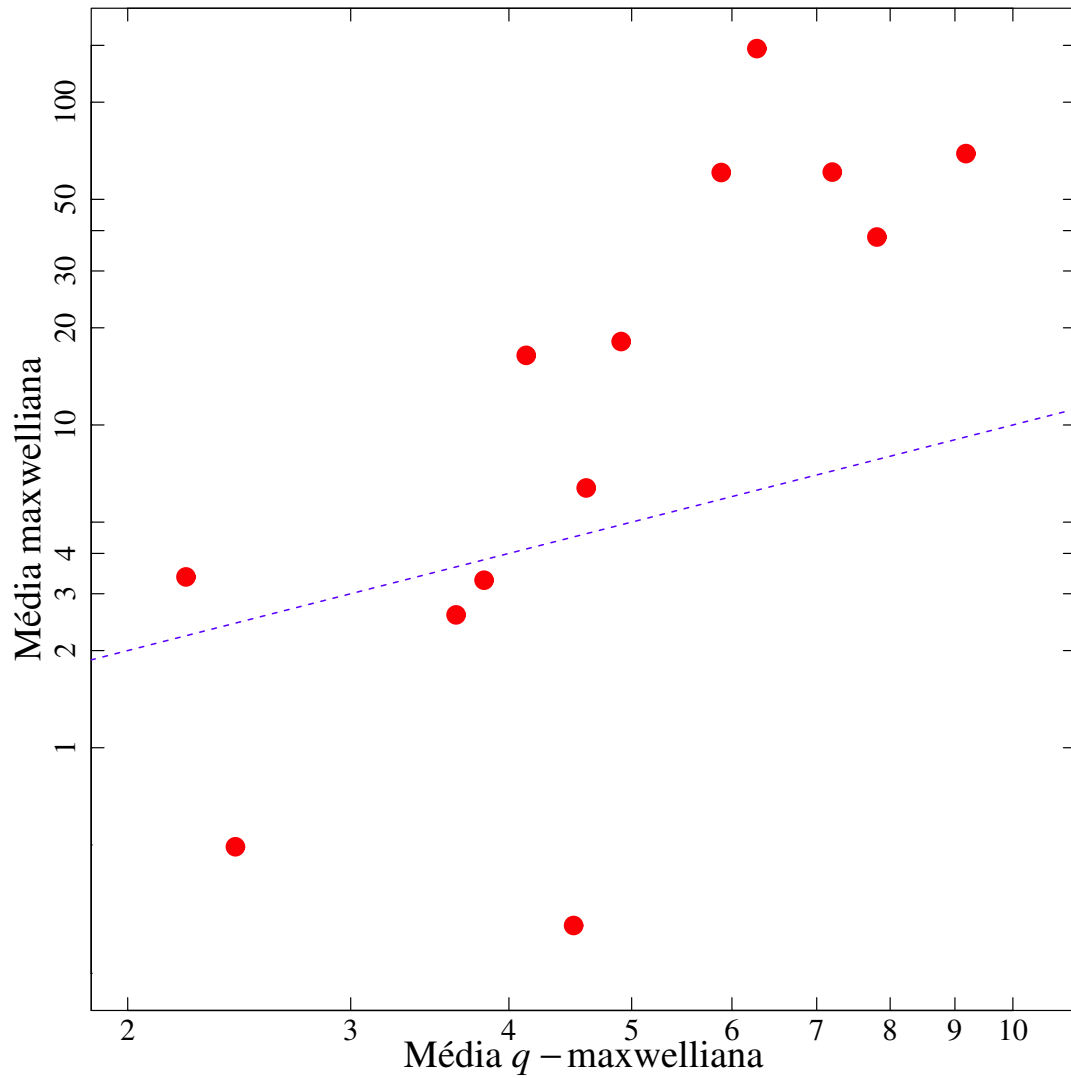


Figura 5.2: Comparação entre as médias das maxwellianas calculadas a partir dos dados e q -maxwelliana calculadas utilizando os valores de q e σ das distribuições mostrados na tabela 5.1. A reta pontilhada azul representa uma reta de igualdade entre as médias.

q -maxwellianas o que pode ser observado pela tendência de formação de caudas na distribuição. A formação de caudas, de fato, está associada a altos valores de q . Após esta idade a forma das distribuições tendem a ser maxwellianas, como previsto por Deutsch [43, 44].

De um ponto de vista geral, a figura 5.3 apresenta dois comportamentos distintos, um antes da IZSP e outro logo após esta idade. Estas distribuições rotacionais não mudam muito antes da IZSP. Entretanto, após chegar à IZSP, as estrelas aumentam significativamente suas velocidades, modificando a distribuição. Logo em seguida, essas velocidades começam a diminuir até as estrelas atingirem a idade de 1000 M-anos. É importante notar que o processo de perda de *momentum* angular na estrela que ocorre na PSP é muito rápido se comparando ao processo que ocorre na SPP.

Com o objetivo de obter uma visão geral do comportamento da velocidade com a idade, fizemos uma análise do comportamento estatístico das distribuições de velocidades de estrelas de aglomerados utilizando um EDK. Para determinar a largura de banda do EDK utilizamos o método de validação cruzada imparcial. Este método é uma forma de avaliar a capacidade de generalização de um modelo, a partir de uma amostra desconsiderando possíveis parcialidades do sistema. A largura de banda determinada foi de 23,32.

