



Universidade do Estado do Rio Grande do Norte
Faculdade de Ciências Naturais e Exatas
Programa de Pós-graduação em Física

Diego Alves de Barros

Imagens Sub-Comprimento de Onda Usando Cristais Naturais

Mossoró, março de 2015

Diego Alves de Barros

**Imagens Sub-Comprimento de Onda Usando Cristais
Naturais**

Dissertação apresentada à
Universidade do Estado do
Rio Grande do Norte como
um dos pré-requisitos para
obtenção d título de
MESTRE em **FÍSICA**

Orientador: Prof. Dr. Thomas Dumelow

Mossoró, março de 2015

**Catálogo da Publicação na Fonte.
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte.**

Barros, Diego Alves

Imagens sub-comprimento de onda usando cristais naturais. / Diego Alves de Barros. - Mossoró, RN, 2015.

49 f.

Orientador(a): Prof. Dr. Thomas Dumelow

Dissertação (Mestrado em Física). Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. Programa de Pós-Graduação em Física.

1. Dispersão Hiperbólica. 2. Ampliação de imagens. 3. Cristais Anisotrópicos Fônons. I. Dumelow, Thomas. II. Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. III. Título.

UERN/BC

CDD 530

Diego Alves de Barros

Imagens Sub-Comprimento de Onda Usando Cristais Naturais

Dissertação apresentada à
Universidade do Estado do
Rio Grande do Norte como
um dos pré-requisitos para
obtenção d título de
MESTRE em **FÍSICA**

Aprovada em 17 / 03 / 2015

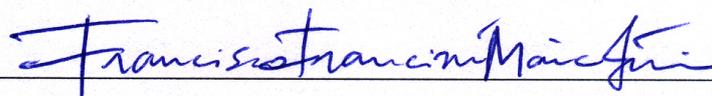
Banca Examinadora:

7.2

Prof. Dr. Thomas Dumelow
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte



Prof. Dr. José Alzamir Pereira da Costa
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte



Prof. Dr. Francisco Franciné Maia Júnior
Universidade Federal Rural do Semi-Árido

Para pessoas especiais

Meus Avós
Seu Duda
Dona Lourdes

Meus Pais
Seu Manoel
Dona Aurea

Meus Irmãos
Jackeline
Bruno

Minhas Tias
Dona Odália
Dona Neves
Dona Rosa

Meu Tio
Seu João de Barros

As Irmãs
Joana
Celina

Agradecimentos

- Primeiramente Ao Senhor **Jesus Cristo**, que tem estado ao meu lado todos os dias de minha vida.
- A minha querida mãe Dona Aurea, e ao meu querido pai Seu Manoel que tanto me apoiram para que eu pudesse chegar até aqui;
- Ao professor Dr. Thomas Dumelow pela ótima orientação no mestrado.
- Ao professor Dr. Nilson Sena de Almeida pelos conselhos dados durante o curso;
- Aos professores: Vamberto Dias, José Alzamir, Wilson Hugo, Francisco Augusto, Francisco Eduardo, Claudio Dantas, Alexandre Magno, Maxwell Diogenes Bandeira, Vaz Saraiva, Cícero Emerson, Raimundo de Sá Barreto, Tércio, Cavalcante, Cicera Josislane, Eulimar Tibúrcio, Adolfo Átila Cabral, Marcos, Eudes, Alexandre, Hermínio, Maria Cruz Vieira, Joelma Monteiro, Fátima Calor, Félix;
- Aos amigos do Centec: Fernanda Raquel, Marilânea, Nady, Jordânia, Raquel, Carlos Eduardo, Damião, Uedes, Petrônio Vieira, Samara Ferreira, Eveline Menezes, Sonara França, Adriana Oliveira, Joana Dávila Cruz, Wilker Halan, Vanya Soares, Sheila Belo, José Neto, Raimunda Alves, Vicente Meneses, Nadya Fernanda, Thayse Pontes, Mozaniel Oliveira, Mariana Rodrigues, Thayse Pontes;
- Aos amigos da URCA: Carlos Henrique, Ana Izabel, Helena Correia, Daniela Balbino, Dere Jonnes, Eronildo Lima, Adauto Andrade, Adriana Pinheiro, Rafael Bruno, Gislânio, Carlos, Lucas Almeida;
- Aos amigos da UERN: Mary Messias, Ana Clara, Débora Marcelino, João Batista, Daniel Nobre, Glauco Rocha, Djane Fernandes, Alaide Gois, Livia Rafaela Lemos, Gilmara Cely, Tiago Martins, Thiago Mendes;
- Aos amigos da UFPE: Allan Johnes, Angélica Oliveira, Lenin, Wilmer Cordoba, Luis Giraldo, Alejandro, Alverto, Lanny Rezende, Pablo Rafael, Mariah Chontaduro, Jeferson Sulense;
- Aos amigos: Elizabete Leite, Marcelo Marciano, Márcio, Erivaldo Barros, Eduardo Henrique Barros, Lindessi Barros, Ceíça Barros, Cicélia Oliveira, Dona Zefinha,

Vandim, Márcio Lima, Daniel Agostinho, Paulinho (João Paulo), João Carlos, Tigre (Thiago Leite), Pelé (Cicero Alexsandro), David Carlos, Jonas Harrison, André Aureliano, Adriano Aureliano, Luzimaro, Miguel da Silva Gomes, Carmem Gonçalves, Rafael França, Damiana Gomes, Jucilene Miguel, Romênia Pedrosa Silva, Eriadne Oliveira, Erisvaldo, Michael, Socrates Luís, Jacielly Matos, Roseane Alves Silva, Daniela Alves Silva, Antônio Michelâneo Alencar, Michael Alencar, Rodrigo Nascimento de Sousa, Gilmara Placido, Cicera Santos, Myrele Batista, Paulo Sérgio Lima, Fabinho dos Santos, Arthur Silva, Suzana Campos, Edivânia, Leandro Possidônio, Marlene, Ana Pontes, Cícero Ferreira, John Lennon, Diógenes Feitosa, Carlos Oêmio, Márcio Silva, Marcos André, Pezin (Marcos André), Aparecida Santos, Richardson Gonçalves, Solange Tavares, Damiana Alves, Matilde, Seu Geraldo, Seu Gerinaldo, Seu Aloízio, Dona Maria e Seu Raimundo, Seu Sérgio;

- A CAPES pelo apoio financeiro.

”A maravilhosa disposição e harmonia do universo só pode ter tido origem segundo o plano de um Ser que tudo sabe e tudo pode. Isso fica sendo a minha última e mais elevada descoberta.”

Sir. Isaac Newton

Resumo

Mostramos através de simulações numéricas, como cristais anisotrópicos naturais feitos de TGS (sulfato de triglicina) podem ampliar imagens subcomprimento de onda para o campo distante. Este fenômeno ocorre, devido a resposta do fônon na frequência TO (transversal óptica). Mostramos o fenômeno da canalização que acontece devido a certas condições impostas aos tensores de permissividade elétrica nos dois eixos x e z . Usamos dois prismas feitos de TGS, com a intenção de que o comprimento total dos feixes que atravessam estes prismas se tornem constantes. Nosso objeto são duas fendas fontes que emitem radiação na frequência do terahertz. Mostramos a relação que dá a dependência dos ângulos da estrutura dos dois prismas. Fizemos várias simulações para diferentes distância entre as fendas. E explicamos como ocorre a ampliação das imagens e como podem ser transmitidas para campo distante.

Palavras-chave: Dispersão Hiperbólica, Ampliação de Imagens, Cristais Anisotrópicos, Fônons.

Abstract

We show through numerical simulation how anisotropic crystals of TGS (triglycine sulfide) may enlarge subwavelength images in the far field. This phenomenon occurs due to the phonon response at the TO (transverse optical) phonon frequency. We show the phenomenon of canalization that occurs due to certain conditions imposed on the electric permittivity tensors in the two axes x and z . We use two TGS prisms such that the overall lengths of the beams that pass through these prisms are constant. Our object is a double slit which emits radiation at terahertz frequencies. We show the relationship between the angles in the two-prism structure. We perform various simulations for different slit spacing, and explain how enlargement of the image occurs, and how it can be transmitted into the far field.

Keywords: Hyperbolic Dispersion; Magnification Images; Anisotropic Crystals; Phonons Associations.

Sumário

Lista de Figuras	xii
1 Introdução	1
2 Interação da Luz Com A Matéria	3
2.1 Propagação da Luz	3
2.2 Fônons	6
2.3 Dois Átomos em Cada Célula Primitiva	8
2.4 Campo Local	9
2.5 Função dielétrica	10
3 Refração Negativa	12
3.1 Conceitos Básicos	12
3.2 Metamateriais com Índice de refração negativo	14
4 Refração Negativa em Meios Anisotrópicos	16
4.1 Interação da Radiação com o Material Anisotrópico	16
4.2 Construção de Estruturas formadas de Meios Hiperbólicos	20
5 Lentes planas	24
5.1 Lentes Planas Formadas por Meios Isotrópicos	24
5.2 Lentes Planas Formadas por Meios Anisotrópicos	25
5.3 Formação de Imagens Para Pequenos Ângulos de Incidência Em Uma Lente de Meio Hiperbólico	26
5.4 Formação de Imagens Sub-comprimento de Onda Por Canalização	29
6 Ampliação de Imagens	32
6.1 Hiperlentes	32
6.2 Prismas como Amplificadores	34
6.3 Compensação de Perdas em Lentes Primas	34
7 Resultados	37
7.1 Introdução	37

7.2	Refração em Cristais de TGS ao Redor das Frequências dos Fônons	37
7.3	Princípios Básicos no Uso da Resposta dos Fônons e Cristais Naturais para Ampliar Detalhes Sub-comprimento de Onda	40
7.4	Simulações Para o Cristal de TGS	44
7.5	Conclusões	46
8	Conclusões e Perspectivas	47
	Referências Bibliográficas	48

Lista de Figuras

2.1	<i>Onda eletromagnética propagando-se no vácuo. Onde \vec{E}, \vec{B} e λ são os campos elétricos, magnéticos e o comprimento de onda respectivamente.</i> . . .	5
2.2	<i>Plano de átomos em movimento longitudinal.</i>	6
2.3	<i>Plano de átomos em movimento transversal.</i>	6
2.4	<i>cadeia linear diatômica formada por $2N$ íons com massas M_1 e M_2 separadas pela distância a.</i>	9
2.5	<i>Polarização na matéria.</i>	10
3.1	<i>Desvio do raio de luz ao penetrar num meio com índice de refração positivo (a) e negativo (b).</i>	13
3.2	<i>Os vetores \vec{k} e \vec{S} da radiação no caso em que os materiais apresentam refração negativa.</i>	14
3.3	<i>Os elementos básicos dos metamateriais de Pendry e Smith. Os fios de metal (esquerda) geram a permissividade elétrica, e os anéis partidos – SRRs, a permeabilidade magnética. Adaptado de Pendry 2006 [1].</i>	14
3.4	<i>Metamateriais construídos com fios metálicos para produzir a resposta elétrica e SRRs para o efeito magnético.</i>	15
4.1	<i>Direções do vetor de onda e vetor de Poynting para polarização-p refratando na interface entre o ar e um meio uniaxial com $\varepsilon_{xx} = 1$ e $\varepsilon_{zz} = -1$.</i>	16
4.2	<i>Direções do vetor de onda e vetor de Poynting para polarização-p refratando na interface entre o vácuo e um meio uniaxial com $\varepsilon_{xx} > 0$ e $\varepsilon_{zz} < 0$ e o perfil do campo instantâneo por um feixe gaussiano.</i>	19
4.3	<i>Contornos de frequência constante de cada lado da interface para um valor de frequência única (para simplicidade, a curva k_{2z} negativo não é mostrada). O valor de k_x para $\theta_i = 30^\circ$ é mostradado como uma linha tracejada que une os dois contornos.</i>	20
4.4	<i>Estrutura de um cristal metamaterial em forma de multi-camadas.</i>	21
4.5	<i>Estrutura de um cristal metamaterial em forma de nanofios.</i>	21
4.6	<i>Valores de ε_{xx} e ε_{zz} de um cristal de quartzo na faixa de frequências de 400 cm^{-1} até 600 cm^{-1}.</i>	22

5.1	<i>Lentes esféricas convencionais.</i>	24
5.2	<i>Lente plana com índice de refração negativo. Adaptado de [Pendry 2006].</i>	25
5.3	<i>(a) Imagem de um ponto através de uma lâmina de índice $n = 2,3$; (b) imagem do mesmo ponto fornecida por uma lâmina de índice $n = -1$.</i>	25
5.4	<i>(a) Direções do vetores de onda veor de Poynting para polarização p um rao incidir obliquamente passando por um laje de material anisotrópico não magnetico. Neste exemplo, o ângulo de incidência é 30^0 e são os componentes do tensor dielétrica de laje $\epsilon_{xx} = 1$, $\epsilon_{zz} = -1$. (b) Perfis de campo mostram feixe e de frente de onda direções para um raio que passa através da laje.(c) Gráficos com valores de frequências iguais (curvas azul) nas três regiões, em conjunto com o vetor Poynting resultante nas direções normal às curvas.(d) diagrama de raio mostrando o caminho de vários raios que passam através da mesma laje . direções dos raios são aqueles do vector de Poynting.</i>	27
5.5	<i>(a) Caminho de um raio gerado no ponto fonte S passando através de uma lente plana de espessura d_2 (b) Raios da fonte S, focalizados no ponto L, onde os ângulos de incidência estão no intervalo $-10^\circ \leq \theta_i \leq 10^\circ$ (c) Raios focalizados dentro e fora do meio com ângulos variando de $-10^\circ \leq \theta_i \leq 10^\circ$.</i>	28
5.6	<i>Angulos maiores que 10°.</i>	29
5.7	<i>Visão não ampliada do objeto, vista pelo observador (microscópio) porém, sem distorções.</i>	30
5.8	<i>A imagem devido uma fonte de duas fendas na superfície de uma laje de quartzo, cujo eixo é extraordinária ao longo de x, na frequência $\omega_{T2,ord}$ (450 cm^{-1}). (a) Esquema mostrando a configuração geral. (b),(c) Simulação do perfil de intensidade, usando parâmetros (b) $a = 2.5 \mu\text{m}$, $d = 7 \mu\text{m}$ e (c) $a = 1.5 \mu\text{m}$, $d = 5 \mu\text{m}$. A laje de espessura l é $25 \mu\text{m}$ em cada um dos casos.</i>	31
6.1	<i>Hiperlente feita a partir de multicamadas de Ag/Al_2O_3 e Quartzo.</i>	33
6.2	<i>Vista de um plano oblíquo, para a estrutura em forma de prisma [10].</i>	34
6.3	<i>Esquema de OL (à esquerda) e lentes COL (à direita).</i>	35
6.4	<i>Relações entre todas os parâmetros da lente oblíqua e da lente oblíqua compensada. i_1 e i_2 são o plano do objeto e o plano da imagem respectivamente. O comprimento dos dois feixes traçados dentro do compensado são iguais.</i>	35
7.1	<i>Partes real (linha azul) e imaginária (linha vermelha), do componente $\epsilon_{\text{parallel}}$ do tensor dielétrico do TGS na faixa de frequências de 35cm^{-1} a 40cm^{-1}.</i>	39

- 7.2 *Simulação de intensidade do vetor de Poynting instantâneo de um feixe Gaussiano passando entre o vácuo e um cristal de TGS com ϵ_{\parallel} ao longo de z nas frequências: (a) $39,81 \text{ cm}^{-1}$; (b) $37,3 \text{ cm}^{-1}$; (c) $39,05 \text{ cm}^{-1}$. Todos os feixes incidentes formam um ângulo de 30° com a normal a superfície do cristal. 40*
- 7.3 *Simulação para mostrar o feixe Gaussiano passando do vácuo e um cristal de TGS com $\epsilon_{\text{parallel}}$ ao longo do eixo z na frequência TO para cinco ângulos de incidência diferentes: (a) $\theta_0 = 60^\circ$; (b) $\theta_0 = 30^\circ$; (c) $\theta_0 = 0$; (d) $\theta_0 = -30^\circ$; $\theta_0 = -60^\circ$ 41*
- 7.4 *(a) Formação de uma imagem em um cristal em forma de prisma com \parallel ao longo de x (b) Adição de um segundo prisma cujo \parallel fica ao longo de y 42*
- 7.5 *(a) Propagação da radiação emanada da fenda dupla na frequência TO de TGS; (b) Mesma propagação, porém com uma lente de TGS; (c) Substituição da lente plana por um prisma com o eixo C_2 ao longo de x ; (d) Configuração de dois prismas ampliando a imagem para campo distante na configuração da figura 7.4(b). A distância entre as fendas tem o mesmo tamanho $b = 0,1 \text{ mm}$ em todos os casos e mesma largura de fenda $a = 0,03$, e todos os raios incidem no cristal na direção perpendicular a superfície do mesmo. 45*
- 7.6 *Propagação da radiação eletromagnética em cristais de TGS compensados no formato de prisma, cujos parâmetros são: (a) $b = 0,04 \text{ mm}$, $\theta_1 = 83,5^\circ$; (b) $b = 0,06 \text{ mm}$, $\theta_1 = 80,3^\circ$; (c) $b = 0,08 \text{ mm}$, $\theta_1 = 77,2^\circ$; (d) $b = 0,1 \text{ mm}$ e $\theta_1 = 74,5^\circ$. Todos os raios incidiram com $\theta_0 = 0$ e todas as larguras da fenda são $a = 0,03 \text{ mm}$ 46*

Capítulo 1

Introdução

Neste trabalho analisaremos a ampliação de imagens por prismas compensados feitos a partir do TGS (sulfato de triglicina). A idéia básica é usar a dispersão hiperbólica em meios anisotrópicos, que acontece devido sua anisotropia. É interessante aqui ressaltar que a permeabilidade magnética e permissividade elétrica são os parâmetros responsáveis por esse tipo de propagação. No nosso trabalho a permeabilidade magnética será considerada isotrópica e constante com valor unitário. No caso de meios anisotrópicos esses parâmetros são representados por tensores, e em especial quando temos todos os valores diferentes das componentes do tensor na diagonal principal. Analisamos o que acontece na região em torno das frequências dos fônons. Neste caso temos uma dispersão hiperbólica da onda eletromagnética no meio.

Faremos simulações a baixas temperaturas em compensados de TGS, para mostrar a canalização que é quando todas as componentes do vetor de onda se propagam em uma mesma direção.