A figura 5.4 mostra as velocidades angulares como função da idade dos aglomerados. As idades e as velocidades estão em escala logarítmica. As linhas contínuas são estimadores EDK e representam os valores limites superior e inferior da distribuição, e também a mediana. Esses valores limites correspondem aos intervalos interquartis do diagrama de caixa da figura 5.3 e também apresentados nas colunas 5 e 7 da tabela 4.2. Essas linhas destacam a região das velocidades que é estatisticamente significativa, dando uma visão estatística geral do comportamento das distribuições de velocidades. Os estimadores também mostram que há um grande espalhamento nos valores de rotação dos aglomerados mais jovens e posteriormente durante a SPP, há uma convergência das velocidades à medida que observamos os aglomerados mais velhos até atingirem a idade de 1000 M-anos.

Com relação a tendência central, nos primeiros M-anos até a idade de ~ 30 M-anos, a estrela está se contraindo e, portanto deveria acelerar consideravelmente na PSP, mas ao invés disso, ela mantém sua velocidade constante até atingir a idade de ~ 5 M-anos devido

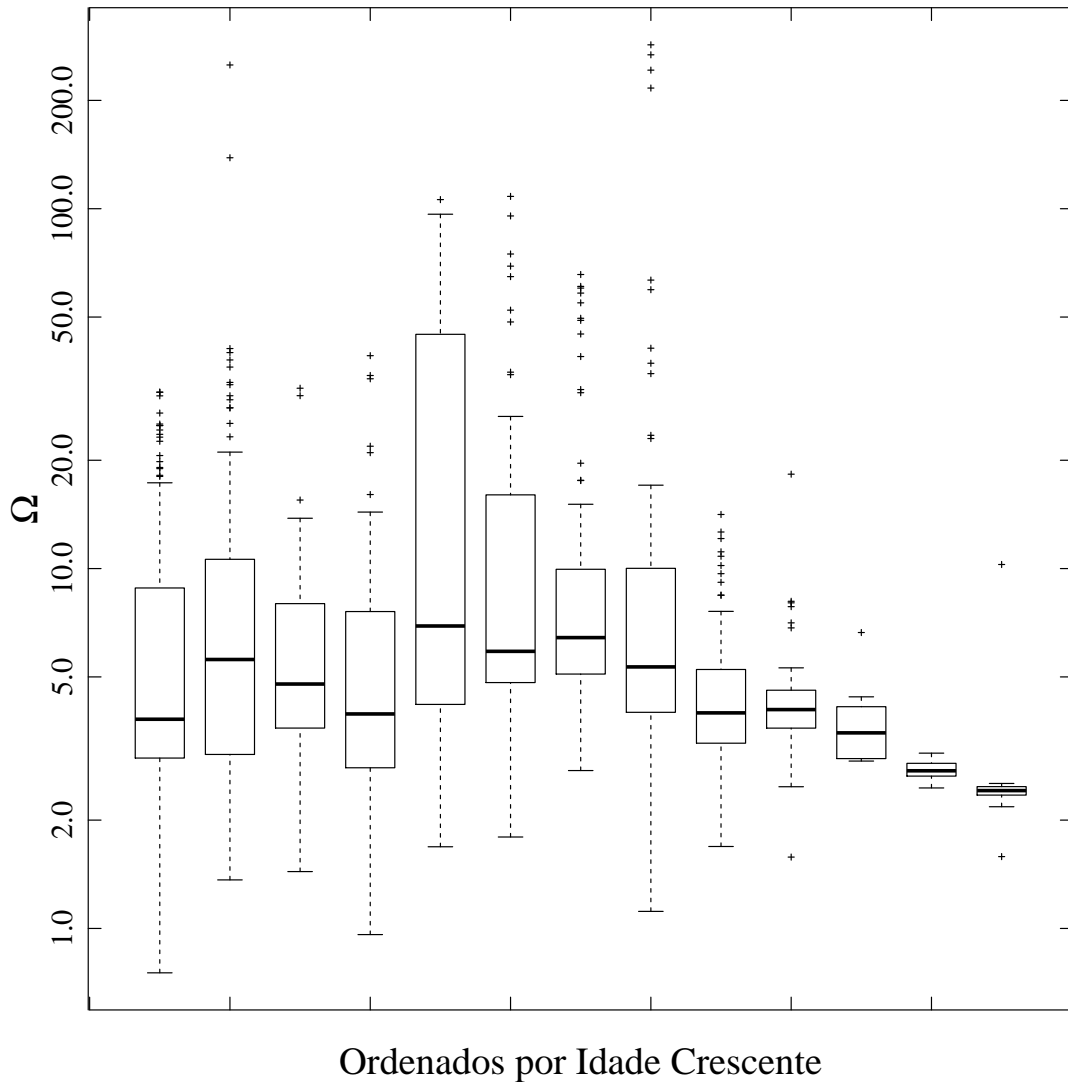


Figura 5.3: Diagramas de caixa para as velocidades das estrelas dos aglomerados dispostos em ordem crescente de idade. O primeiro, o segundo, terceiro e quarto quartil, são representados pelo segmento de reta vertical inferior, a caixa inferior, a caixa superior e o segmento de reta vertical superior, respectivamente. A mediana é representada pela linha que divide as duas caixas. As cruces representam os valores atípicos.

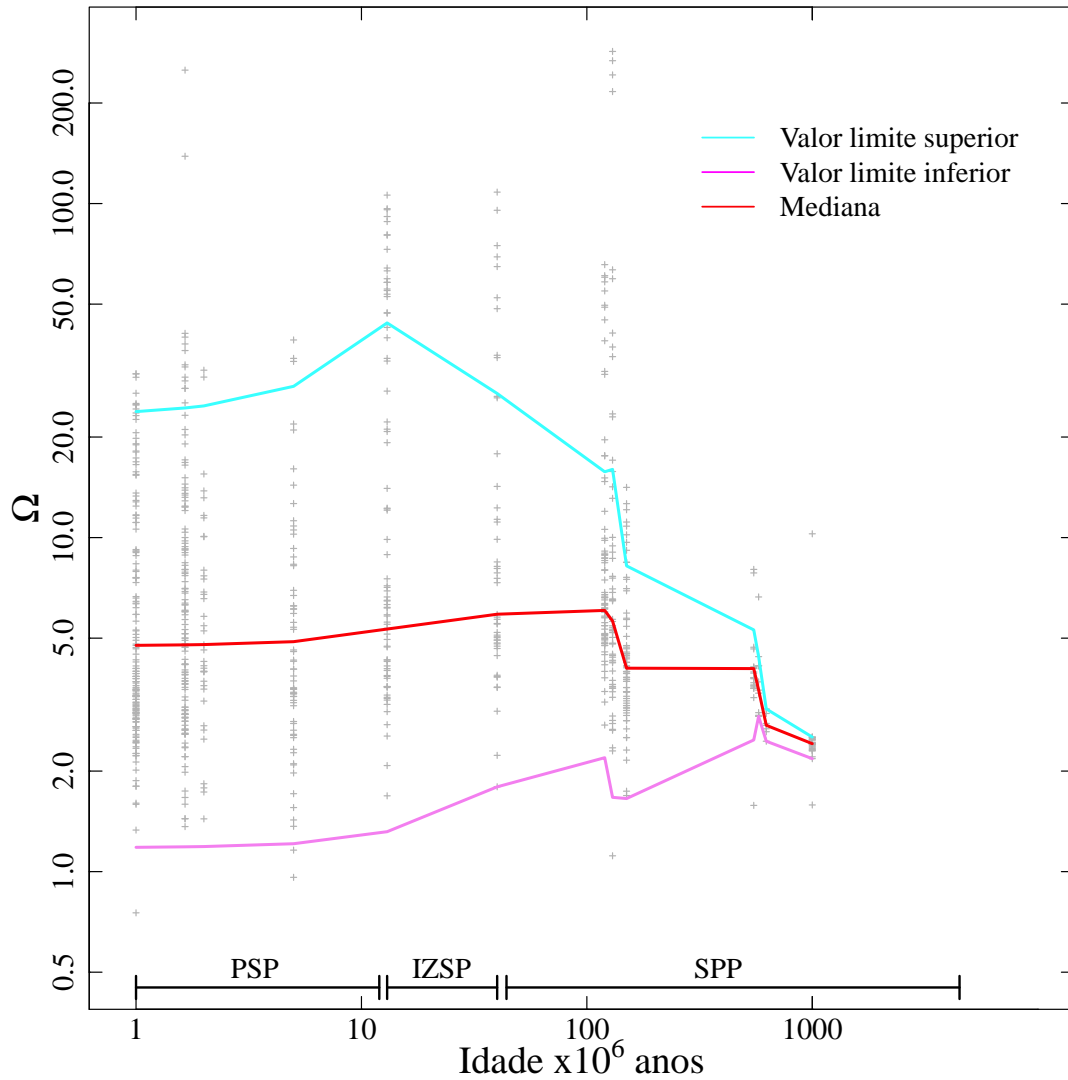


Figura 5.4: *Distribuições da velocidade angular de estrelas do tipo solar em aglomerados jovens em função da idade. As linhas são os estimadores kernel, onde linhas ciano e magenta representam os valores limites superior e inferior das distribuições, respectivamente. A linha vermelha ilustra a mediana.*

ao acoplamento magnético estrela-disco [8, 9]. Com o passar do tempo, essa interação torna-se mais fraca e a estrela ganha *momentum* angular devido contração até chegar a IZSP. Em seguida, o vento estelar e a redistribuição do *momentum* angular na estrutura interna estelar tornam-se os mecanismos dominantes e são responsáveis pela perda de *momentum* angular na estrela [8]. É possível observar a perda de *momentum* angular na figura 5.4, onde notamos uma queda da velocidade desde a IZSP até o final da SPP.

A figura 5.5 mostra as velocidades angulares como função da idade destacando o primeiro momento e q -momento dos aglomerados. As médias maxwellianas estão representadas pelos asteriscos verdes e foram calculadas a partir dos dados das velocidades das estrelas. Enquanto as médias estimadas usando a MENE são representadas pelos losangos azuis. Estas médias foram obtidas utilizando as equações 3.13 e 3.14, com os dados de q e σ mostrados na tabela 5.1. A figura 5.5 apresenta também o kernel de medianas observadas como tendência central e médias maxwellianas calculadas usando as equações 3.8, 3.13 e 3.14. Assim como também são mostrados os valores limites destas velocidades representados pelos EDKs.