O trabalho está dividido da seguinte forma: No capítulo 2, analisaremos a interação da luz com a matéria, como descrevemos ondas eletromagnéticas em termos dos vetores de onda, as oscilações mecânicas quântizadas que chamamos de fônons, o campo local que é o campo que se forma devido a polarização causado por um campo externo que interage dentro de um meio, e ainda descrevemos a função dielétrica relacionanda aos fônons: Já no capítulos 3, falaremos sobre materiais que apresentam refração negativa em meios isotrópicos. Falaremos sobre os metamateriais que são materiais artificiais com células unitárias menores que o comprimento de onda. A idéia básica é termos um material que apresente permissividade elétrica e permeabilidade magnética com sinais negativos. Os metamateriais feitos com meios anisotrópicos são estudados no capítulo 4. Vamos introduzir a partir daí o formalismo matemático para analisarmos a refração negativa e dispersão hiperbólica nesses meios. No capítulo 5 estudaremos as lentes planas, mostrando como se forma a imagem tanto em meios isotrópicos como em meios anisotrópicos. Mostraremos também as lentes feitas de meios hiperbólicos e como um feixe de onda eletromagnética se propaga nesses meios. Mostraremos ainda algumas estruturas feitas de metamateriais multicamadas. Usaremos a lei de Snell para mostrar a relação

entre as distâncias de objeto e imagem (formada dentro da lente e fora da lente). Ainda neste capítulo aprenderemos o que é processo de canalização, que será a base de todo o nosso trabalho. No capítulo 6, estudaremos a ampliação de imagens usando tanto metamateriais com cristais naturais. Estudaremos a ampliação de imagens em estruturas com primas metal-dielétrico. Vamos mostrar no capítulo 7 todas as nossas simulações e fazer comparações entre elas, explicando o porque das ampliações também ocorrerem em cristais naturais que apresentam resposta a frequências dos fônons e em especial a frequência TO (transversal óptica). Além disso, vamos comparar frequências diferentes da frequência TO. Por fim no capítulo 8, concluímos o trabalho dando sugestões de futuras mudanças no que foi estudado com o intuito de melhorarmos ainda mais as pesquisas relacionadas a área de óptica.

Capítulo 2

Interação da Luz Com A Matéria

Neste capítulo vamos estudar como a luz interage com a matéria. Por enquanto essa interação será desenvolvida em meios isotrópicos, ou seja, meios que apresentam as respostas aos campos externos de forma que não dependam da direção de propagação. No capítulo 4 vamos considerar a interação da luz com meios anisotrópicos.

O primeiro passo é entender como são as equações que descrevem a propagação da luz no vácuo. Depois vamos entender o que acontece com a matéria na ausência de qualquer tipo de interação com campos externos. É nesse momento que vamos introduzir o conceito de fônons, essencial no estudo da física do estado sólido. Em seguida, será estudado o campo local, que é o campo dentro de um material dielétrico na presença de um campo elétrico externo. É muito importante ressaltar que nosso texto será desenvolvido de forma puramente clássica, ou seja, tanto a posição do íon como o campo eletromagnético serão consideradas variáveis clássicas.

2.1 Propagação da Luz

A equação que descreve a propagação das ondas eletromagnéticas vem das quatro famosas equações de Maxwell [2]. As equações são:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (2.4)$$

Vamos considerar um meio isotrópico e sem fontes, onde as densidades de carga e de correntes são nulas. Nesse caso podemos reescrever as equações da seguinte forma:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0, \quad (2.5)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.6)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.7)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (2.8)$$

Vamos aplicar o rotacional na equação (2.7) então, temos:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\nabla \times \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right). \quad (2.9)$$

Usando as identidades vetoriais e a equação para o campo magnético, temos:

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \vec{H}). \quad (2.10)$$

Como o divergente do campo é nulo e sabemos da eq.(2.8) a relação entre o campo \vec{H} e \vec{E} , logo:

$$\nabla^2 \vec{E} = \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (2.11)$$

que é a equação de onda como conhecemos. Consideramos soluções na forma de ondas planas senoidais, segundo a relação

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t - \delta)}, \quad (2.12)$$

que são ondas planas propagando-se. Poderíamos fazer os mesmos procedimentos para encontrar uma equação de onda eletromagnética para o campo magnético, porém nossa pesquisa é desenvolvida com materiais não magnéticos (que são os cristais naturais). Na fig. 2.1, podemos ver a propagação de uma onda eletromagnética. Podemos ver ainda, que o campo elétrico e o campo magnético estão em fase.

Vamos agora utilizar a solução que encontramos e representar as equações de Maxwell em termos do vetor de onda. Podemos reescrever a solução que encontramos e derivá-la com relação a posição e também com relação ao tempo, veja que:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)}. \quad (2.13)$$

Suas derivadas são:

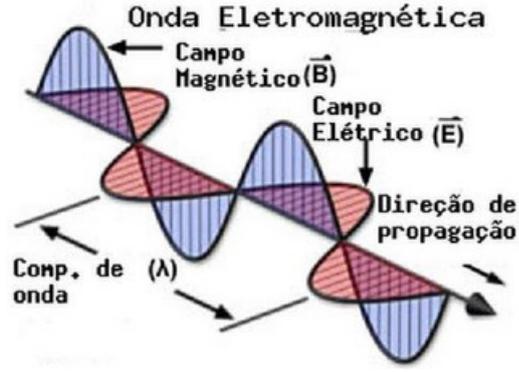


Figura 2.1: Onda eletromagnética propagando-se no vácuo. Onde \vec{E} , \vec{B} e λ são os campos elétricos, magnéticos e o comprimento de onda respectivamente.

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -i\omega \vec{E}, \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega. \quad (2.15)$$

As derivadas com relação a posição são:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} = ik_x \vec{E}, \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = +ik_x. \quad (2.17)$$

Analogamente para as derivas com relação a y e a z, veja as relações que podemos escrever, com o gradiente:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) = i(k_x, k_y, k_z). \quad (2.18)$$

Logo:

$$\nabla = i\vec{k}. \quad (2.19)$$

Vamos agora reescrever as equações de Maxwell [2] da seguinte forma:

$$\vec{k} \cdot (\varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}) = 0, \quad (2.20)$$

$$\vec{k} \cdot (\mu_0 \mu \vec{H}) = 0, \quad (2.21)$$

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (2.22)$$

$$\vec{k} \times \vec{H} = -\omega \epsilon_0 \epsilon \vec{E}. \quad (2.23)$$

Essas são as equações de Maxwell para as ondas planas senoidais, vamos usar muito elas durante o texto.

2.2 Fônons

Para entendermos como acontecem as interações da radiação eletromagnética com a matéria, precisamos saber o que acontece com os materiais antes de qualquer interação. É nesse sentido que aparecem os chamados fônons que são excitações elementares da matéria. Todos os átomos de um material estão em vibração em relação as posições de equilíbrio. Vamos usar aqui o modelo clássico [3], para expormos uma expressão para os modos de vibração dos átomos.

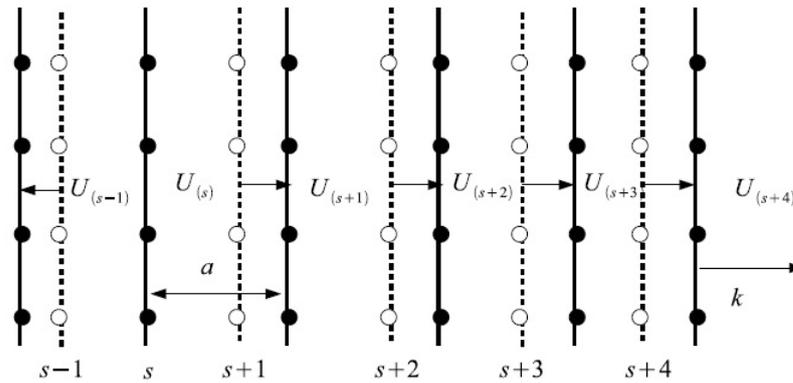


Figura 2.2: Plano de átomos em movimento longitudinal.

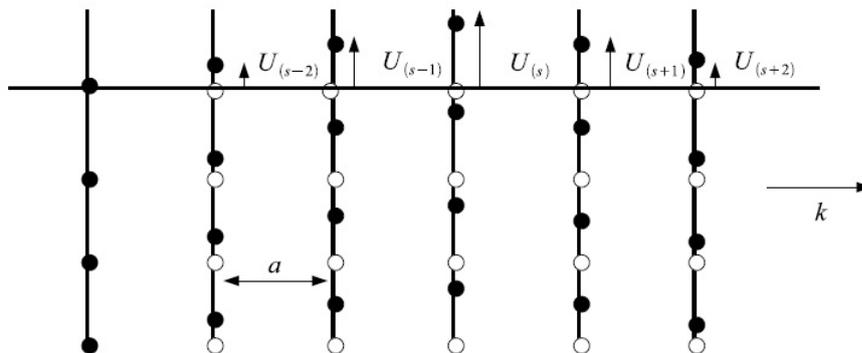


Figura 2.3: Plano de átomos em movimento transversal.

Os materiais cristalinos são formados por planos de átomos que oscilam em torno de suas posições de equilíbrio. Vamos usar a mecânica clássica para desenvolvermos uma equação que descreva como são as vibrações desses átomos. Essas vibrações podem ser

longitudinais ou transversais figuras (2.2) e (2.3). Vamos usar o modelo de um oscilador clássico. Sabemos que pela lei de Hooke, temos:

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{x}. \quad (2.24)$$

Para o nosso sistema

$$F_s = \sum_{p=1}^n C(U_{s+n} - U_s), \quad (2.25)$$

onde C é a constante elástica entre os átomos e U_{s+n} é a posição do n -ésimo átomo. Usando a segunda lei de Newton, temos:

$$M \frac{d^2 U_s}{dt^2} = \sum_{n=1}^n C(U_{s+n} - U_s), \quad (2.26)$$

onde M é a massa de um átomo que é constante. Para resolvermos a equação acima fazemos

$$U_s = A e^{-i\omega t}, \quad (2.27)$$

onde A representa a amplitude da onda.

Usando sua primeira e segunda derivadas e substituindo na equação (2.26), e ainda considerando os átomos mais próximos, temos:

$$-M\omega^2 U_n = C[U_{s+n} + U_{s-n} - 2U_s]. \quad (2.28)$$

A solução dessa equação em ondas progressivas é:

$$U_n = A e^{ikU} = A e^{inka}, \quad (2.29)$$

$$U_{s+n} = A e^{ikU_{s+n}} = A e^{iska} e^{ika}, \quad (2.30)$$

$$U_{s-n} = A e^{ikU_{s-n}} = A e^{iska} e^{-ika}, \quad (2.31)$$

onde a é a constante da rede. Substituindo as relações (2.29), (2.30) e (2.31) na equação (2.28), temos:

$$\omega^2 = \frac{2C}{M} [1 - \cos(ka)], \quad (2.32)$$

que é a relação de dispersão. Podemos encontrar os valores máximos da relação de dispersão usando sua derivada em relação a k , logo:

$$\frac{d\omega^2}{dk} = 0, \quad (2.33)$$

$$\frac{d}{dk}(\omega^2) = \frac{2Ca}{M} \text{sen}^2(ka) = 0. \quad (2.34)$$

Isso nos dá

$$ka = \pm p\pi, \quad (2.35)$$

o valor de $p = 1$ é

$$k = \pm \frac{\pi}{a}. \quad (2.36)$$

Esses valores de k são a primeira zona de Brillouin. Tudo que acontece em uma célula primitiva se repete da mesma forma como acontece nessa primeira zona, por isso, basta sabermos como são as interações nessa zona e podemos repetir o processo indefinidamente. Podemos ainda reescrever a equação usando as identidades trigonométricas temos:

$$\omega^2 = \frac{4C}{M} \text{sen}^2(ka/2), \quad (2.37)$$

isso nos dá

$$\omega = \sqrt{\frac{4C}{M}} |\text{sen}(ka/2)| \Rightarrow -\pi/a \leq k \leq \pi. \quad (2.38)$$

Os valores de k fora da primeira zona de Brillouin, reproduzem meramente os movimentos da rede, pelos valores dentro dos limites de πa .

2.3 Dois Átomos em Cada Célula Primitiva

Vamos escrever as equações para cada átomo de forma similar ao que fizemos com um átomo (ver fig.(2.4)), e resolvê-las, usando uma matriz, logo para o átomo 1, temos:

$$M_1 \frac{d^2 U_s}{dt^2} = C(V_s - U_s) + C(V_{s-1} - U_{s-1}) \Rightarrow M_1 \frac{d^2 U_s}{dt^2} = C(V_s - V_{s-1} - 2U_s), \quad (2.39)$$

onde V_s é o átomo em na posição s e V_{s-1} é seu vizinho mais próximo, e U_s é o átomo com massa M_1 em s . Aplicando o mesmo procedimento para o átomo 2, temos:

$$M_2 \frac{d^2 V_s}{dt^2} = C(U_{s+1} + U_s - 2V_s), \quad (2.40)$$

onde M_1 e M_2 são as respectivas massas dos átomos 1 e 2. Suas soluções são dadas por:

$$U_s = U e^{i(ska - \omega t)}; \quad V_s = V e^{i(ska - \omega t)}. \quad (2.41)$$

Usando somente a dependência temporal podemos escrever:

$$\begin{cases} -M_1\omega^2 U_s = C(V_s + V_{s-1} - 2U_s), & (i) \\ -M_2\omega^2 V_s = C(U_{s+1} + U_s - 2V_s). & (ii) \end{cases}$$

Podemos escrever as soluções (2.41) da seguinte forma:

$$U_{s+1} = U e^{i(s+1)ka} = U e^{iska} e^{ika}, \quad (2.42)$$

$$V_{s+1} = V e^{i(s-1)ka} = V e^{iska} e^{-ika}. \quad (iii) \quad (2.43)$$

Substituindo as equações (iii) em (i) e (ii), temos:

$$\begin{pmatrix} 2C - M_1\omega^2 & -C(1 + e^{-ika}) \\ -C(e^{ika} + 1) & 2C - M_2\omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} = 0$$

Para o $\det = 0$, teremos duas soluções, que são:

$$\omega^2 \cong 2C \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) \rightarrow \text{Ramo Óptico}, \quad (2.44)$$

$$\omega^2 \cong \frac{1}{2} \left(\frac{C}{M_1 + M_2} \right) k^2 a^2 \rightarrow \text{Ramo Acústico}. \quad (2.45)$$

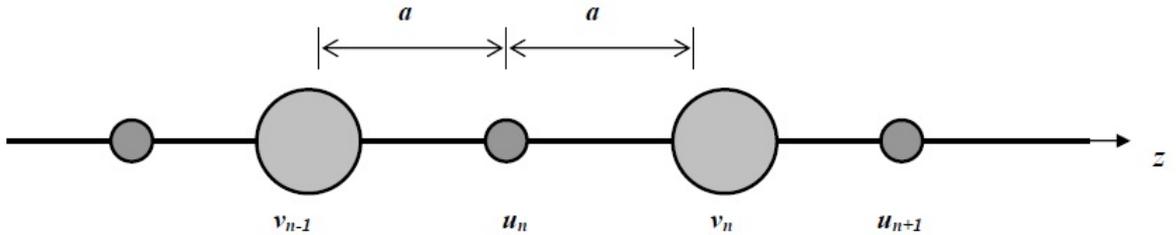


Figura 2.4: cadeia linear diatômica formada por $2N$ íons com massas M_1 e M_2 separadas pela distância a .

Podem existir ramos óptico transversais e longitudinais e ramos acústicos transversais e longitudinais.

2.4 Campo Local

Em meios não condutores é importante saber como é a forma do campo dentro do meio. Esse campo é diferente do campo externo e é chamado de campo local. Ele se forma devido a polarização do meio, quando um campo externo é aplicado. A figura 2.5 mostra a polarização dentro da matéria. Podemos encontrar o campo local da seguinte forma: imaginemos uma cavidade esférica no interior do dielétrico, e torno do átomo a

ser analisado. O dielétrico pode ser tratado como um contínuo e os demais átomos na cavidade, como dipólos individuais, logo nosso campo terá três contribuições:

- \vec{E} , campo macroscópico dentro do material;
- \vec{E}_{cav} , campo devido às cargas na superfície da cavidade
- \vec{E}_{dip} , campo devido aos dipolos no interior da cavidade

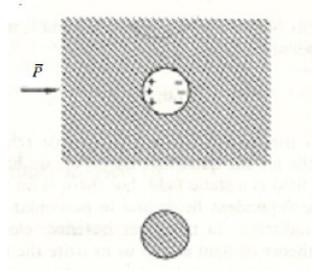


Figura 2.5: Polarização na matéria.

A contribuição E_{cav} , pode ser encontrada [4], e é devido a densidade de polarização na superfície esférica é:

$$\vec{E}_{cav} = \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}. \quad (2.46)$$

Para o caso de cristais cúbicos, gases ou líquidos, ocorre um cancelamento das contribuições de todos os dipólos, resultando em $E_{dip} = 0$. Neste caso o campo local é dado por:

$$\vec{E}_{loc} = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}. \quad (2.47)$$

2.5 Função dielétrica

A função dielétrica é a resposta do meio a aplicação de um campo elétrico externo, geralmente consideramos ela constante na escala da constante de rede. Porém quando a radiação eletromagnética interage com a matéria ocorre um fenômeno chamado de dispersão. Vimos a relação de dispersão para os fônons, encontraremos uma equação que descreve o comportamento da função dielétrica em meios materiais. Usamos no tratamento o modelo de Drude-Lorentz [4], que se baseia no tratamento de partículas carregadas, que constituem o material, como osciladores harmônicos clássicos ou como partículas livres.

A equação do movimento para um oscilador harmônico amortecido é:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{qE_{local}}{M}, \quad (2.48)$$

onde q e M são a carga e a massa reduzida do íon, γ é a constante de amortecimento e E_{loc} é o campo local que vimos na seção anterior. A frequência natural do oscilador é ω_0 e está relacionada com a constante da força por $m\omega_0^2 = C$. Para incluir as interações mútuas entre as partículas suporemos o campo local da seguinte forma (2.47) e escreveremos:

$$E_{loc} = \bar{E}_{loc} e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}. \quad (2.49)$$

Perceba que o comprimento de onda eletromagnética é muito maior do que o tamanho da região que a partícula se desloca, nesse caso podemos supor que $k = 0$, logo:

$$E_{loc} = \bar{E}_{loc} e^{-i\omega t}. \quad (2.50)$$

Podemos escrever o vetor polarização da seguinte forma:

$$\bar{x} = \frac{qE_{loc}/M}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}. \quad (2.51)$$

O momento de dipolo devido à carga q deslocada é qx , então

$$P = Nqx. \quad (2.52)$$

A permissividade elétrica resultante pode ser escrita na seguinte forma para o caso de cristais iônicos:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty \left(1 + \frac{\omega_L^2 - \omega_T^2}{\omega_T^2 \bar{u} - \omega^2 - i\omega\gamma} \right), \quad (2.53)$$

onde ω_L é a frequência longitudinal óptica e ω_T é a frequência transversal óptica e ϵ_∞ é a constante dielétrica para $\omega \rightarrow \infty$ e γ é a constante de amortecimento.

Quando a frequência for nula, temos:

$$\epsilon(0) = \epsilon_\infty \frac{\omega_L^2}{\omega_T^2}. \quad (2.54)$$

Essa relação é conhecida como relação de Lyddane-Sanchs - Teller.

Podemos escrever a equação da seguinte forma

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty \frac{\omega_L^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\omega\gamma}. \quad (2.55)$$

Quando existem várias ressonâncias pode ser escrita como

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty \prod_i \frac{\omega_{iL}^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_i}{\omega_{iT}^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_i}. \quad (2.56)$$

Capítulo 3

Refração Negativa

A refração negativa é um fenômeno de interesse em pesquisas na área de óptica tanto teórica como experimental. Suas aplicações vão desde super lentes (como microscópios ópticos com melhores resoluções) até capas de invisibilidade. Neste capítulo iremos estudar alguns conceitos básicos sobre a refração negativa além de comentarmos sobre que materiais apresentam tal fenômeno. O primeiro a sugerir materiais com índices de refração negativos foi um físico russo chamado V. Veselago [5]. Materiais feitos artificialmente com essa propriedade foram projetados por Pendry em 1999 [6], ou seja, no fim da década de noventa. Foi a partir daí que as pesquisas nessa área começaram a florescer. Hoje em dia sabemos que existem certos cristais naturais que em determinadas frequências apresentam tal fenômeno. Esses são os materiais de nosso interesse no trabalho.

3.1 Conceitos Básicos

Pelas equações de Maxwell do capítulo anterior podemos ver que o índice de refração de um meio isotrópico é determinado pelas constantes de permissividade elétrica ϵ e permeabilidade magnética μ dos meios materiais na seguinte relação:

$$n = \pm(\epsilon\mu)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.1)$$

Veja que para materiais com $\epsilon < 0$ e $\mu < 0$ temos índice de refração negativo. Nosso maior interesse é na interface entre um meio que apresente índice de refração positivo e outro que apresente índice de refração negativo. O raio fica em sentido oposto ao que deveria ser esperado por uma refração normal com dois meios com índices de refração positivos. A fig. 3.1(a) mostra refração positiva e a fig. 3.1(b) mostra o que acontece quando o feixe vai de um material com índice de refração positivo para um meio que apresenta refração negativa.

Como sabemos a lei de Snell é da seguinte forma:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2, \quad (3.2)$$

onde n_1 e n_2 são os respectivos índices de refração para o meio 1 e o meio 2, e θ_1 e θ_2 são

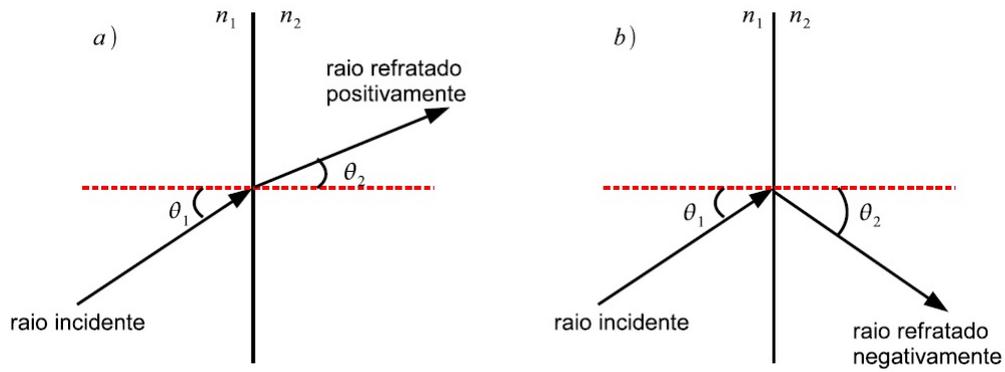


Figura 3.1: Desvio do raio de luz ao penetrar num meio com índice de refração positivo (a) e negativo (b).

os ângulos de incidência do feixe em relação a normal a superfície.

Para o caso da refração negativa podemos escrever a lei de Snell da seguinte forma

$$n_+ \sin \theta_+ = n_- \sin \theta_-, \quad (3.3)$$

onde os n_+ e θ_+ o índice de refração e o ângulo de incidência para o meio "normal" e n_- e θ_- para o meio com índice negativo.

A relação de dispersão informa como será a propagação da radiação em um meio. Para um meio isotrópico a relação é dada por

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} n^2, \quad (3.4)$$

onde ω é a frequência angular e c é a velocidade da luz no meio. Perceba que o índice de refração está elevado ao quadrado, por tanto, não importa se ele é positivo ou negativo. Nos capítulos posteriores vamos ver que essa relação muda para meios anisotrópicos porque teremos que representar as constantes de permissividade e permeabilidade como tensores. As frentes das ondas eletromagnéticas são caracterizadas pelo vetor de onda \vec{k} e o fluxo de energia pelo vetor de Poynting \vec{S} , o vetor de Poynting é dado por

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}. \quad (3.5)$$

Nos meios isotrópicos e com índices de refração positivos ambos os vetores \vec{k} e \vec{S} são paralelos, ou seja, as frentes das ondas estão na mesma direção e sentido do fluxo de energia, já para algum material com índice de refração negativo, como é o nosso caso para o meio 2, os vetores de onda e de Poynting estão antiparalelos como mostra a fig. 3.2, a direção do fluxo de radiação é direção do vetor \vec{S} .

Esses materiais com $\varepsilon < 0$ e $\mu < 0$ não ocorrem naturalmente na natureza. Esse foi um dos motivos que levaram a estagnação das pesquisas relacionadas a refração negativa.

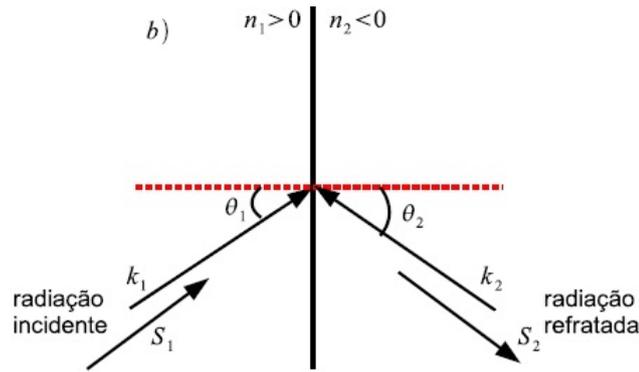


Figura 3.2: Os vetores \vec{k} e \vec{S} da radiação no caso em que os materiais apresentam refração negativa.

3.2 Metamateriais com Índice de refração negativo

Os materiais que apresentam refração negativa só foram produzidos em 2000 por Smith et al [7]. Eles não são encontrados na natureza de forma que foram chamados de metamateriais. Esses materiais exibem propriedades óticas não usuais onde sua característica principal é a seguinte: Com manipulações na permissividade elétrica e permeabilidade magnética os pesquisadores conseguem propriedades desejadas, como $\varepsilon < 0$ e $\mu < 0$.

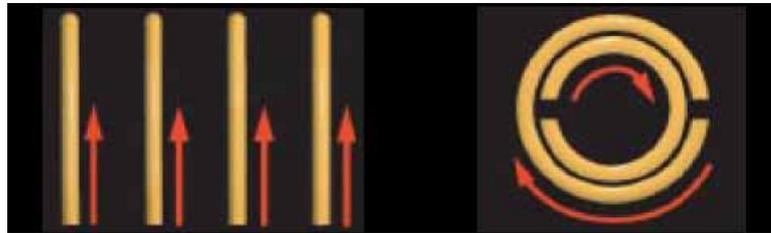


Figura 3.3: Os elementos básicos dos metamateriais de Pendry e Smith. Os fios de metal (esquerda) geram a permissividade elétrica, e os anéis partidos – SRRs, a permeabilidade magnética. Adaptado de Pendry 2006 [1].

A ideia básica é que esses metamateriais são estruturas formadas por arranjos periódicos de minúsculos circuitos elétricos. Os fios de metal vistos na fig. 3.3, geram a permissividade desejada e os anéis geram a permeabilidade desejada, os anéis são chamados de SRR (ressonadores de anéis abertos), inclusive com valores negativos. Quando uma onda com o comprimento de onda muito maior do que o tamanho dos circuitos interage com eles, a onda se comporta como se estivesse se propagando em um meio homogêneo.

Em 2000 um grupo de pesquisadores da UCSD conseguiu produzir dois metamateriais que estão mostrados na fig. 3.3. As células elementares medem 5 mm cada e contém um fio e um anél. Foram usadas microondas de comprimento de onda da ordem de alguns centímetros que são maiores do que o tamanho das células. Podemos ver fig. 3.4 metamateriais produzidos com fios metálicos.

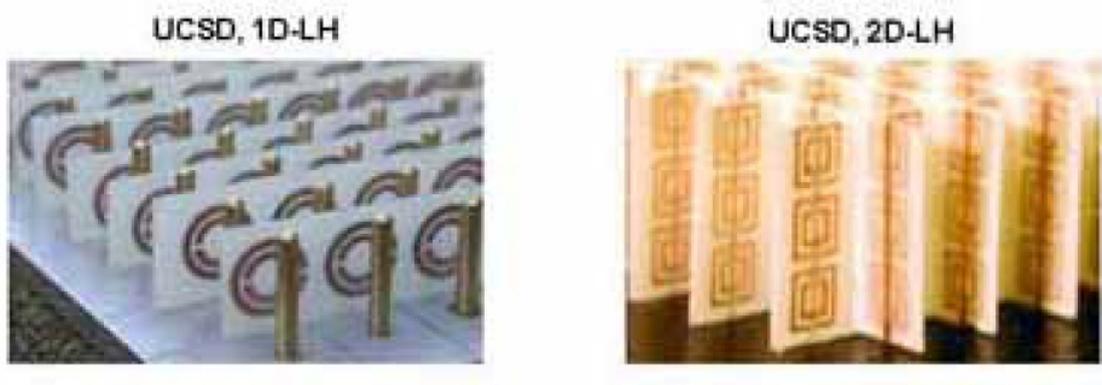


Figura 3.4: *Metamateriais construídos com fios metálicos para produzir a resposta elétrica e SRRs para o efeito magnético.*

Capítulo 4

Refração Negativa em Meios Anisotrópicos

Todo nosso desenvolvimento até agora foi baseado em materiais isotrópicos. Neste capítulo vamos estudar a refração negativa em meios anisotrópicos. Para termos uma ideia do fenômeno veja a fig. 4.1. Perceba que o vetor de Poynting e o fluxo de energia tem direções diferentes.

4.1 Interação da Radiação com o Material Anisotrópico

Quando aplicamos um campo eletromagnético em um meio isotrópico este se propaga da mesma forma em todas as direções, dizemos que por exemplo a constante de permissividade do meio é a mesma em todas as direções. No caso de um material que apresenta resposta diferente para diferentes direções, chamamos esse material de anisotrópico. Ao invés de definirmos as equações de Maxuall com as constantes ε e μ , nós definimos essas constantes como tensores, onde cada elemento do tensor representa uma direção e combinações entre duas direções [2]. No nosso modelo estamos considerando k no plano x - z . No sistema de coordenadas cartesiano temos

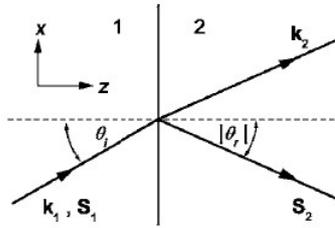


Figura 4.1: Direções do vetor de onda e vetor de Poynting para polarização-p refratando na interface entre o ar e um meio uniaxial com $\varepsilon_{xx} = 1$ e $\varepsilon_{zz} = -1$.

$$\varepsilon(\omega) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{zy} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

$$\mu(\omega) = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{zx} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{zy} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

As equações (4.1) e (4.2) são nossos parâmetros em meios anisotrópicos. Para simplificar consideramos os eixos principais do cristal, logo todos os elementos do tensor são nulos, menos os elementos da diagonal principal. Além disso para nossas simulações todas as componentes da diagonal principal da permeabilidade magnética tem valor unitário.

$$\varepsilon(\omega) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

$$\mu(\omega) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Quando o cristal é biaxial (terminologia usada na óptica), todas as componentes do tensor dielétrico ε_{xx} , ε_{yy} e ε_{zz} tem valores diferentes. Logo $\varepsilon_{xx} \neq \varepsilon_{yy} \neq \varepsilon_{zz}$.

Como mencionamos no capítulo 2, a relação de dispersão agora depende das direções em que vamos analisar os vetores de onda. Para encontrarmos as relações apropriadas vamos usar as equações de Maxwell que estudamos no capítulo 2. As equações para a propagação de ondas planas, são:

$$\vec{k} \cdot (\varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}) = 0, \quad (4.5)$$

$$\vec{k} \cdot (\mu \mu_0 \vec{H}) = 0, \quad (4.6)$$

$$\vec{k} \times \vec{H} = -\varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (4.7)$$

$$\vec{k} \times \vec{E} = -\mu \mu_0 \vec{H}. \quad (4.8)$$

Substituindo (4.8) em (4.7), temos

$$\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = -\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \omega^2 \vec{E} = -\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \vec{E}, \quad (4.9)$$

usando a relação: $\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = (\vec{k} \cdot \vec{E})\vec{k} - \vec{k}^2 \vec{E}$.

Encontramos

$$(\vec{k} \cdot \vec{E})\vec{k} - \vec{k}^2 \vec{E} = -\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \vec{E}. \quad (4.10)$$

Precisamos apenas substituir as direções que queremos agora. Basta apenas resolver a eq.(4.10). Poderemos encontrar a solução para as componente do vetor de onda

componente x:

$$(k_x E_x + k_z E_z)k_x - (k_x^2 + k_z^2)E_x + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{xx}E_x = 0, \quad (4.11)$$

componente y:

$$-(k_x^2 + k_z^2)E_y + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{yy}E_y = 0, \quad (4.12)$$

componente z:

$$(k_x E_x + k_z E_z)k_z - (k_x^2 + k_z^2)E_z + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{zz}E_z = 0. \quad (4.13)$$

Vamos agora analisar as equações:

a) Na equação (4.12), o campo elétrico está ao longo de y ($E \parallel y$), formando assim em sua solução uma onda ordinária(||) (polarização S).

b) As equações (4.11) e (4.13) mostram o campo elétrico com componentes ao longo de x (E_x) e z (E_z), formando também em sua solução uma onda extraordinária ($E \perp y$) (polarização P).

Assim geram duas relações de dispersão independentes. Para a polarização s, da eq.(4.12), temos

$$(k_z^2 + k_x^2) = k_0^2 \varepsilon_{yy}. \quad (4.14)$$

Das equações com polarização p, temos:

$$\frac{k_z^2}{\varepsilon_{xx}} + \frac{k_x^2}{\varepsilon_{zz}} = k_0^2, \quad (4.15)$$

onde ε_{xx} e ε_{zz} representam os principais componentes da função dielétrica do meio biaxial e $k_0 = \omega/c$.

Vamos agora considerar o comportamento de uma onda, passando entre o vácuo e um meio anisotrópico nas configurações mostradas na fig. 4.2. Lembremos que das condições de contorno temos k_x contínuo em ambos os lados. Pela fig. 4.2 podemos ver que k_x é dado por $k_x = k_0 \sin \theta_i$. As equações no vácuo, no meio para a polarização s e no meio para a polarização p são respectivamente:

$$k_{1z}^2 = k_0^2 - k_x^2, \quad (4.16)$$

$$k_{2z}^2 = k_0^2 \varepsilon_{yy} - k_x^2, \quad (4.17)$$

$$k_{2z}^2 = k_0^2 \varepsilon_{xx} - k_x^2 \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}}. \quad (4.18)$$

Sabemos que o fluxo de energia é dado pelo vetor de Poynting $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}^*$. Precisamos encontrar as raízes das equações acima. Sabemos que a raiz de k_{1z} é positiva, já que o

vetor está no vácuo, porém precisamos encontrar as raízes de k_{2z} . Lembremos ainda que o valor médio temporal do vetor de Poynting é dado por

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{S}). \quad (4.19)$$

Para a polarização s temos:

$$\langle \vec{S}_2 \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}\left(\frac{k_x^*}{\mu_0 \omega} |\vec{E}_y|^2, 0, \frac{k_{z2}^*}{\mu_0 \omega} |\vec{E}_y|^2\right), \quad (4.20)$$

em termos do componente diferente de zero E_y . Na polarização p, temos

$$\langle \vec{S}_2 \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}\left(\frac{k_x}{\varepsilon_0 \varepsilon_{zz}} |\vec{H}_y|^2, 0, \frac{k_{z2}}{\varepsilon_0 \omega \varepsilon_{xx}} |\vec{H}_y|^2\right). \quad (4.21)$$

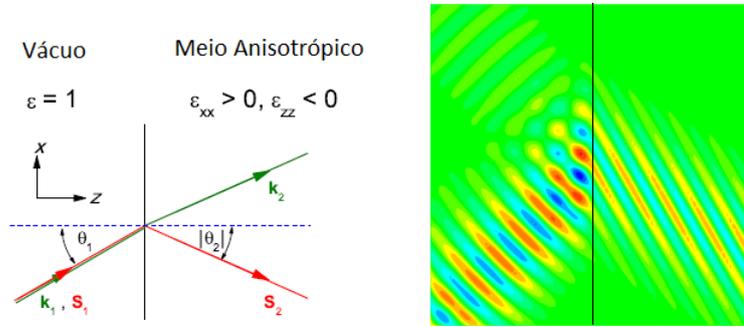


Figura 4.2: Direções do vetor de onda e vetor de Poynting para polarização-p refratando na interface entre o vácuo e um meio uniaxial com $\varepsilon_{xx} > 0$ e $\varepsilon_{zz} < 0$ e o perfil do campo instantâneo por um feixe gaussiano.