Pode-se notar que as médias maxwellianas apresentam valores muito distantes da tendência central das distribuições (Kernel das medianas) e que está representada no gráfico pela linha vermelha. Alguns destes valores apresentam-se até mesmo fora dos limites de significância estatística representados pelas curvas em cores ciano e magenta. Essa discrepância indica que o padrão da evolução da rotação destas estrelas parece não ser consistente com o modelo da distribuição maxwelliana, segundo o teste de igualdade dos primeiros momentos. Por outro lado, as médias q -maxwellianas apresentam um comportamento mais consistente com a tendência central da distribuição da rotação, uma vez que seus valores estão dentro dos valores limites e próximo da linha de tendência central. A figura 5.5 portanto reforça a ideia de que as q -maxwellianas podem ser empregadas para estudar o comportamento da distribuição da rotação estelar [45, 49]. Esse resultado também constitui um teste da proposta de Soares & Silva [50] para obtenção dos momentos de distribuição da rotação no contexto da MENE. De fato, como mostrado, as médias derivadas do formalismo não extensivo parecem decer bem a tendência central dessas distribuições e sua evolução ao longo do tempo.

Podemos notar também na figura 5.5 que entre 100 M-anos e 200 M-anos ocorre uma queda relativamente brusca dos valores das médias q -maxwellianas e do declínio íngreme dos

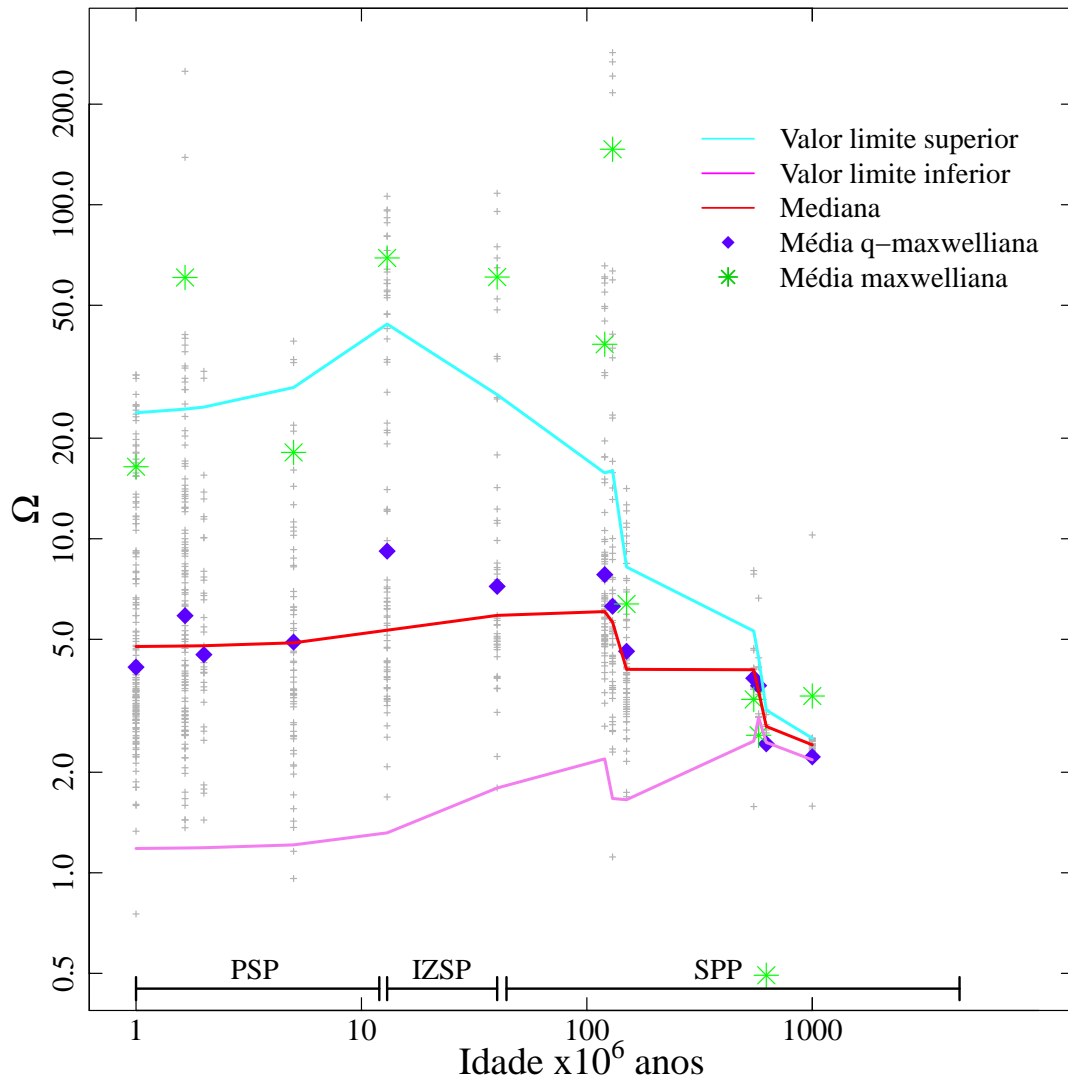


Figura 5.5: As velocidades angulares dos aglomerados em função da idade. Os asteriscos verdes e os losangos azuis representam a média maxwelliana, a média q-maxwelliana, respectivamente.