Perceba que o fluxo de energia é paralelo à parte real do vetor de onda, isso na polarização s, assim como no vácuo. Já $\text{Re}(k_{2z})$ é positivo ou nulo. O ângulo de refração θ_2 que dá a direção do fluxo de energia na polarização p é

$$\tan \theta_2 = \frac{\langle S_{2x} \rangle}{\langle S_{2z} \rangle} = \frac{\text{Re}(k_x / \varepsilon_{zz})}{\text{Re}(k_{2z} / \varepsilon_{xx})}. \quad (4.22)$$

Na ausência de absorção, k_{2z} é totalmente real ou totalmente imaginário. Veja que no primeiro caso a radiação se propaga dentro do meio e para a polarização p, temos o ângulo de refração dado por

$$\tan \theta_2 = \frac{k_z \varepsilon_{xx}}{k_{2z} \varepsilon_{zz}}. \quad (4.23)$$

Quando k_{2z} é imaginário não temos propagação dentro do meio e aparecem as ondas evanescentes e o fluxo de energia se propaga apenas na superfície.

Com $\varepsilon_{xx} > 0$ e $\varepsilon_{zz} < 0$ a equação (4.18) mostra que k_{2z} é sempre real, e da eq. 4.23 podemos ver que o ângulo de refração será negativo no caso de k_x positivo. A fig. 4.2, mostra a refração de um raio gaussiano em um meio anisotrópico onde o vetor de onda

\vec{k} e o vetor de Poynting \vec{S} tem direções diferentes. É importante lembrar que o vetor de onda dá a direção das frentes de onda, e o vetor de Poynting dá a direção do fluxo de energia.

Vamos agora analisar as equações (4.16) e (4.18) [8,9]. A primeira destas é a equação de uma circunferência de raio k_0 . Esta equação descreve como é que o fluxo de energia deve se propagar, no vácuo com $\varepsilon = 1$, nesse meio o fluxo de energia é paralelo ao vetor de onda. O fluxo de energia é sempre perpendicular a esses contornos de frequência constante. Perceba que para o meio dois, temos uma equação da hipérbole, o fluxo de energia já não terá a mesma direção que o vetor de onda, veja na fig. 4.3. Este tipo de material é chamado de meio hiperbólico, por causa da dispersão do vetor de onda.

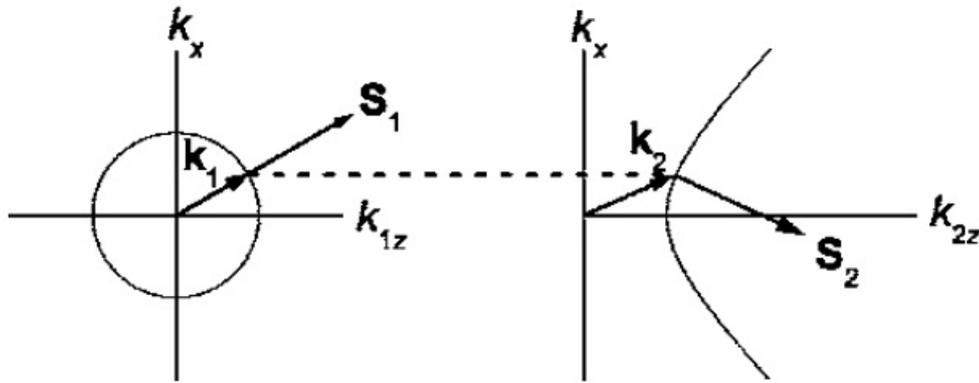


Figura 4.3: Contornos de frequência constante de cada lado da interface para um valor de frequência única (para simplicidade, a curva k_{2z} negativo não é mostrada). O valor de k_x para $\theta_i = 30^\circ$ é mostrada como uma linha tracejada que une os dois contornos.

4.2 Construção de Estruturas formadas de Meios Hiperbólicos

Existem várias formas para construir estruturas que apresentam dispersão hiperbólica. Um método é construir estruturas formadas de material metaldielétricos (metamateriais), como por exemplo: camadas de materiais metálicos e dielétricos, redes formadas de nanofios e etc. Alguns cristais naturais como o TGS e o quartz também apresentam dispersão hiperbólica para algumas frequências de ressonâncias dos fônons.

A primeiras estruturas pensadas foram multicamadas de materiais diferentes e que tem tensores dielétricos diferentes (falaremos sobre tensores dielétricos, mas tensores de permissividade magnéticos também podem ser parâmetro na estrutura multicamada).

A fig. 4.4, mostra a estrutura de um metamaterial [10], onde são feitas manipulações nas permissividades elétricas de cada camada. O objeto também é colocado bem próximo da estrutura multicamada e existe a propagação das ondas evanescentes dentro do meio. A imagem formada é quase sem distorção. A unidade básica destas estruturas é chamada de célula. Ela é formada por dois filmes muito finos que tem permissividades diferentes

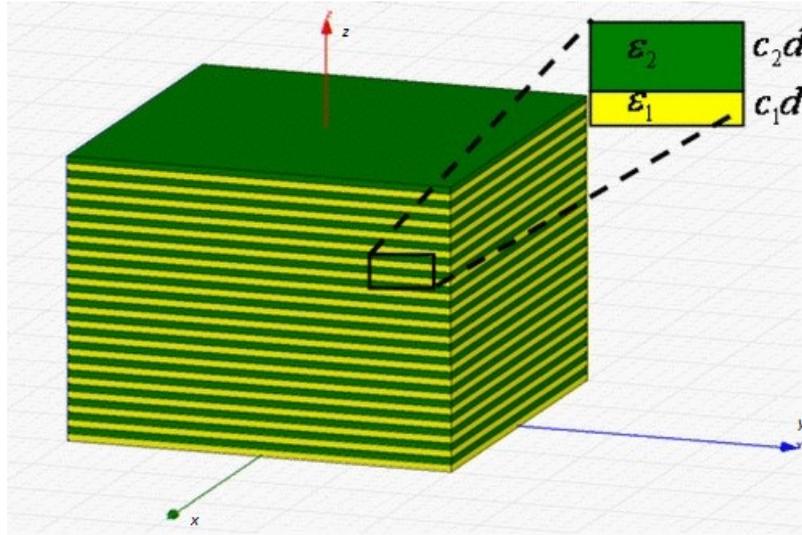


Figura 4.4: *Estrutura de um cristal metamaterial em forma de multi-camadas.*

ε_1 e ε_2 . A estrutura é anisotrópica, e a onda eletromagnética se propaga como se o meio fosse homogêneo, porque cada célula é muito pequena comparada ao comprimento de onda incidente. Podemos escrever as equações que relacionam os parâmetros da fig. 4.4 da seguinte forma:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\varepsilon_1 d_1 + \varepsilon_2 d_2}{d_1 + d_2} \quad (4.24)$$

$$\varepsilon_{zz}^{-1} = \frac{d_1/\varepsilon_1 + d_2/\varepsilon_2}{d_1 + d_2} \quad (4.25)$$

As redes de nanofios também são estruturas metaldielétricas que em determinadas faixas de frequências apresenta dispersão hiperbólica [11]. Elas são formadas por fios metálicos paralelos uns aos outros.

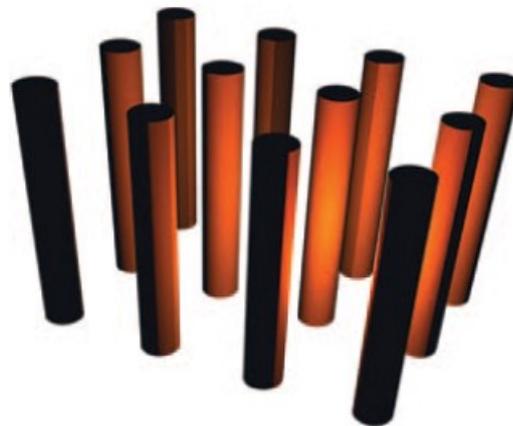


Figura 4.5: *Estrutura de um cristal metamaterial em forma de nanofios.*

O padrão técnico para fabricação dessas estruturas é a deposição de metal (ouro ou

prata) em poros. Na figura 4.5 é mostrado uma estrutura com nanofios. Assim como as multicamadas, os nanofios tem tamanho muito menor do que o comprimento de onda da radiação incidente o que faz com que a onda se comporte como se o meio fosse homogêneo.

Estruturas que também apresentam refração hiperbólica são os cristais naturais (em determinadas frequências). Em certas frequências eles apresentam essa propriedade. Geralmente as frequências que conseguem tornar a dispersão nesses meios hiperbólica são as frequências dos fônons, no trabalho acima mencionado foram usadas as frequências de ressonância dos fônons TO (transversais ópticos) e conseguiram resultados desejados.

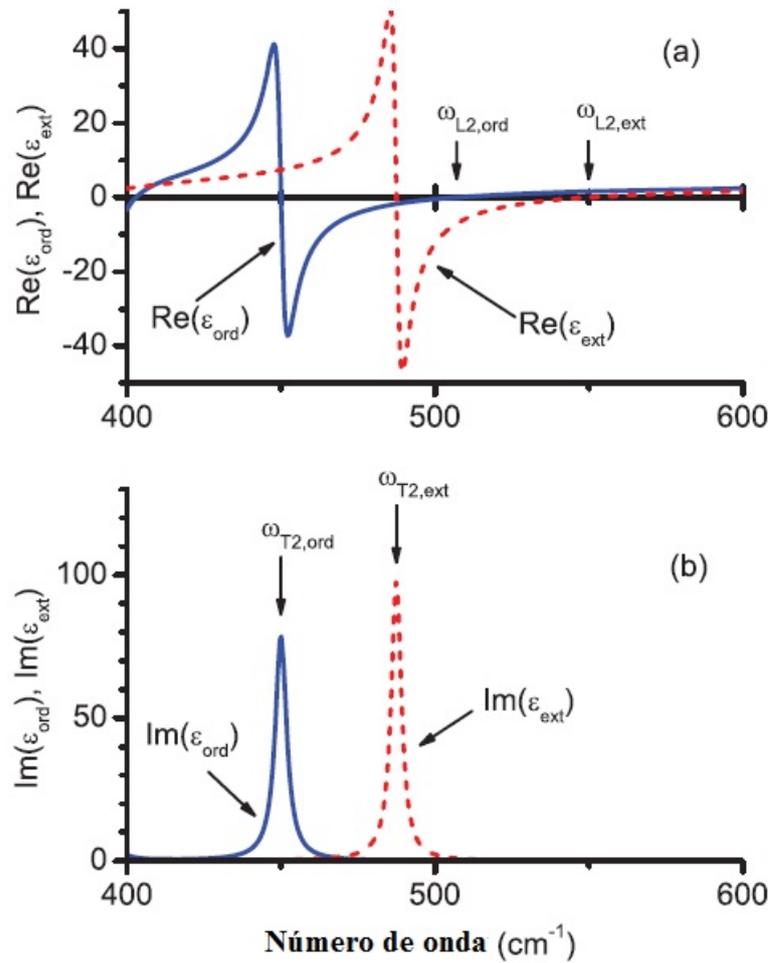


Figura 4.6: Valores de ϵ_{xx} e ϵ_{zz} de um cristal de quartzo na faixa de frequências de 400 cm^{-1} até 600 cm^{-1} .

Podemos escrever a equação 2.56 do tensor dielétrico para diferentes direções. Para esse exemplo da fig. 4.6: $\epsilon_{\text{ord}} = \epsilon_{xx}$ que é a componente do tensor ao longo do eixo x (nesse caso pode ser chamado de eixo ordinário), e $\epsilon_{\text{ext}} = \epsilon_{zz}$ que é a componente na direção de z (nesse caso esse eixo pode ser chamado de eixo extraordinário).

As grandezas referentes a figura 4.6 são: $\omega_{Tn,xx}$ e $\omega_{Tn,zz}$ são as frequências TO (transversais ópticos) dos fônons; $\omega_{Ln,xx}$ e $\omega_{Ln,zz}$ são as frequências LO (longitudinal ópticas) dos fônons; $\epsilon_{\infty,xx}$ e $\epsilon_{\infty,zz}$ são os tensores para altas frequências e as constantes relacionadas

ao amortecimento são $\gamma_{Tn,zz}$ e $\gamma_{Tn,xx}$ e $\gamma_{Ln,zz}$ e $\gamma_{Ln,xx}$ que estão ao redor das frequências dos fônons [12].

Na figura 4.6 mostramos os valores de ε_{xx} e ε_{zz} de um cristal de quartzo no intervalo de 400 cm^{-1} a 600 cm^{-1} . Todos os dados foram obtidos por Gervaiser Pirou.

A função dielétrica na região do fônons é complexa, mas podemos analisar apenas sua parte real, para sabermos como é o comportamento da refração em certas regiões. Na fig. 4.6(a), para o caso de um cristal de quartz temos: $Re(\varepsilon_{zz} < 0)$ e $Re(\varepsilon_{xx} > 0)$. A região de refração negativa dependerá da orientação do cristal. Vamos considerar que ε_{zz} seja normal a superfície do cristal. Neste caso, temos a condição para que ocorra refração negativa $Re(\varepsilon_{xx} > 0)$ e $Re(\varepsilon_{zz} < 0)$ que compreende os valores entre 507 cm^{-1} e 550 cm^{-1} .

Capítulo 5

Lentes planas

Em 1968 o físico russo V. G. Veselago [5] propôs a ideia de uma lente plana feita com material com índice de refração negativo. Em seu trabalho ele fez um estudo da eletrodinâmica para esses tipos de materiais, explicando como seria ter um material com tal índice de refração, como a radiação eletromagnética se comportaria e como seriam representados os tensores que caracterizam o meio. Na época um meio com ϵ e μ negativos, era apenas especulação. Em outubro do ano 2000, 32 anos depois o físico britânico [1] escreveu um paper que trata do mesmo assunto, explicando como se dá o coeficiente de transmissão e como calcular os vetores de onda k nesses materiais. A partir deste trabalho sabemos como funcionam as lentes planas, e que elas podem formar imagens além do limite de difração tradicional. Em princípio para focalizarmos imagens de um certo objeto em algum ponto, usamos lentes curvas, como exemplos: lentes concavas e lentes convexas. A fig. 5.1 mostra esses dois tipos de lentes.

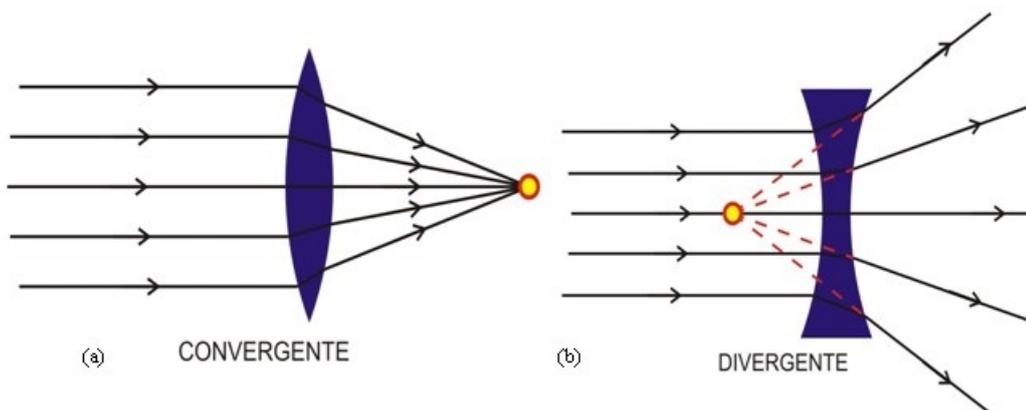


Figura 5.1: *Lentes esféricas convencionais.*

5.1 Lentes Planas Formadas por Meios Isotrópicos

Quando o meio no qual a radiação eletromagnética incide tem índice de refração negativo, podemos ter lentes sem necessariamente serem curvas. Podemos ver na fig. 5.2 que uma imagem real (o meio tem $n = -1$) é formada dentro do meio, e outra imagem também real é formada fora do mesmo. A fig. 5.3 mostra o que acontece com feixes

chegando em materiais que tem os índices de refração positivo e negativo respectivamente, observa-se que apenas o meio com índice negativo focaliza o feixe tanto em seu interior como fora dele. Em 1873 o físico alemão Ernst Karl Abbe propôs um limite para a difração. Ele afirmou que, mesmo com lentes perfeitas seria impossível que fossem formadas imagens com detalhes menores do que a metade do comprimento de onda da luz. Isso acontece porque os detalhes sub-comprimento de onda só aparecem nas ondas evanescentes, que decaem rapidamente. Pendry [1] em seu trabalho mostrou ser possível termos imagens formada com detalhes menores que o comprimento da radiação incidente, depois de ter analisado em detalhes o trabalho de Veselago. Comprovações experimentais como as de Anthony Grbie e George Eleftheriades [13] e outros, mostraram ser possível a formação de imagens abaixo do limite afirmado por Abbe. Como as imagens formadas pelas lentes planas superam esse limite, elas são chamadas de superlentes. Em um material com índice de refração negativo as ondas evanescentes são restauradas e formam as imagens sub-comprimento de onda.

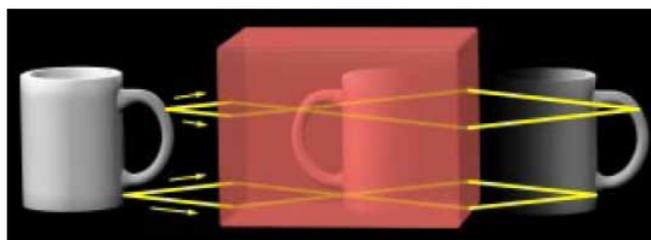


Figura 5.2: *Lente plana com índice de refração negativo. Adaptado de [Pendry 2006].*

A figura 5.3 ilustra a refração por placas de índice de refração positivo e negativo. Vemos na fig 5.3(b) que apenas a placa com refração negativa é capaz de focalizar a luz.

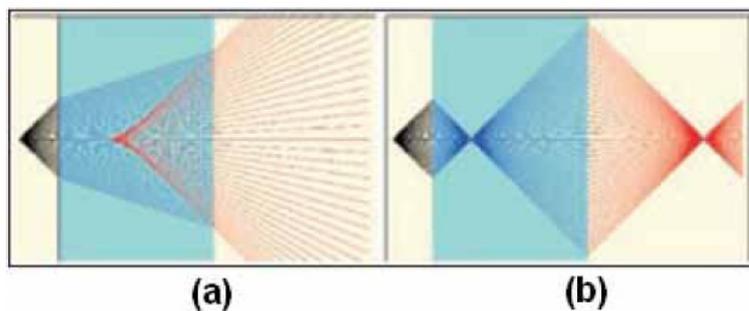


Figura 5.3: (a) *Imagem de um ponto através de uma lâmina de índice $n = 2,3$; (b) imagem do mesmo ponto fornecida por uma lâmina de índice $n = -1$.*

5.2 Lentes Planas Formadas por Meios Anisotrópicos

As lentes perfeitas sugeridas por Pendry, apresentam um desafio enorme a engenharia, devido ao alto grau de precisão das imagens. Para meios anisotrópicos simples, podemos [14] ter de certa forma bons resultados.

Já sabemos como se formam as imagens em lentes isotrópicas, agora vamos entender como é a formação de imagens em meios anisotrópicos. Devemos ter em mente que o comportamento de tais lentes deve ser similar ao estudado na seção anterior, além disso, vimos que o comportamento da componente do vetor de onda dentro deste meio apresenta dispersão hiperbólica. Na próxima seção vamos estudar a posição onde as imagens são formadas.

Uma forma de construção para este tipo de lente plana é ter a lente de um meio não magnético anisotrópico com dois componentes do tensor dielétrico com sinais opostos, no nosso caso $\varepsilon_{xx} > 0$ e $\varepsilon_{zz} < 0$. Esse tipo de lente é interessante porque induzem refração negativa em todos os ângulos de incidência como mostramos no capítulo anterior.

A fig. 5.4 mostra como é o traçado do feixe para tais meios. Perceba no item (b) da figura que as frentes de onda, determinadas pelo vetor de onda k_2 no meio 2, estão com uma direção diferente do vetor de Poynting. Lembremos que em meios isotrópicos com índice de refração negativo, os vetor \vec{k} e \vec{S} são antiparalelos. O item (a) da figura mostra um feixe de luz que incide numa interface entre um meio 1 no qual o índice de refração é positivo e um meio 2 com dispersão hiperbólica. Em 1 (vácuo) vemos ambos os vetores \vec{k} e \vec{S} na mesma direção e sentido, já a radiação no meio 2 tem os vetores mencionados com direções diferentes. O item (c) mostra o comportamento desses dois vetores que são governados pelas equações (4.16)(4.17) e (4.18). O item (d) mostra a formação da imagem dentro e fora do meio. Perceba que existem aberrações que estão associadas a ângulos de incidência maiores (quando a imagem está mais afastada por exemplo), pois raios não ficam focalizados em um ponto comum. Assim a imagem não é perfeita. Também as ondas evanescentes não são restauradas neste tipo de lente, que neste caso não pode ser chamada de "superlente".

5.3 Formação de Imagens Para Pequenos Ângulos de Incidência Em Uma Lente de Meio Hiperbólico

Vamos agora analisar em que posição deve se formar a imagem dentro e fora do meio [14].

Tendo em mente que o meio 1 é o vácuo e usando a lei de Snell, temos:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = n_{eff}, \quad (5.1)$$

onde θ_i e θ_r são os respectivos ângulos de incidência e ângulo de refração e n_{eff} representa o índice de refração efetivo do meio. Combinando as equações (4.18) e (4.23), e considerando o meio sem absorção temos:

$$\sin^2 \theta_r = \frac{\varepsilon_{xx} \sin^2 \theta_i}{\varepsilon_{zz}^2 + \sin^2 \theta_i (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{zz})}. \quad (5.2)$$

A equação acima é uma equação não linear. Podemos simplificá-la considerando o

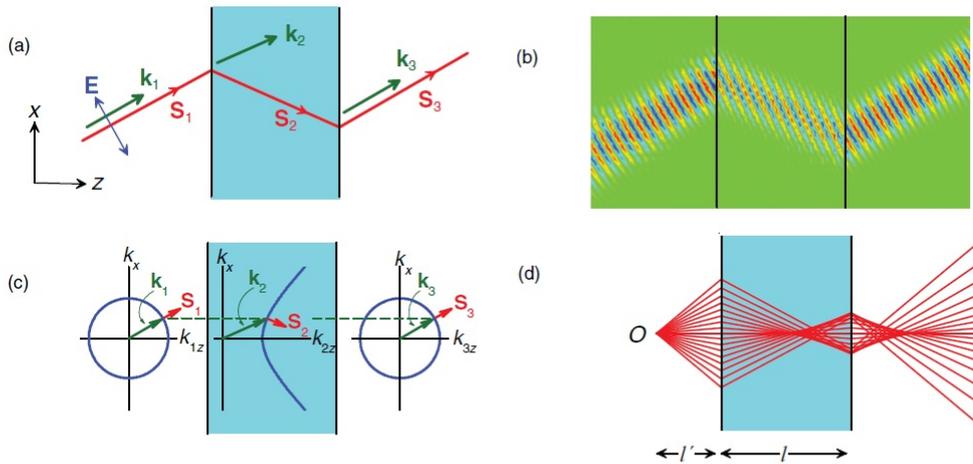


Figura 5.4: (a) Direções dos vetores de onda veor de Poynting para polarização p um rão incidir obliquamente passando por um laje de material anisotrópico não magnetico. Neste exemplo, o ângulo de incidência é 30° e são os componentes do tensor dielétrica de laje $\epsilon_{xx} = 1$, $\epsilon_{zz} = -1$. (b) Perfis de campo mostram feixe e de frente de onda direções para um rão que passa através da laje. (c) Gráficos com valores de frequências iguais (curvas azul) nas três regiões, em conjunto com o vetor Poynting resultante nas direções normal às curvas. (d) diagrama de rão mostrando o caminho de vários raios que passam através da mesma laje. direções dos raios são aqueles do vector de Poynting.

limite de pequenos ângulos $\sin^2 \theta \ll 1$. A equação (5.2) se reduz

$$\frac{\sin^2 \theta_i}{\sin^2 \theta_r} = \frac{\epsilon_{zz}^2}{\epsilon_{xx}}. \quad (5.3)$$

Podemos reescrever a eq.(5.3), logo

$$n_{eff} = \frac{\epsilon_{zz}}{\epsilon_{xx}^{1/2}}. \quad (5.4)$$

Perceba que para o caso de termos $\epsilon_{xx} = 1$ e $\epsilon_{zz} = -1$, temos tanto o índice de refração efetivo negativo, como também o ângulo de refração, ou seja, $n_{eff} = -1$, $\theta_r = -\theta_i$, como pode ser visto na fig. 5.5

Agora que já entendemos as relações entre os ângulos e que para melhores resoluções de imagens precisamos de raios com ângulos de incidência pequenos, vamos calcular onde as imagens são formadas. Da fig. 5.5 podemos encontrar a seguinte relação para a primeira interface (lembramos que $\sin \theta_i \approx \theta_i$)

$$n_{eff} = \frac{\theta_i}{\theta_r} = \frac{h/d_1}{-h_1/L} = -L/d_1. \quad (5.5)$$

Usando o mesmo raciocínio na segunda interface, temos:

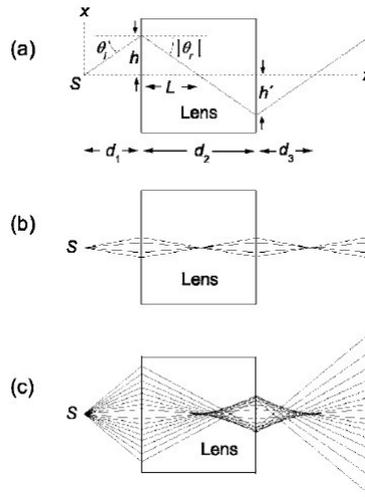


Figura 5.5: (a) Caminho de um raio gerado no ponto fonte S passando através de uma lente plana de espessura d_2 (b) Raios da fonte S , focalizados no ponto L , onde os ângulos de incidência estão no intervalo $-10^\circ \leq \theta_i \leq 10^\circ$ (c) Raios focalizados dentro e fora do meio com ângulos variando de $-10^\circ \leq \theta_i \leq 10^\circ$.

$$n_{eff} = \frac{h'/d_3}{-h'/(d_2 - L)} = -\frac{d_2 - L}{d_3}. \quad (5.6)$$

Reescrevendo a eq.(5.5), temos

$$L = -n_{eff}d_1. \quad (5.7)$$

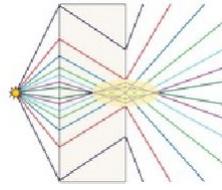
Podemos substituir a eq.(5.7) na eq.(5.6), então

$$d_1 + \frac{d_2}{n_{eff}} + d_3 = 0. \quad (5.8)$$

Essa é a equação que relaciona as distâncias do ponto objeto d_1 , a espessura de lente d_2 e o ponto imagem externo ao meio. Perceba que a eq.(5.8) não depende do ângulo de incidência.

Perceba portanto que a solução física para (d_3 positivo), segundo a eq.(5.8) é $d_2 > |n_{eff}|d_1$. Veja que na eq.(5.7) temos o ponto onde a imagem será formada (L). Veja que na fig. 5.5(b) temos um traçado dos raios para ângulos pequenos aproximadamente 10° .

Veja nas fig. 5.5(c) e fig. 6.2, como a aberração aumenta quando traçamos os raios para ângulos de incidência maiores que 10° . Existem raios que nem mesmo interceptam o eixo z . Eles apenas sofrem refração negativa e depois sofrem um desvio na segunda interface.

Figura 5.6: Ângulos maiores que 10° .

5.4 Formação de Imagens Sub-comprimento de Onda Por Canalização

Vimos na sec.(5.1) que os detalhes sub-comprimentos de onda estão presentes nas ondas evanescentes. Essas ondas por sua vez, decaem muito rapidamente (exponencialmente). Uma maneira de minimizar esse decaimento é colocarmos nosso objeto o mais próximo possível da lente feita de meio hiperbólico. No nosso trabalho nós consideramos que o objeto está na própria fenda, ou seja, a onda eletromagnética do objeto é automaticamente propagada para o meio. Nesse caso as ondas evanescentes ao invés de decaírem (como quando o objeto está a uma certa distância), elas são ondas propagantes dentro do meio, e são elas que dão detalhes na imagem que são subcomprimento de ondas [10, 15].

Para conseguirmos ótimas imagens, a componente k_x deverá ter campos em fase e com a mesma perda relativa de amplitude. Perceba que procuramos uma condição em que a dependência na mudança de fase seja pequena em relação a k_x . Sendo a lente espessa o suficiente, a mudança de fase entre objeto e imagem, será a partir da transmissão dentro da lente e dependerá da parte real da componente k_{zz} . Veja da eq.(4.18) que na condição de $Re(\varepsilon_{xx} \geq 0)$, $1/\varepsilon_{zz} \rightarrow 0$, dá a $Re(k_{zz})$ a independência em relação a k_x , ou seja, todas as componentes do vetor de onda transmitem dentro da lente com a mesma fase. A condição $\varepsilon_{xx} = 0$ e $\varepsilon_{zz} \neq 0$ induz a canalização.

No caso de um meio feito de um número finito de camadas, onde a última camada representa o plano externo à estrutura, um microscópio será colocado no plano de saída. Com a condição de que $\varepsilon_{xx} \rightarrow 0$ e sem perdas do material, teremos a imagem sem distorções no plano de saída da estrutura, ou seja, todas as componentes paralelas irão ser transmitidas através da lente. Como mostramos a fig. 5.7.

Perceba ainda que na fig. 5.7, temos uma cópia perfeita da imagem do objeto porém, sem ampliação. No próximo capítulo vamos mostrar algumas maneiras encontradas de ampliar a imagem vista pelo observador, como deixar o plano de saída oblíquo, os compensados oblíquos que são colocados com eixos de tensores invertidos e os compensados de cristais (também com eixos invertidos).

A fig. 5.8 mostra simulações de imagem no regime subcomprimento de onda [12]. Vemos uma lente de quartz apresentando a canalização das ondas eletromagnéticas, observando que a condição $\varepsilon_{zz} \rightarrow 0$ pode acontecer na frequência do fônon TO polarizado ao longo de z . Considerando uma fonte de duas fendas em que o campo magnético do feixe incidente

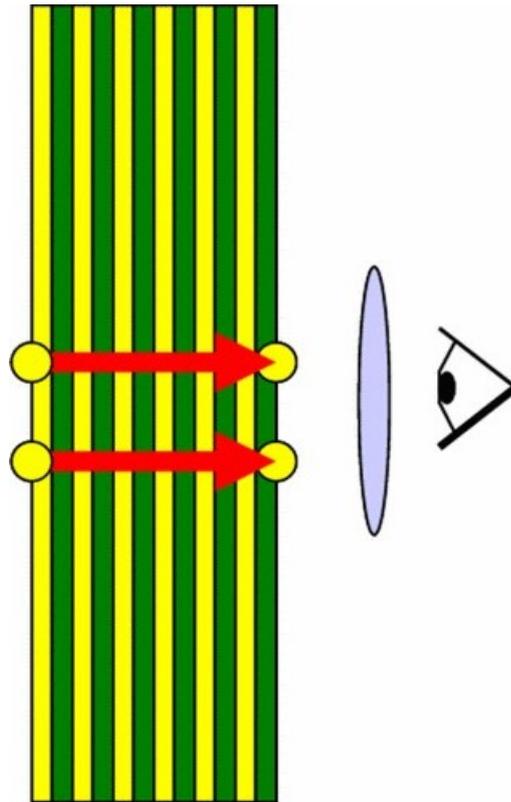


Figura 5.7: *Visão não ampliada do objeto, vista pelo observador (microscópio) porém, sem distorções.*

é constante em toda a largura da fenda. As fig. 5.8.(b)(c), mostram distribuições de intensidade no caso em que a lente mede $25 \mu m$ de espessura. A separação mostrada na fig. 5.8(b) é de $7 \mu m$ o que representa $(0,32 \lambda)$ e a largura das fendas foi de $a = 2,5 \mu m$ $(0,11 \lambda)$. Quando a separação d foi reduzida para $d = 5 \mu m$ nesse caso $(0,23\lambda)$, é observado que as imagens foram mais bem resolvidas no caso em que as larguras das fendas também são reduzidas. Na fig. 5.8.(c), temos uma redução da separação das fendas e da largura de cada uma, resultando em pouca radiação dentro da lente. Em todos os casos temos algumas perdas devido a absorção.

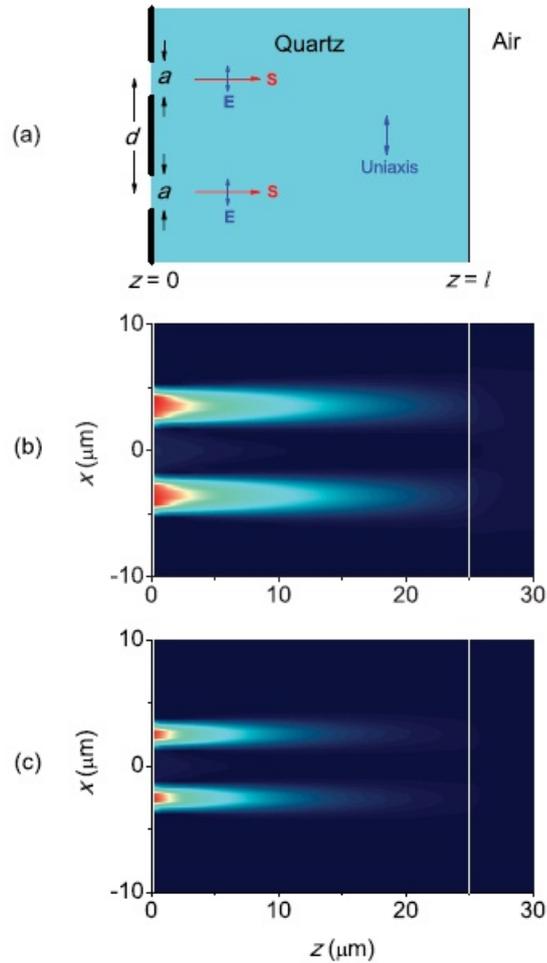


Figura 5.8: A imagem devido uma fonte de duas fendas na superfície de uma laje de quartzo, cujo eixo é extraordinária ao longo de x , na frequência $\omega_{T2,ord}$ (450 cm^{-1}). (a) Esquema mostrando a configuração geral. (b),(c) Simulação do perfil de intensidade, usando parâmetros (b) $a = 2.5 \mu\text{m}$, $d = 7 \mu\text{m}$ e (c) $a = 1.5 \mu\text{m}$, $d = 5 \mu\text{m}$. A laje de espessura l é $25 \mu\text{m}$ em cada um dos casos.

Capítulo 6

Ampliação de Imagens em Lentes Baseadas em Meios Hiperbólicos

Em anos recentes, o interesse em materiais produzidos artificialmente (nesse caso, os metamateriais) tem aumentado. O controle das propriedades elétricas e magnéticas dos materiais é de interesse na comunidade científica, porque os cientistas podem manipular a propagação das ondas eletromagnéticas nesses meios. Uma das grandes vantagens em se trabalhar com metamateriais é que podemos ter imagens ampliadas de objetos, mesmo que a largura das fendas tenha dimensões menores do que o limite de difração. Neste capítulo vamos analisar algumas estruturas que são capazes de ampliar as imagens de objetos colocados próximos a lente.

Como já foi mencionado no capítulo 3, a dispersão dentro do material que apresenta uma ou mais componentes do tensor dielétrico com valores diferentes ao longo do eixo principal é hiperbólica. Vamos nesta seção estudar as diferentes formas de ampliação de imagens subcomprimento de ondas. Os pesquisadores estão tentando ampliar as imagens sub-comprimento de onda de diversas formas, entre elas podemos destacar: metamateriais com formas variadas, indo desde objetos esféricos até cilíndricos, prismas também feitos a partir de metamaterias, lentes feitas com cristais naturais, compensação de perdas por lentes em forma de prismas (tanto fietas de metamateriais como de cristais naturais).

6.1 Hiperlentes

Metamateriais como já foi estudado, são estruturas que exibem propriedades ópticas não usuais. A ampliação de imagens sub-comprimento de onda são feitas a partir da manipulação dos tensores de permissividade elétrica ϵ e permeabilidade magnética μ [11].

Quando colocamos os objetos muito próximos a lente, percebemos a formação de imagens dentro e fora dela, como estudamos anteriormente. Como a imagem tem detalhes melhores do que o limite de difração damos o nome a essas lentes de hiperlentes. Tais lentes são baseadas em meios com dispersão hiperbólica devido aos altos valores das componentes do tensor permissividade. Naturalmente, quando colocamos o ponto fonte próximo da lente, as ondas evanescentes emitidas (que tem grandes valores dos vetores

de onda no plano), podem excitar modos de propagação na lente, na qual transferem a informação do campo próximo para o outro lado da interface. O uso de tal procedimento tem sido realizado por vários pesquisadores [16]. As ondas que se propagam na lente podem facilmente ser interpretadas por dispositivos óticos, e podemos fazer as análises óticas do objeto no interior do material.