EDKs. Logo após isto, o índice q passa de valores $q > 1$ para valores $q < 1$. Entendemos que a partir desse ponto as distribuições de velocidades se tornam extensivas. Este resultado é consistente com os resultados observados por Silva et al. [68] e de Freitas [54]. Como foi discutido no capítulo 3, q mede o grau de não-extensividade do sistema e em aglomerados de estrelas ele está associado a interações de longo alcance ou longa memória. Neste cenário, podemos dizer que quando $q = 1$, as estrelas de aglomerados perdem a memória do *momentum* angular da nuvem que as gerou. Esses resultado portanto reforçam a hipótese de que o índice entrópico q está associado à memória do *momentum* angular [68].

Assim, a abordagem não-extensiva se mostra uma excelente ferramenta para estudar a evolução da rotação dessas estrelas, tanto por que descreveu melhor o comportamento central das velocidades destas distribuições, como conseguiu simplificar a teoria dos processos físicos envolvidos em uma única teoria dos processos físicos envolvidos em uma única expressão (ver eq. 3.13 e 3.14) que leva em consideração apenas a não-extensividade do sistema. Outro ponto positivo é a redução dos parâmetros estelares. De acordo com [8], são necessários no mínimo 4 parâmetros (P_{inic} , τ_{n-e} , τ_d e K_W), enquanto que conforme a MENE aplicada a essas estrelas, reduzimos para apenas 2 parâmetros (q e σ), que estão relacionados com a não extensividade do sistema.

5.2 A evolução do índice entrópico q com a idade

A figura 5.6 analisa o índice entrópico q em função da idade dos aglomerados. A escala do eixo horizontal é o logaritmo da idade. As barras de erro representam os intervalos de confiança de 95% dos valores de q , conforme mostrado na tabela 5.1. As linhas pretas e vermelhas são curvas de melhor ajuste linear para pontos nos dois seguintes regimes de comportamento do índice entrópico q das distribuições de velocidades rotacionais com o tempo (de Freitas, Soares & Silva, em preparação). Um regime corresponde ao comportamento na PSP e ou outro na sequência principal precoce. Para a PSP é verificada uma aparente correlação do índice entrópico q com idades menores do que 30 M-anos, como está representado pela linha preta. Enquanto que a evolução do índice entrópico q para estrelas com idades maiores que esse valor, apresenta uma aparente anti-correlação, como está representado pela

linha vermelha. Tal comportamento pode ser apenas aparente, tendo em vista as incertezas dos valores de q representados pelas barras de erro. Esse comportamento se dá até atingir a IZSP em ~ 30 M-anos. Logo após a IZSP, os processos físicos que envolvem a interação entre estas estrelas se tornam mais fracos com o passar do tempo. Então, o índice entrópico q diminui até atingir a idade de 1000 M-anos e observamos a aparente tendência para que a não extensividade do sistema diminua com a idade dos aglomerados. Esta anticorrelação, de fato, foi observada em dois estudos, um envolvendo a rotação projetada [68] e outro envolvendo os períodos rotacionais [54].