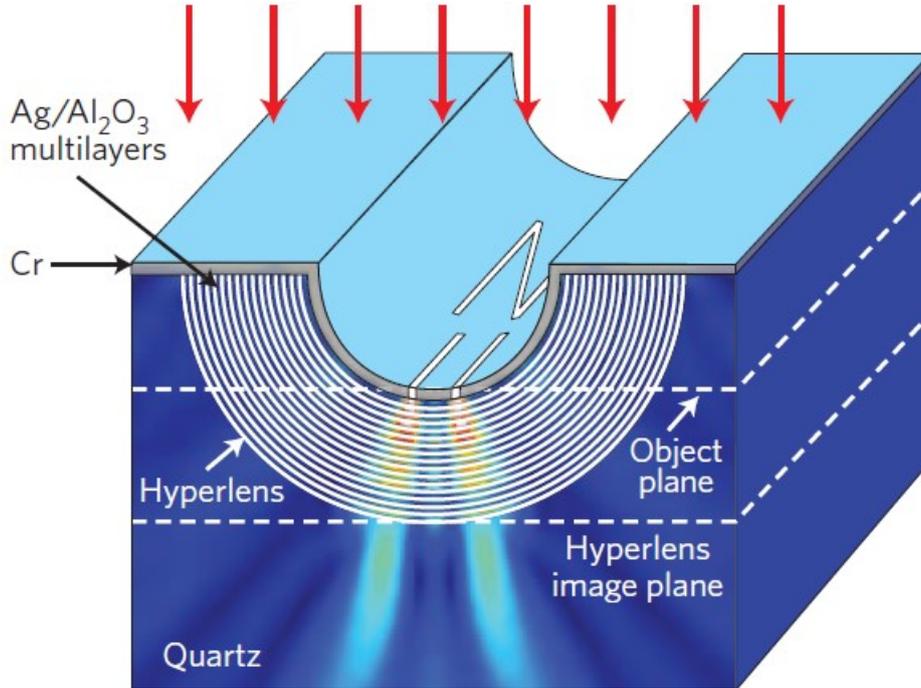


Figura 6.1: Hiperlente feita a partir de multicamadas de Ag/Al_2O_3 e Quartzo.

A fig. 6.1 mostra uma hiperlente feita a partir de multicamadas de Ag/Al_2O_3 . Como podemos ver a onda eletromagnética é ampliada ao passar pela multicamada. Veja que a onda após passar pela multicamada, atravessa uma lente plana feita a partir do quartz (no trabalho [12], podemos ver que para determinadas frequências, temos o quartz também sendo um meio hiperbólico).

O princípio operacional das hiperlentes é que sua estrutura tem simetria cilíndrica e expande o campo elétrico que à atravessa, como uma série de ondas com momento angular fixo. Como a lei de conservação do momento angular impõe que o valor de $L = k_x r$ o vetor de onda deve aumentar com decréscimo do raio r (r^{-1}). Isto implica que k_z será imaginário para pequenos valores de r . Portanto em um meio hiperbólico a equação de dispersão é dada por:

$$\frac{k_r^2}{\varepsilon_\theta} - \frac{k_\theta^2}{\varepsilon_r} = \frac{\omega^2}{c^2}, (\varepsilon_r < 0, \varepsilon_\theta > 0). \quad (6.1)$$

Veja que para alguns valores do vetor de onda k_θ a componente k_r será real. Ondas evanescentes com grandes momentos angulares são irradiadas para dentro da lente. Essas ondas carregam a informação sobre o objeto (a forma cilíndrica amplia as ondas), e as

ondas atravessando o material hiperbólico levam essa informação para um ponto afastado do objeto. Projetando este ampliado e com detalhes subcomprimento de onda.

6.2 Prismas como Amplificadores

Uma estrutura mais simples para se conseguir as imagens sub-comprimento de onda, é feita em forma de prisma, onde o plano de saída será, o plano lateral a estrutura, como mostra a figura a seguir

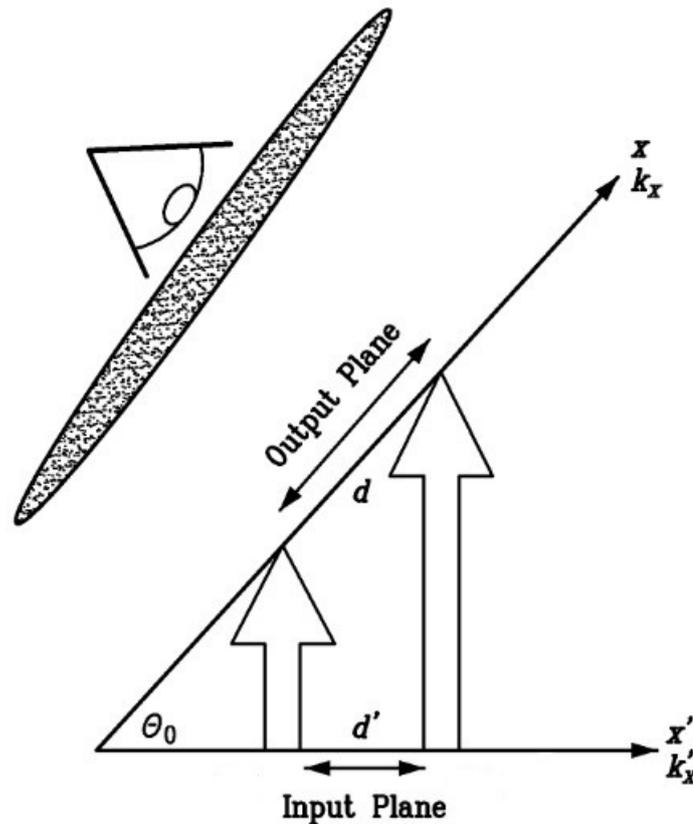


Figura 6.2: Vista de um plano oblíquo, para a estrutura em forma de prisma [10].

Veja que o plano de saída agora é um plano oblíquo, como mostra a fig. 6.2. Neste caso a distância entre as fendas é d' e d é a distância entre os feixes quando estes estão saindo da estrutura. Podemos relacionar as distâncias considerando o ângulo θ , logo

$$d = d' / \cos\theta_0. \quad (6.2)$$

Desde que $\cos(\theta_0) < 1$, as fontes secundárias que são geradas no plano de saída, podem ser suficientes para que o microscópio analise as ampliações na imagem do objeto.

6.3 Compensação de Perdas em Lentes Primas

Veja que na seção anterior, mostramos a ampliação da imagem subcomprimento de onda devido a uma estrutura feita de metamateriais em forma de prisma. Mesmo com a

ampliação da imagem o feixe que tem maior comprimento sofre mais perdas que o feixe que tem menor comprimento [11,17], ver fig. 6.3. Nesta seção iremos ver como podemos ter ambos as saídas com a mesma amplitude. Isto se deve ao acréscimo de um material com as mesmas características do primeiro, só que com a direção dos eixos (eixos do cristal), invertidos. E com a compensação de todos os caminhos óticos dos diferentes feixes. A diferença entre os caminhos óticos, leva a diferentes perdas.

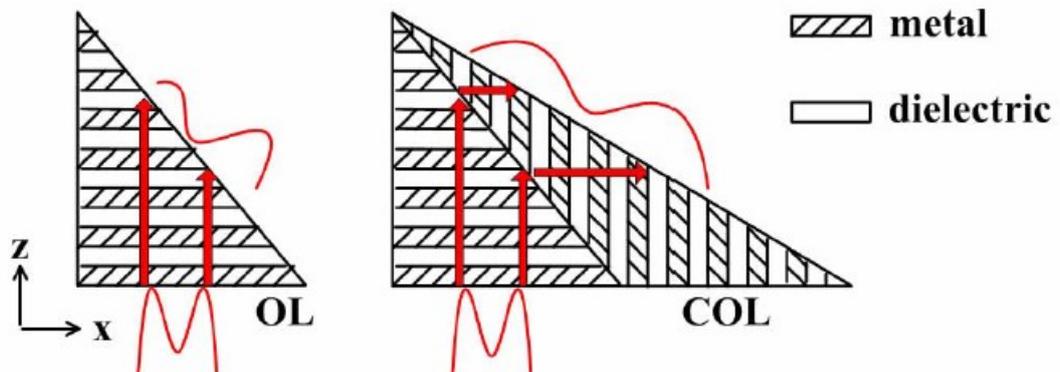


Figura 6.3: Esquema de OL (à esquerda) e lentes COL (à direita).

Na figura acima, vemos que a lente oblíqua compensada restaura a amplitude do feixe no plano de saída da estrutura. As abreviações OL e COL significam; lente oblíqua e lente oblíqua compensada, respectivamente.

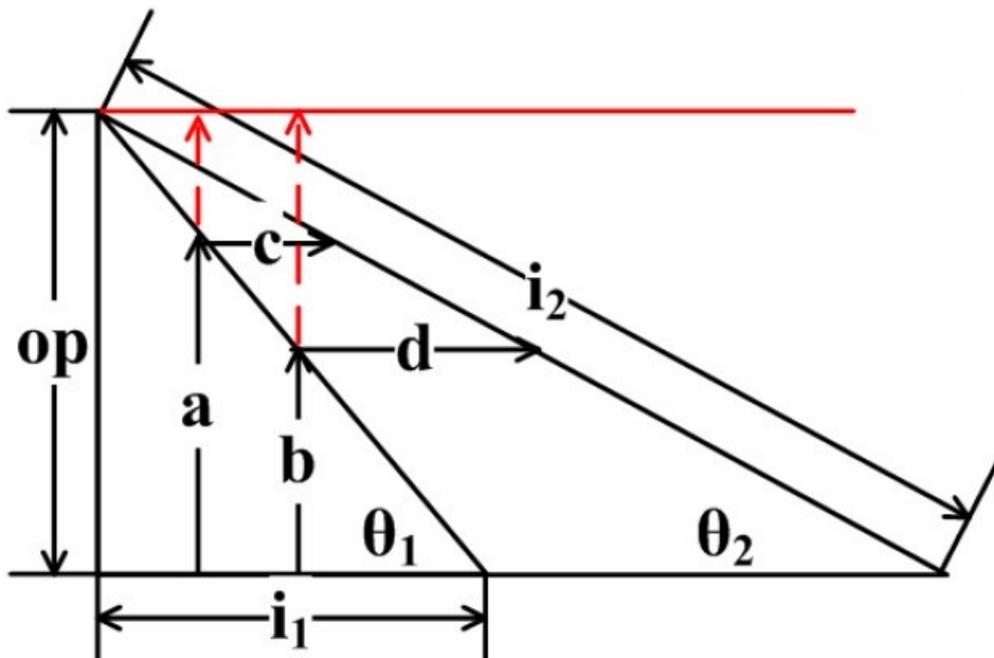


Figura 6.4: Relações entre todas os parâmetros da lente oblíqua e da lente oblíqua compensada. i_1 e i_2 são o plano do objeto e o plano da imagem respectivamente. O comprimento dos dois feixes traçados dentro do compensado são iguais.

Podemos ver na fig.6.4, como estão relacionados os comprimentos de cada lado dos

triângulos e seus ângulos. Perceba que temos uma relação simples para os comprimentos do feixes no material

$$a + c = b + d. \quad (6.3)$$

A relação entre os ângulos θ_1 e θ_2 é dada por:

$$\tan \theta_1 = \frac{\tan \theta_2}{1 - \tan \theta_2}. \quad (6.4)$$

A eq.(6.4), pode ser derivada de simples manipulações trigonométricas. Bom percebemos claramente que a estrutura compensada mostrada na fig.6.3, tem perdas iguais em ambos os feixes que à atravessam, compensando de fato alguma imagem que seria formada com diferentes tamanhos dos comprimentos do feixe.

Capítulo 7

Resultados

7.1 Introdução

Em nosso trabalho consideramos cristais anisotrópicos como amplificadores de imagens a partir da canalização. Nossas simulações são feitas com cristais de TGS (sulfato de triglicina), ao redor da frequência de ressonância que fica na região do infravermelho distante [18]. A algum tempo os pesquisadores já usam o TGS por apresentar tanto refração negativa como dispersão hiperbólica [19]. A refração negativa ocorre nesses cristais de TGS devido a sua anisotropia, e tais cristais também devem apresentar o fenômeno de canalização.

Investigamos a interação da radiação infravermelha com esses cristais. Veremos que com compensados oblíquos de cristais de TGS, nós temos a ampliação das imagens. Com base em nossas simulações investigaremos como acontece a canalização nas lentes oblíquas.

A estrutura deste capítulo é a seguinte: Na segunda seção discutimos como é a refração no cristal de TGS. Mostramos algumas simulações com três frequências inclusive a frequência TO (transversal óptica dos fônons), na qual trabalhamos. Também fazemos simulações na frequência de TO, e mostramos para vários ângulos de incidência que para quaisquer ângulos a energia se propagam na direção de \parallel , devido a canalização. Na terceira seção expomos a teoria de canalização em prismas na frequência de TO. Na quarta seção mostramos alguns detalhes de nossas simulações que foram feitas no software Comsol Multiphysics 4.4, e na última seção apresentamos uma conclusão sobre nossos resultados.

7.2 Refração em Cristais de TGS ao Redor das Frequências dos Fônons

Para termos refração negativa ($\varepsilon_{xx} > 0$ e $\varepsilon_{zz} < 0$) e no caso de canalização ($\varepsilon_{xx} > 0$ e $|\varepsilon_{zz}| \rightarrow \infty$), em que esses dois casos ocorrem ao redor da frequência dos fônons, é necessário ter os tensores de permissividade elétrica com diferentes valores. Podemos fazer uso da resposta fônons em cristais anisotrópicos [14, 18, 20–22]. Vamos analisar o caso em que temos um cristal biaxial.

No nosso caso todas as componentes do tensores de permissividade elétrica são dife-

rentes nas três direções ($\varepsilon_{xx} \neq \varepsilon_{yy} \neq \varepsilon_{zz}$). Entretanto, estamos trabalhando somente em um plano, então, temos somente duas das componentes principais do tensor dielétrico. Por conveniência, em vez de escrever estes componentes em termos dos eixos globais x y e z , escrevemos em termos dos eixos locais \parallel e \perp do cristal. Podemos adaptar a eq.(2.56) na forma

$$\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_{\infty,\perp} \prod_n \frac{\omega_{Ln,\perp}^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_{Ln,\perp}}{\omega_{Tn,\perp}^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_{Tn,\perp}}, \quad (7.1)$$

$$\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_{\infty,\parallel} \prod_n \frac{\omega_{Ln,\parallel}^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_{Ln,\parallel}}{\omega_{Tn,\parallel}^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_{Tn,\parallel}}. \quad (7.2)$$

As grandezas $\omega_{Tn,\perp}$ e $\omega_{Tn,\parallel}$ são as frequências TO (transversais ópticos) dos fônons; $\omega_{Ln,\perp}$ e $\omega_{Ln,\parallel}$ são as frequências LO (longitudinal ópticas) dos fônons; $\varepsilon_{\infty,\perp}$ e $\varepsilon_{\infty,\parallel}$ são os tensores para altas frequências e as constantes relacionadas ao amortecimento são $\gamma_{Tn,\parallel}$ e $\gamma_{Tn,\perp}$ e $\gamma_{Ln,\parallel}$ e $\gamma_{Ln,\perp}$ que estão ao redor das frequências dos fônons.

A polarização dos fônons é inerentemente diferente para ambas as direções (tanto ao longo de \perp , como ao longo de \parallel). Os componentes dos tensores nessas direções também serão diferentes. Na prática as ressonâncias de maiores intensidades são as que realmente são úteis para a análise do fenômeno.

Neste capítulo consideramos a resposta de cristais de TGS em baixa temperatura (5K) [23]. Nosso eixo \perp é o eixo x do cristal e o eixo \parallel é o eixo C_2 . Consideramos frequências na faixa de 35 cm^{-1} a 40 cm^{-1} . Nesta faixa, somente um fônons, polarizado ao longo do eixo \parallel , contribui ao tensor. O valor de ε_{\perp} é considerado constante, igual a 3,65. As partes real e imaginária de ε_{\parallel} são mostradas na fig. 7.1.

Vamos considerar que o cristal está posicionado de modo que ε_{\parallel} normal a superfície do cristal e ε_{\perp} esteja paralelo a superfície do mesmo. Assim $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{\perp}$ e $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{\parallel}$ [16].

Podemos representar o feixe incidente como uma série de ondas planas através da transformada de Fourier, logo:

$$H_y = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(k_x) e^{i(k_x x + k_{1z} z)} dk_x. \quad (7.3)$$

Essa é a equação para um feixe gaussiano finito. Nossa modelagem se baseia nesse tipo de feixe que atravessa o nosso sistema de duas lentes oblíquas simples

No caso de um feixe Gaussiano, $\psi(k_x)$ pode ser escrito [2, 24]

$$\psi(k_x) = -\frac{g}{2 \cos \theta_0 \sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{g^2 (k_x - k_0 \sin \theta_0)^2}{4 \cos^2 \theta_0} \right], \quad (7.4)$$

onde θ_0 representa o ângulo de incidência, e $2g$ a largura do feixe. Assumimos que todos os componentes dos feixes gaussiano estão propagando no ar (isto é, k_{1z} é real) sem absorção, [25] que torna os limites da integral de Fourier na Eq. (7.3) para o intervalo

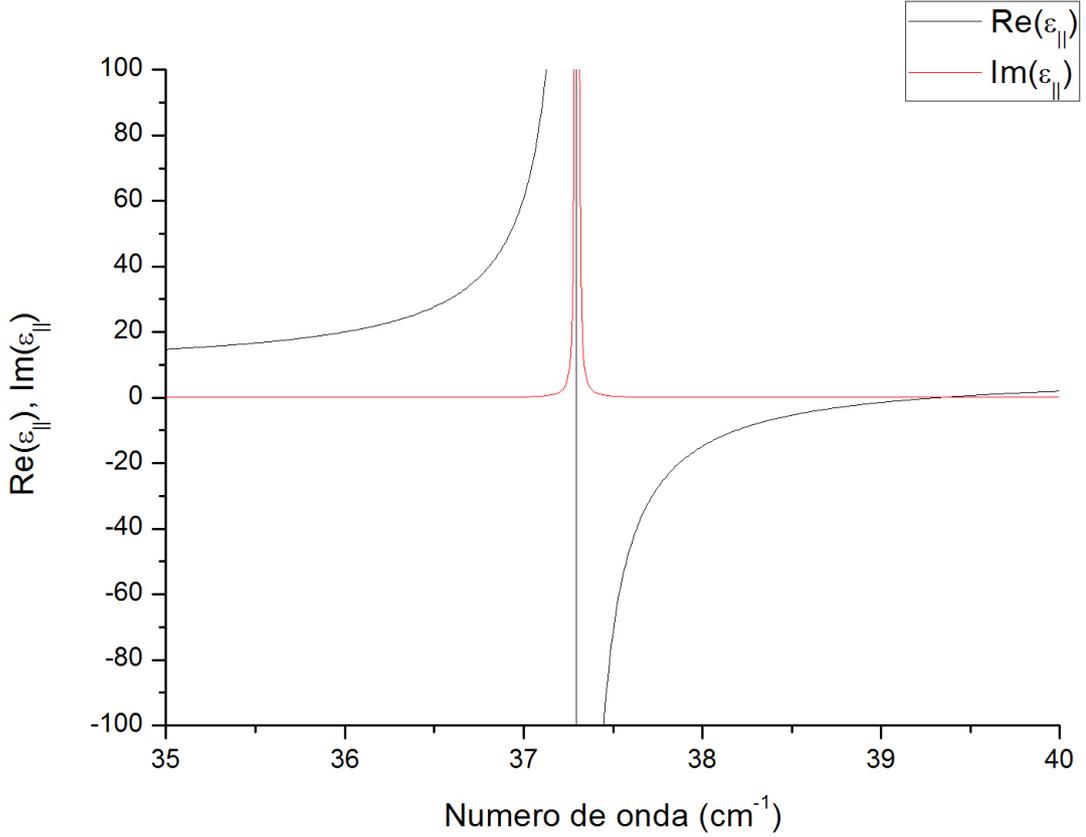


Figura 7.1: Partes real (linha azul) e imaginária (linha vermelha), do componente $\varepsilon_{\text{parallel}}$ do tensor dielétrico do TGS na faixa de frequências de 35cm^{-1} a 40cm^{-1} .

$$-k_0 \leq k_x \leq k_0.$$

A fig. 7.2 mostra simulações feitas em um cristal de TGS, para mostrar como é a propagação do feixe incidente para diferentes frequências. A fig. 7.2(a) existe refração positiva como podemos ver, nesse caso: $\varepsilon_{zz} > 0$ e $\varepsilon_{xx} > 0$. A fig. 7.2(b) Mostra como se propaga a onda incidente para uma frequência de TO. Neste caso, o raio dentro do cristal se propaga perpendicularmente a superfície. Analisaremos esse caso com mais detalhes na próxima figura. Por fim a fig. 7.2(c) mostra refração negativa devido a um dos seus tensores do eixo principal, esta com sinal oposto ao outro $\varepsilon_{zz} < 0$ e $\varepsilon_{xx} > 0$.

Na fig. 7.3, temos uma simulação feita com todos os feixes incidentes na frequência TO. Perceba que todos os raios dentro do TGS se propagam na direção paralela ao eixo z . Como mencionamos anteriormente todas as componentes se propagam na mesma direção. Essa é a condição $\varepsilon_{xx} > 0$ e $1/\varepsilon_{zz} \rightarrow 0$, que é a condição para canalização. Assim podemos ver que canalização ocorre para todos os valores de k_x , na faixa $-k_0 < k_x < k_0$. Na verdade esperamos, que este fenômeno ocorra também fora desta faixa, e usamos este princípio na consideração de formação de imagens com detalhes subcomprimento de onda na próxima seção.

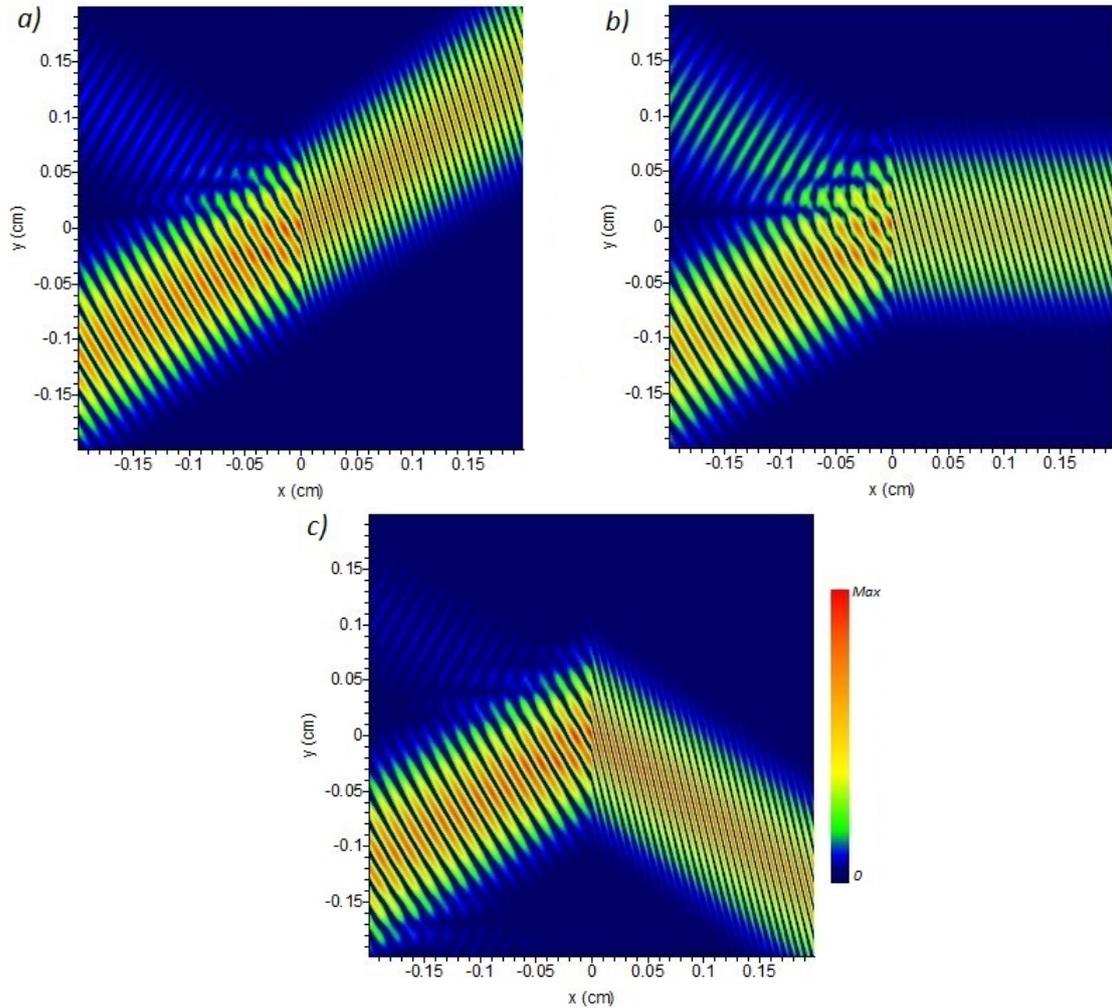


Figura 7.2: Simulação de intensidade do vetor de Poynting instantâneo de um feixe Gaussiano passando entre o vácuo e um cristal de TGS com ε_{\parallel} ao longo de z nas frequências: (a) $39,81 \text{ cm}^{-1}$; (b) $37,3 \text{ cm}^{-1}$; (c) $39,05 \text{ cm}^{-1}$. Todos os feixe incidentes formam um ângulo de 30° com a normal a superfície do cristal.

7.3 Princípios Básicos no Uso da Resposta dos Fônons e Cristais Naturais para Ampliar Detalhes Sub-comprimento de Onda

No nosso trabalho consideramos a transmissão de radiação eletromagnética dentro de dois cristais anisotrópicos cujos eixos ficam no plano xy . Consideramos o caso em que o campo elétrico fica restrita ao plano. Rotulamos os eixos principais do material no plano como \parallel e \perp , onde, na região da frequência de interesse, existe um fônon modo óptico polarizado ao longo da direção \parallel como mostra a figura 7.4.

A direção \parallel é normal superfície do cristal, e nós colocamos um objeto radiante na superfície do cristal. A radiação resultante dentro do meio pode ser considerada em termos de ondas planas cujos valores de k_{\perp} dependem da forma do objeto. As componentes k_{\parallel} são dadas pela eq.(4.18), reescrita como

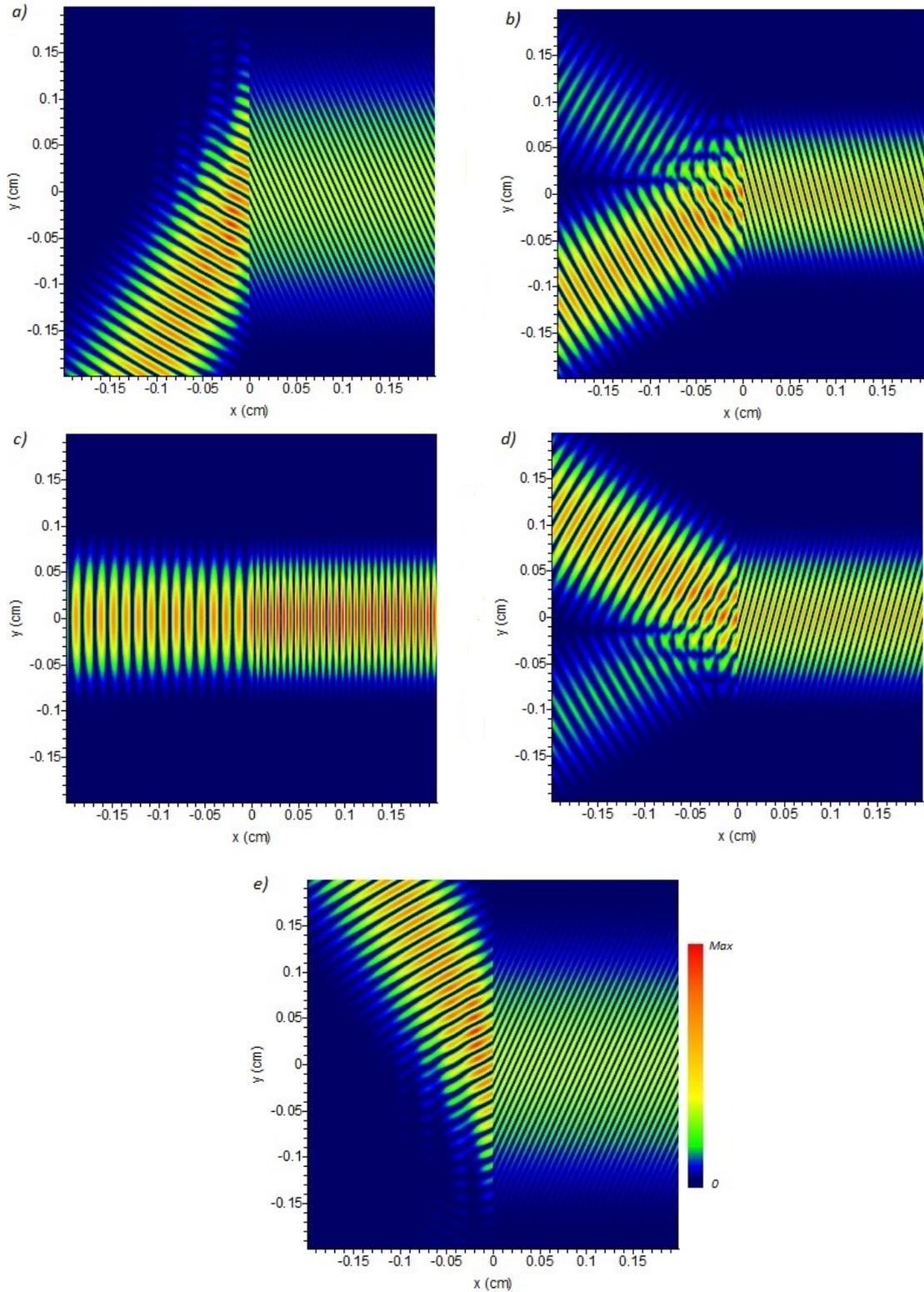


Figura 7.3: Simulação para mostrar o feixe Gaussiano passando o vácuo e um cristal de TGS com $\epsilon_{parallel}$ ao longo do eixo z na frequência TO para cinco ângulos de incidência diferentes: (a) $\theta_0 = 60^\circ$; (b) $\theta_0 = 30^\circ$; (c) $\theta_0 = 0$; (d) $\theta_0 = -30^\circ$; $\theta_0 = -60^\circ$.

$$k_{\parallel}^2 = k_0^2 \epsilon_{\perp} - k_{\perp}^2 \frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}}, \quad (7.5)$$

onde $k_0^2 = \omega/c$ é a amplitude do vetor de onda no espaço livre, ε_\perp e ε_\parallel sendo as componentes do tensor dielétrico.

No caso especial em que $\varepsilon_\perp \geq 0$ e $1/\varepsilon_\parallel \rightarrow 0$, as componentes k_\parallel se tornam independentes de k_\perp , então todas as componentes do vetor de onda, incluindo aquelas correspondentes a $k_\perp > k_0$ se propagam com a mesma fase, perpendicular a superfície. Isto leva a possibilidade de imagens subcomprimento de onda serem formadas do outro lado da lente através de canalização. A condição de termos as componentes dos tensores $\varepsilon_\perp \geq 0$ e $1/\varepsilon_\parallel \rightarrow 0$ pode, de fato ocorrer para frequência ópticas transversas (TO) de cristais anisotrópicos adequados, como previsto que não existe modo TO polarizado ao longo de (\perp) que causa ε_\perp é negativo para esta frequência. Isto levou a lentes de tais materiais sendo considerado imagens subcomprimento de onda, como descrevemos na seção 5.4. A imagem resultante é do mesmo tamanho do objeto. Portanto, detalhes do objeto podem somente ser medidos usando detetores para campos próximos.

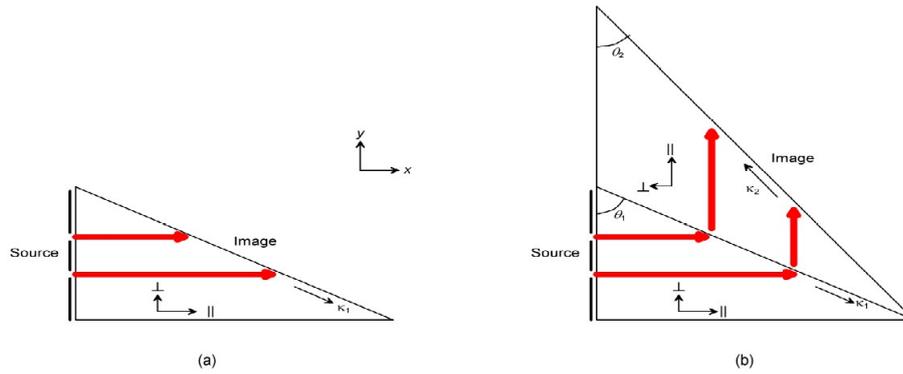


Figura 7.4: (a) Formação de uma imagem em um cristal em forma de prisma com \parallel ao longo de x (b) Adição de um segundo prisma cujo \parallel fica ao longo de y .

Para podermos amplificar a imagem, o cristal pode ser cortado numa estrutura em forma de prisma como mostra a fig. 7.4. A fig. 7.4(a) mostra a propagação da radiação ao longo do eixo x (na qual o objeto é considerado como sendo as duas fendas) possibilitando assim transmissão para campo distante [10, 11]. Contudo, a não ser que $\varepsilon_\perp = 0$, k_\perp terá contribuição do vetor de onda κ_1 no plano de saída. Isto resultará em uma distorção do padrão do campo distante, e parte central da distribuição k_\perp , não será usualmente transmitido para o campo distantes.

Podemos corrigir a imagem adicionando outro prisma do mesmo material orientado como mostra a fig. 7.4(b). Agora k_\parallel no segundo prisma contribuirá para o vetor de onda no plano κ_2 no plano de saída. Com o valor correto para θ_2 , esta contribuição pode cancelar a contribuição de k_\parallel ao κ_1 no primeiro prisma. Vamos encontrar a relação entre os ângulos mostrados na fig. 7.4.

Das condições de contorno, temos:

$$\kappa_1 = k_{\parallel} \text{sen}\theta_1 - k_{\perp} \text{cos}\theta_1, \quad (\text{prisma 1}) \quad (7.6)$$

$$\kappa_1 = -k_{2\perp} \text{cos}\theta_1 - k_{\parallel} \text{cos}\theta_1, \quad (\text{prisma 2}) \quad (7.7)$$

onde $k_{2\perp}$ representa a componente do vetor de onda no segundo prisma.

Observamos que quando a condição de canalização for satisfeita, o valor de k_{\parallel} pode ser considerado constante nos dois prismas. O valor de κ_2 é dado por

$$\kappa_2 = k_{\parallel} \text{cos}\theta_2 + k_{2\perp} \text{sen}\theta_2. \quad (7.8)$$

Das equações (7.6),(7.7),(7.8), podemos encontrar

$$\kappa_2 = k_{\parallel} \left[\text{cos}\theta_2 - \text{sen}\theta_2 - \frac{\text{sen}\theta_2}{\tan\theta_1} \right] + k_{\perp} \frac{\text{sen}\theta_2}{\tan\theta_1}. \quad (7.9)$$

Para ter κ_2 independente de k_{\parallel} , devemos escolher o valor de θ_2 que dá o primeiro termo da eq.(7.8) igual a zero:

$$\text{cos}\theta_2 - \text{sen}\theta_2 - \frac{\text{sen}\theta_2}{\tan\theta_1} = 0. \quad (7.10)$$

Nesse caso κ_2 dependerá somente de k_{\perp} , isto é, detalhes do objeto original deverão ser fielmente reproduzidos para transmissão em campo distante. Com mais algumas manipulações algébricas em (7.10), encontramos

$$\tan\theta_2 = \frac{\tan\theta_1}{1 + \tan\theta_1}. \quad (7.11)$$

De fato, [11] tem sugerido essencialmente a mesma geometria, adicionando o segundo prisma como vimos na fig. 6.3 e percebe que esta geometria é similar a fig. 7.4(a) a fim de compensar a distorção associada as absorções diferentes com comprimentos de raios desiguais. Verifica-se que a eq.(7.10), representa uma condição útil, tanto para cancelar as contribuições de k_{\parallel} em κ_1 e para evitar distorções associadas com a absorção.