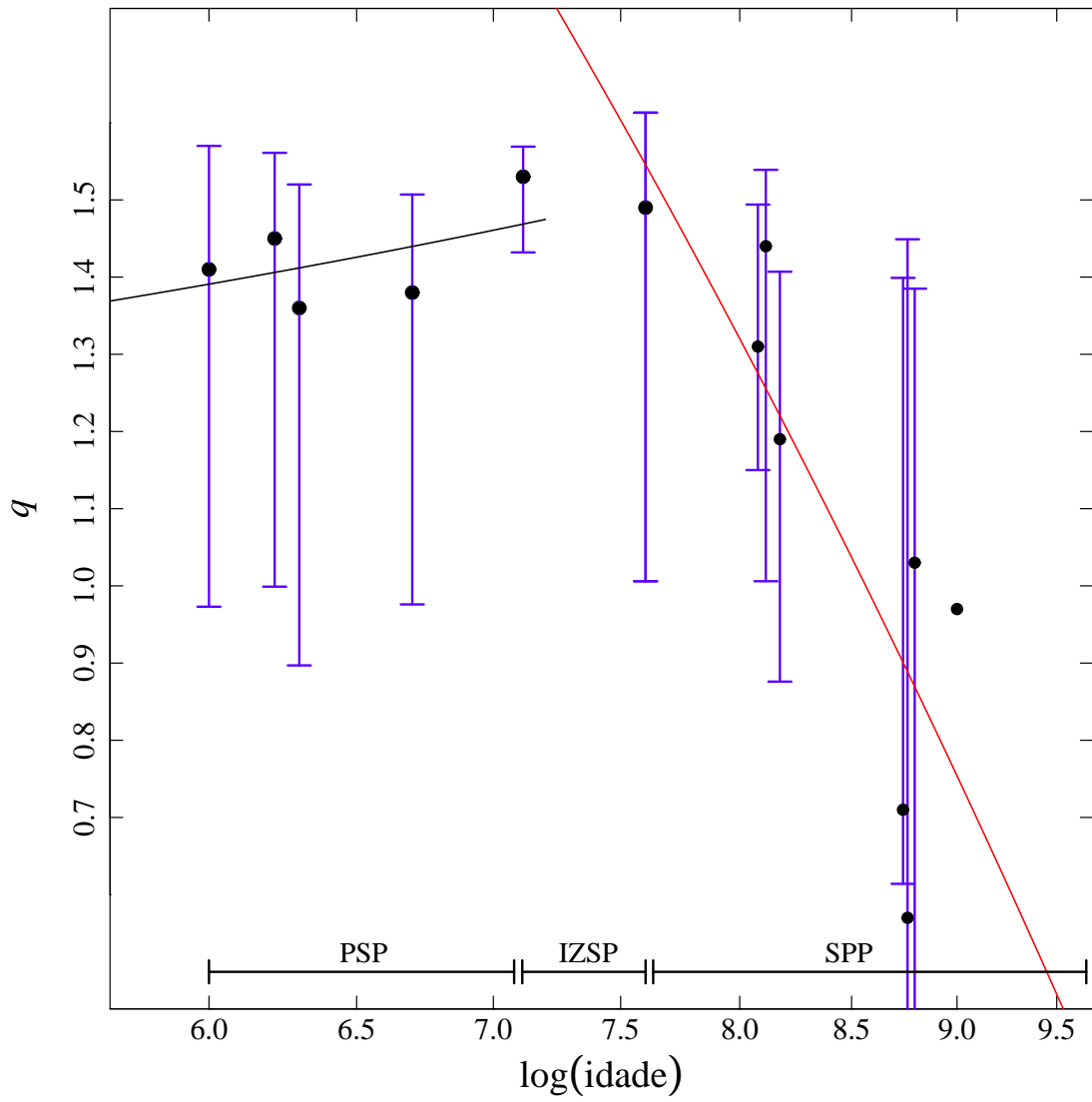


Figura 5.6: Evolução do índice entrópico q com a idade. As barras de erro representam o intervalo de 95% de confiança.

Capítulo 6

Conclusões e perspectivas

Este trabalho visou as seguintes metas: primeira, obter as velocidades médias de estrelas do tipo solar em diferentes idades, de acordo com a MENE. Segunda, comparar estas médias com as médias dos dados rotacionais assumindo uma distribuição maxwelliana. Terceira, analisar a evolução dessas médias com o tempo com base na teoria da evolução do *momentum* angular estelar e quarta, investigar a evolução do índice entrópico q com a idade. Para isso, estimamos os valores dos parâmetros q e σ da distribuição da rotação de estrelas do tipo solar para 13 aglomerados abertos. Esses valores foram utilizados para calcular os valores de q e σ , utilizamos as expressões para os momentos das distribuições de velocidades, conforme Soares & Silva [50], para calcular as médias q -maxwellianas das distribuições de velocidades (os primeiros q -momentos).

Usando os parâmetros q e σ provenientes da distribuição de rotação estelar, foram obtidas as rotações estelares médias para 13 aglomerados abertos. Observamos que as médias baseadas na MENE são sensíveis aos principais processos físicos envolvidos na evolução do *momentum* angular desde a PSP até a SPP. As médias q -maxwellianas reproduzem com êxito a evolução do *momentum* angular dessas estrelas. As principais fases da evolução estelar (PSP, IZSP e SPP) e sobretudo os processos físicos conseguiram ser facilmente percebidos com o aumento da idade dessas estrelas. Nossos resultados mostraram que o primeiro momento maxwelliano calculado para as distribuições de velocidades angulares aparentemente não representa o comportamento geral da amostra. Enquanto que o primeiro momento q -maxwelliano (calculado com q e σ), reproduz significativamente o comportamento geral. Este

é um resultado que fortalece ainda mais o formalismo da não-extensividade em sistemas de aglomerados estelares.

Quando observamos a evolução do grau de não-extensividade dos aglomerados de estrelas com relação ao tempo, percebemos que até atingir a IZSP, o índice entrópico q apresenta uma correlação com a rotação estelar. Por outro lado, após a IZSP o índice entrópico q apresenta uma anti-correlação com a rotação. Em outras palavras, isso mostra que é possível identificar aqui os dois principais mecanismos que operam na evolução estelar, considerando a não-extensividade do sistema. Isso nos encoraja a afirmar que a MENE é um aparato teórico adequado para o estudo da evolução do *momentum* angular de aglomerados estelares.

Perspectivas

Como continuidade para o presente trabalho, propõe-se a realização dos seguintes estudos:

- Testar os outros momentos da distribuição de velocidades (a variância e a curtose), para reforçar a validade do uso da estatística não-extensiva para analisar a distribuição rotacional de estrelas de aglomerados.
- Investigar a aparente correlação entre o índice entrópico q com a idade na PSP. Isso será possível utilizando um número maior de dados e fazendo um estudo estatístico mais detalhado a respeito da evolução do *momentum* angular nessa fase.
- Aumentar a faixa de idade e observar o que acontece com as médias das distribuições da rotação de estrelas do tipo solar quando essas estrelas alcançam o fim da SPP.
- Analisar o comportamento das médias q -maxwellianas e fazer o estudo da evolução do índice entrópico q com a idade, para outras faixas de massa com o propósito de verificar se a MENE também pode ser aplicada.

Bibliografia

- [1] NEPUMUCENO, M. M. F., *A correlação entre o índice entrópico q e a idade de aglomerados abertos*, Dissertação (Mestrado) – UERN, Mossoró - RN, 2013.
- [2] BURKI, G., Formation of open clusters, In: IAU SYMPOSIUM, 85., 1979, VICTORIA, B.C., CANADA, **Proceedings...** Reidel Publishing Company: Dordrecht, 1980, p. 27-30.
- [3] BALLESTEROS-PAREDES, J.; HARTMANN, L. W.; VÁZQUEZ-SEMADENI, E.; HEITSCH, F.; ZAMORA-AVILÉS, M. A., *MNRAS*, 411, 65B, 2011a.
- [4] BALLESTEROS-PAREDES, J.; VÁZQUEZ-SEMADENI, E.; GAZOL, A.; ET AL., *MNRAS*, 416, 1436B, 2011b.
- [5] TOMISAKA, K., *ApJL*, 528, L41, 2000.
- [6] MACIEL, W. J., *Astronomia e Astrofísica*, São Paulo-SP, ISBN: 85-85047-05-4, 1991.
- [7] BOUVIER, J.; MATT, S.P.; MOHANTY, S.; SCHOLZ, A.; STASSUN, K.G.; ZANNI, C., Angular momentum evolution of young low-mass stars and brown dwarfs: observations and theory, *Protostars & Planets VI*, 2013.
- [8] GALLET, F.; BOUVIER, J., Improved angular momentum evolution model for solar-like stars, *Astronomy & Astrophysics*, 2013.
- [9] BOUVIER, J.; ALENCAR, S. H. P.; HARRIES, T. J. ET AL., *Protostars and Planets V*, 479, 494, 2007.
- [10] BARDOU, A. AND HEYVAERTS J., *Astron. Astrophys.*, 307, 1009, 1996.
- [11] AGAPITOU, V. AND PAPALOIZOU, J. C. B., *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 317, 273, 2000.
- [12] ZANNI, C. AND FERREIRA, J., *Astron. Astrophys.*, 508, 1117, 2009.
- [13] GALLET, F., Star/disk interaction and momentum evolution model for solar-like stars, *EPJ*, 2014.
- [14] MACIEL, W. J., *Hidrodinâmica e Ventos Estelares: Uma Introdução*, São Paulo - SP, 2005, ISBN: 85-314-0865-2.

- [15] CAMENZIND, M., *Reviews of Modern Astronomy*, 3, 234, 1990.
- [16] SHU, F. H.; LIZANO, S.; RUDEN, S. P. ET AL., *Astrophys. J. Lett.*, 328, L19, 1988.
- [17] HARTMANN, L. AND STAUFFER, J. R., *Astron. J.*, 97, 873, 1989.
- [18] MATT, S. AND PUDRITZ, R. E., *Astrophys. J. Lett.*, 632, L135, 2005.
- [19] KAWALER, S. D., *Astrophys. J.*, 333, 236, 1988.
- [20] BOUVIER, J.; FORESTINI M. AND ALLAIN S., *Astron. Astrophys.*, 326, 1023, 1997.
- [21] KRISHNAMURTHI, A.; PINSONNEAULT, M. H.; BARNES, S. ET AL., *Astrophys. J.*, 480, 303, 1997.
- [22] SILLS, A.; PINSONNEAULT, M. H. AND TERNDRUP, D. M., *Astrophys. J.*, 534, 335, 2000.
- [23] REINERS, A. AND MOHANTY, S., *Astrophys. J.*, 746, 43, 2012.
- [24] MATT, S. P.; MACGREGOR, K. B.; PINSONNEAULT, M. H. ET AL., *Astrophys. J. Lett.*, 754, L26, 2012.
- [25] MACGREGOR, K. B. & BRENNER, M., *ApJ*, 376, 204, 1991.
- [26] ALLAIN, S., *A&A*, 333, 629, 1998.
- [27] DENISSEKOV, P. A.; PINSONNEAULT, M.; TERNDRUP, D. M. AND NEWSHAM, G., *ApJ*, 716, 1269, 2010.
- [28] SPADA, F.; LANZAFAME, A. C.; LANZA, A. F.; MESSINA, S. AND COLLIER CAMERON, A., *MNRAS*, 416, 447, 2011.
- [29] MAEDER, A., *Physics, Formation and Evolution of Rotating Stars*, USA: Springer, ISBN 978-3-540-76949-1, 2009.
- [30] ZAHN, J.-P., Tidal friction in close binary stars. *A&A*, 57, 383, 1977.
- [31] GRAY, D. F., The rotational break for G giants, *Astrophysical Journal*, 347, 1021, 1989.
- [32] BORGES, E. P., Na sutil fronteira entre a ordem e o caos: complexidade e mecânica estatística não extensiva, *Ciência Hoje*, Rio de Janeiro, v. 38, n.223, p. 42-47, 2006.
- [33] TSALLIS, C., Possible Generalization of Boltzmann-Gibbs Statistics, *Journal of Statistical Physics*, v. 52, p. 479, 1988.
- [34] PLASTINO, A. R.; PLASTINO, A., *Phys. Lett. A*, 174, 384, 1993.
- [35] STARIOLO, D. A., *Phys. Lett. A*, 185, 262, 1993.
- [36] WILK, G.; WŁODARCSYK, Z., *Phys. Rev. Lett.*, 84, 2770, 2000.

- [37] SILVA, R.; ALCANIZ, J. S.; FRANÇA, G. S.; ET AL., *Phys. Lett. E*, 73, 26102, 2006.
- [38] BROWN, A., The Rotational Velocities of Groups of Stars, as Determined from the Apparent Rotational Velocities, *ApJ*, 111, 366, 1950.
- [39] CHANDRASEKHAR, S.; MÜNCH, G., On the Integral Equation Governing the Distribution of the True and the Apparent Rotational Velocities of Stars, *ApJ*, 111, 142, 1950.
- [40] GAIGÉ, Y., Stellar rotational velocities from the $V \sin i$ observations - Inversion procedures and applications to open clusters, *A&A*, 269, 267, 1993.
- [41] FUKUDA, I., A statistical study of rotational velocities of the stars, *PASP*, 94, 271, 1982.
- [42] GUTHRIE, B. N. G., The bimodal distribution of rotational velocities of late B-type stars in galactic clusters, *MNRAS*, 198, 795, 1982.
- [43] DEUTSCH, A. J., *AJ.*, 70, 673, 1965.
- [44] DEUTSCH, A. J., in Stellar Rotation - proceedings of the IAU colloquium, *A Slettebak, D. Reidel, Dordrecht-Holland*, p. 207, 1970.
- [45] SOARES, B. B.; CARVALHO, J. C.; DO NASCIMENTO JR., J. D.; DE MEDEIROS, J. R., Tsallis maximum entropy distribution function for stellar rotational velocities in the Pleiades, *Physica A*, 364, 413, 2006.
- [46] CARVALHO, J. C.; SILVA, R.; DO NASCIMENTO JR, J. D.; DE MEDEIROS, J. R., Power law statistics and stellar rotational velocities in the Pleiades, *Europhysics Letters*, 84, 59001, 2008.
- [47] CARVALHO, J. C.; DO NASCIMENTO JR, J. D.; SILVA, R.; DE MEDEIROS, J. R., Non-Gaussian Statistics and Stellar Rotational Velocities of Main-Sequence Field Stars, *ApJ*, 696, 48, 2009.
- [48] CARVALHO, J. C.; SILVA, R.; SOARES, B. B.; DE MEDEIROS, J. R., Observational measurement of open stellar clusters: A test of Kaniadakis and Tsallis statistics, *Europhysics Letters*, 91, 69002, 2010.
- [49] SOARES, B. B.; SILVA, J. R. P., On the rotation of ONC stars in the Tsallis formalism context, *Europhysics Letter*, 96, 19001, 2011.
- [50] SOARES, B. B.; SILVA, J. R. P., Moments of the generalized distribution for stellar rotation rates, *EPL (Europhysics Letters)*, 364, 413, 2013.
- [51] DEUTSCH, A. J., in *The Magnetic and Related Stars*, edited by Cameron R. C. (Mono Book Corp., Baltimore), p. 181, 1967.
- [52] HUANG, S.-S., *Astrophys. J.*, 118, 285, 1953.

- [53] VAN DIEN, E., *J. R. Astron. Soc. Can.*, 42, 249, 1948.
- [54] DE FREITAS, D. B.; NEPUMUCENO, M. M. F.; SOARES, B. B.; SILVA, J. R. P., Strong evidences for a nonextensive behavior of the rotation period in open clusters, *EPL*, 108, 39001, 2014.
- [55] HERBST, W.; BAILER-JONES, C. A. L.; MUNDT, R.; MEISENHEIMER, K.; WACKERMANN, R., *A&A*, 396, 513, 2002.
- [56] HENDERSON, C. B.; STASSUN, K. G., *ApJ*, 747, 51, 2012.
- [57] AFFER, L.; MICELA, G.; FAVATA, F.; FLACCOMIO, E.; BOUVIER, J., 2013.
- [58] IRWIN, J.; HODGKIN, S.; AIGRAIN, S.; ET AL., *MNRAS*, 384, 675, 2008a.
- [59] MORAUX, E.; ARTEMENKO, S.; BOUVIER, J.; IRWIN, J.; IBRAHIMOV, M.; MAGAKIAN, T.; GRANKIN, K.; NIKOGOSSIAN, E.; CARDOSO, C.; HODGKIN, S.; AIGRAIN, S.; MOVSESSIAN, T. A., *A&A*, 560, 13, 2013.
- [60] IRWIN, J.; HODGKIN, S.; AIGRAIN, S.; ET AL., *MNRAS*, 383, 1588, 2008b.
- [61] HARTMAN, J. D.; BAKOS, G. Á.; KOVÁCS, G.; NOYES, R. W., *MNRAS*, 408, 475, 2010.
- [62] IRWIN, J.; AIGRAIN, S.; BOUVIER, J.; ET AL., *MNRAS*, 392, 1456, 2009.
- [63] MEIBOM, S.; MATHIEU, R. D.; STASSUN, K. G., *ApJ*, 392, 1456, 2009a.,
- [64] HARTMAN, J. D.; GAUDI, B. S.; PINSONNEAULT, M. H.; ET AL., *ApJ*, 691, 342, 2009.
- [65] DELORME, P.; COLLIER CAMERON, A; HEBB, L.; ET AL., *MNRAS*, 413, 2218, 2011.
- [66] MEIBOM, S.; BARNES, S. A.; LATHAM, D. W.; ET AL., *ApJ*, 733, L9, 2009b.
- [67] KOHAVI, R., A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection, In: International joint conference on artificial intelligence, 14, 1137, 1995.
- [68] SILVA, J. R. P.; NEPUMUCENO, M. M. F.; SOARES, B. B.; DE FREITAS, D. B., Time-dependent nonextensivity arising from the rotational evolution of solar-type stars, *ApJ*, 777, 20, 2013.