A relação do quanto que a imagem é ampliada está relacionada à $\text{sen}\theta_2 / \tan\theta_2$. Vamos analisar a fig. 6.4, o lado do triângulo de tamanho i_1 , é o chamado plano de entrada da radiação eletromagnética e a hipotenusa do triângulo maior tem tamanha i_2 , ela é o plano de saída. Vamos calcular a ampliação, então

$$I = \frac{i_2}{i_1}, \quad (7.12)$$

onde I representa a ampliação.

Veja que se fizermos a relação

$$\tan \theta_1 = OP/i_1, \quad (7.13)$$

e

$$\text{sen} \theta_2 = OP/i_2. \quad (7.14)$$

Veja que se dividirmos a eq.(7.13) pela eq.(7.14) encontramos ampliação (I), além disso, representa o termo relacionado a \perp na eq.(7.9), no caso este está invertido ($\tan \theta_1/\text{sen} \theta_2$).

7.4 Simulações Para o Cristal de TGS

Consideramos o tipo de imagem representada pela fig. 7.4 simulando estruturas baseadas no sulfato de triglicine (TGS). Para baixas temperaturas este material tem pouca absorção e tem uma alta anisotropia fônon. Aqui usamos dados obtidos para a temperatura 5 K. Para uma frequência de $37,3 \text{ cm}^{-1}$, na região do terahertz, e o fônon polarizado no modo TO ao longo dos eixos do cristal, nossa direção será \parallel [14].

Simulações obtidas usando *COMSOL Multiphysics*[®] *Modeling Software*, que usa o método dos elementos finitos na resolução de suas equações. Consideramos duas fendas fontes na superfície de cristal, no qual o campo magnético na entrada das fendas é considerado constante através da largura de cada fenda. A largura de cada uma das fendas é $0,03 \text{ mm}$ e a separação de $0,1 \text{ mm}$. Esta separação corresponde a $0,37\lambda$, λ sendo o comprimento de onda no espaço livre, a separação corresponde a $0,11\lambda$. Ambos os valores são consideravelmente pequenos em relação ao limite de difração (cerca de $1/2 \text{ de } \lambda$).

A fig. 7.5 mostra a formação de uma imagem da fenda dupla para um cristal de TGS, cortado tanto como uma lente plana como em prisma geométrico. A fig. 7.5(a) mostra a propagação de dois feixes no ar, após terem passado por duas fendas separadas $0,1 \text{ mm}$. Perceba que a separação das fendas não está resolvidas no campo distante. Na fig. 7.5(b) é colocado depois das fendas um cristal de TGS. Veja que o ocorre o fenômeno da canalização, ou seja, boa parte da radiação é canalizada até chegar a interface TGS, onde ocorre o mesmo processo mostrado na figura anterior onde as duas fendas no campo próximo, mas não no campo distante são resolvidas. Na fig. 7.5(c) colocamos no lugar da lente plana da fig. 7.5(b) um prisma também feito de TGS. Podemos ver que ocorre a ampliação da imagem, porém com mais intensidade na fenda de baixo. Claramente, ocorre a canalização e os dois feixes subcomprimento de onda se propagam em direção a superfície oblíqua, resultando em uma ampliação significativa da imagem das duas fendas (uma ampliação em dez vezes neste exemplo). Pouquíssima radiação é transmitida no campo distante, e ela não representa o padrão da dupla fenda de forma exata. De fato, a maior parte da radiação, incluindo a componente $k_{\perp} = 0$ do vetor de onda, sofre reflexão interna total, retornando ao longo da direção \parallel . Já na fig. 7.5(d) colocamos um

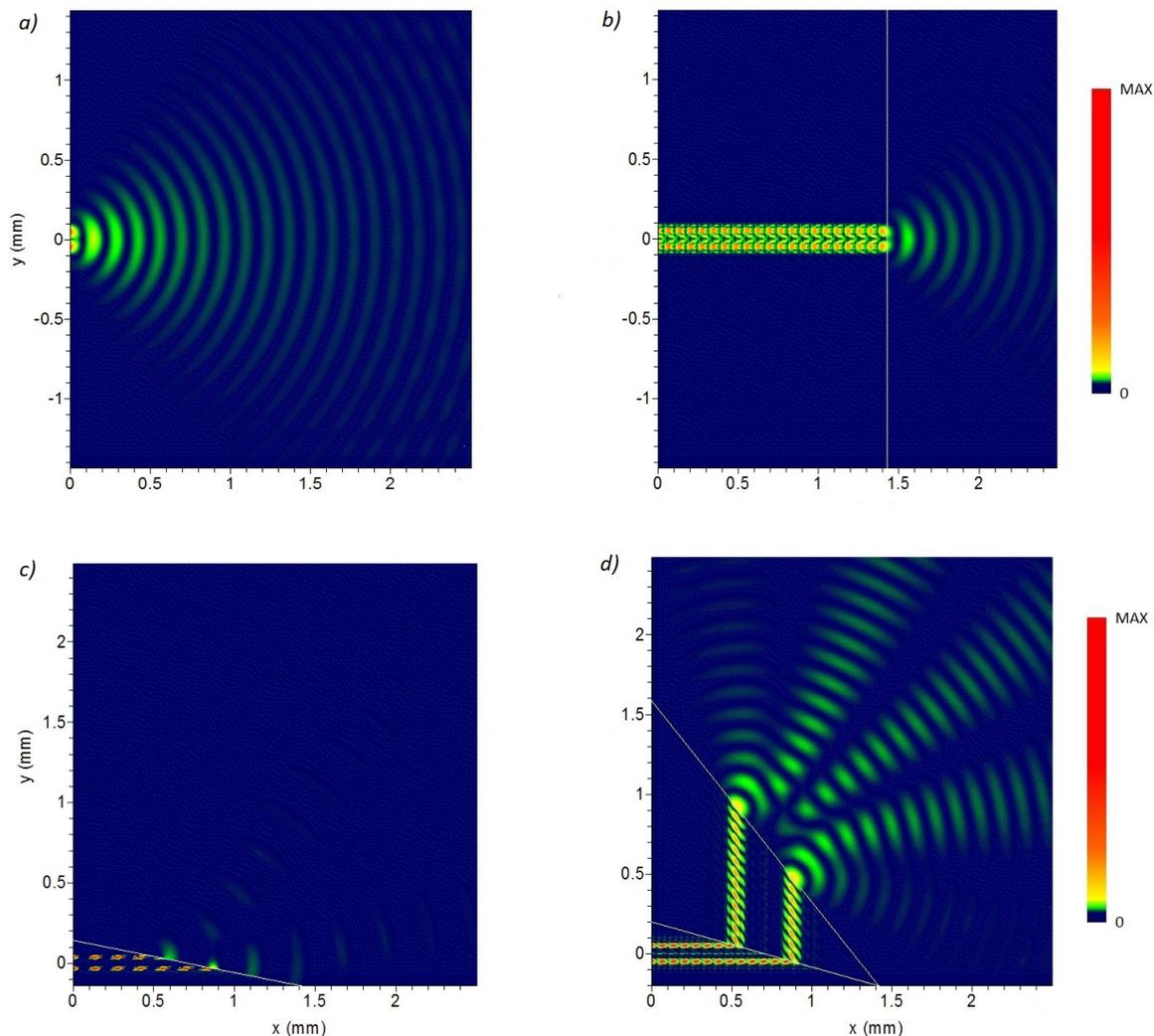


Figura 7.5: (a) Propagação da radiação emanada da fenda dupla na frequência TO de TGS; (b) Mesma propagação, porém com uma lente de TGS; (c) Substituição da lente plana por um prisma com o eixo C_2 ao longo de x ; (d) Configuração de dois primas ampliando a imagem para campo distante na configuração da figura 7.4(b). A distância entre as fendas tem o mesmo tamanho $b = 0,1$ mm em todos os casos e mesma largura de fenda $a = 0,03$, e todos os raios incidem no cristal na direção perpendicular a superfície do mesmo.

outro prisma de forma a ampliar nossa imagem. Neste caso tem bastante propagação para o campo distante. Uma representação fiel do objeto inicial, mostrando interferência convencional como ocorre naturalmente para duas fendas.

Na fig. 7.6 fizemos uma simulação para analisar quatro casos onde a radiação eletromagnética se propaga dentro de compensados em forma de prisma. Variamos a distância entre as fendas estando sempre na condição imposta pela eq.(7.11). Também variamos o ângulo θ_1 de acordo com a ampliação desejada.

Dois aspectos importantes são observados na fig 7.5(a) e 7.5(b) onde tem a maior ampliação. Primeiramente as frentes de onda no segundo meio são paralelas ao plano de saída. Isto é equivalente a termos $\kappa_2 = 0$ (ver figura 7.4(b)) para as frentes de ondas com aparência de ondas planas. Em termos do vetor de onda, as ondas resultantes pode ser

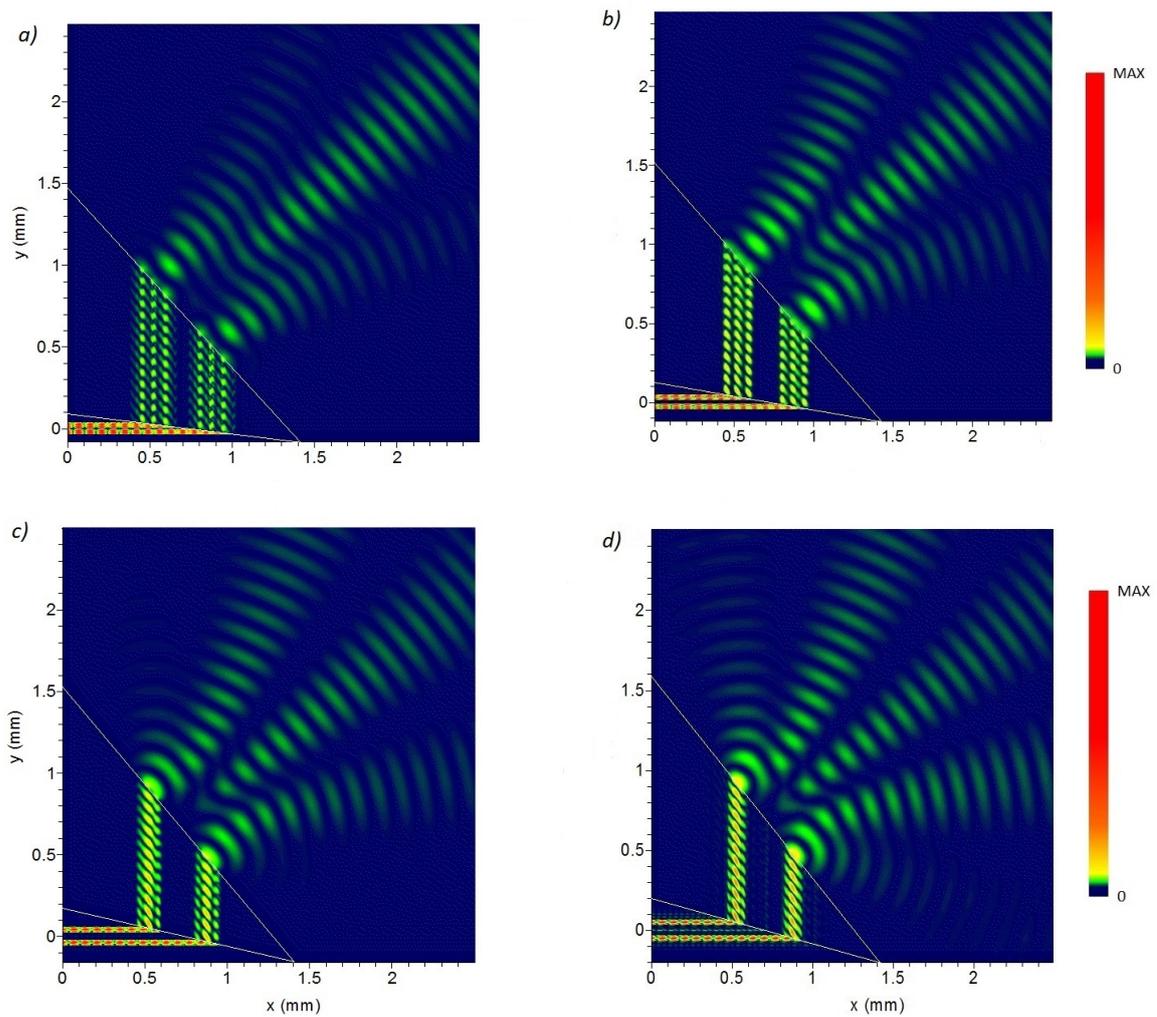


Figura 7.6: Propagação da radiação eletromagnética em cristais de TGS compensados no formato de prisma, cujos parâmetros são: (a) $b = 0,04 \text{ mm}$, $\theta_1 = 83,5^\circ$; (b) $b = 0,06 \text{ mm}$, $\theta_1 = 80,3^\circ$; (c) $b = 0,08 \text{ mm}$, $\theta_1 = 77,2^\circ$; (d) $b = 0,1 \text{ mm}$ e $\theta_1 = 74,5^\circ$. Todos os raios incidiram com $\theta_0 = 0$ e todas as larguras da fenda são $a = 0,03 \text{ mm}$.

consideradas com incidência normal a superfície de saída, como devemos esperar para esta geometria. O segundo aspecto interessante é que essas ondas parecem ser canalizadas em feixes muito estreitos. Isto é um efeito de interferência devido as reflexões na interface. Note que o comprimento total do feixe é constante (devido ao compensado), mas se a transmissão não for total na interface entre os dois prismas, como geralmente é o caso, comprimentos desiguais levarão para a interface franjas na superfície de saída.

7.5 Conclusões

Neste trabalho mostramos como a resposta dos fônons em cristais naturais pode ser usada para projetar detalhes em campos distantes. Nos concentramos nos sistemas a baixas temperaturas, com poucas perdas. É claramente importante estender este trabalho a sistemas em temperaturas ambientes, e investigar os efeitos de perdas neste sistema.

Capítulo 8

Conclusões e Perspectivas

Os resultados das simulações feitas nesse trabalho confirmam que cristais feitos de TGS podem ampliar a imagem de um objeto colocado onde fica a fenda. Confirmamos também que imagens são formadas em regimes subcomprimento de ondas e podem ser transmitidas até campo distante. Devido a nosso sistema apresentar o fenômeno da dispersão hiperbólica na frequência TO, nas frequências dos fônons que não são diferentes da frequência TO, nosso cristal anisotrópico apresentou refração negativa como era de esperar.

Estudamos materiais feitos de TGS, mas entre aqueles que apresentam dispersão hiperbólica poderíamos citar o Hg_2I_2 [26] o MgF_2 [27] e BN hexagonal [28]. Estes cristais apresentam dispersão hiperbólica na temperatura ambiente, mas com a absorção bem maior que a considerada aqui.

Aqui consideramos formação de imagens de objetos de uma dimensão, deve ser importante considerar a situação tridimensional.

No final, experiências usando fontes como lasers de cascata quântica, ou osciladores com multiplicadores de frequência serão necessários para investigar o funcionamento de tais lentes.

Referências Bibliográficas

- 1 PENDRY, J. B. Negative refraction makes a perfect lens. *prl*, v. 85, n. 18, p. 3966–3969, oct 2000.
- 2 LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. *Electrodynamics of Continuous Media*. Second. Oxford: Pergamon Press, 1984.
- 3 MYERS, H. P. *Introductory Solid State Physics*. University of Techlogia: New York, 1990.
- 4 ASHCROFT, N. W.; MERMIN, N. D. *Solid State Physics*. Philadelphia: Saunders College, 1976.
- 5 VESELAGO, V. G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ . *Sov. Phys. Usp.*, v. 10, n. 4, p. 509–514, 1968.
- 6 PENDRY, J. B. et al. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, v. 47, p. 2075, 1999.
- 7 SMITH, D. R. et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Phys. Rev. Lett.*, v. 84, p. 4184, 2000.
- 8 DUMELOW, T.; TILLEY, D. R. Optical properties of semiconductor superlattices in the far infrared. *J. Opt. Soc. Am. A*, v. 10, p. 633–645, apr 1993.
- 9 BELOV, P. A. Backward waves and negative refraction in uniaxial dielectrics with negative dielectric permittivity along the anisotropy axis. *Microwave and Optical Technology Letters*, v. 37, n. 4, p. 259–263, may 2003.
- 10 SALANDRINO, A.; ENGHETA, N. Far-field subdiffraction optical microscopy using metamaterial crystals: Theory and simulations. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 74, p. 075103, Aug 2006. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.74.075103>.
- 11 PODDUBNY, A. et al. Negative refraction observed in a metallic ferromagnet in the gigahertz frequency range. *Nature Photonics.*, p. 958–968, Nov 2013.
- 12 SILVA, R. Estevâm da et al. Far infrared slab lensing and subwavelength imaging in crystal quartz. *Preprint*, arXiv:1207.3531, 2012.
- 13 GRBIC, A.; ELEFThERIADES, G. V. Overcoming the diffraction limit with a planar left-handed transmission-line lens. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 92, n. 11, p. 117403, Mar 2004.

- 14 DUMELOW, T.; COSTA, J. A. P. da; FREIRE, V. N. Slab lenses from simple anisotropic media. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 72, p. 235115, Dec 2005. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.72.235115>.
- 15 BELOV, P. A.; HAO, Y. Subwavelength imaging at optical frequencies using a transmission device formed by a periodic layered metal-dielectric structure operating in the canalization regime. *Phys. Rev. B*, American Physical Society, v. 73, p. 113110, Mar 2006. Disponível em: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.73.113110>.
- 16 WANG, C. et al. Subwavelength imaging with anisotropic structure comprising alternately layered metal and dielectric films. *Opt. Express*, OSA, v. 16, n. 6, p. 4217–4227, Mar 2008. Disponível em: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-16-6-4217>.
- 17 ZHAO, Y. et al. Super resolution imaging by compensating oblique lens with metallo-dielectric films. *Opt. Express*, OSA, v. 16, n. 8, p. 5697–5707, Apr 2008. Disponível em: <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-16-8-5697>.
- 18 SILVA, R. Rodrigues da et al. Using phonon resonances as a route to all-angle negative refraction in the far-infrared region: The case of crystal quartz. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 105, n. 16, p. 163903, Oct 2010.
- 19 SMITH, D. R.; KOLINKO, P.; SCHURIG, D. Negative refraction in indefinite media. *J. Opt. Soc. Am. B*, v. 21, n. 5, p. 1032–1043, May 2004.
- 20 DVORAK, V.; KUZEL, P. Negative index of refraction in anisotropic nonmagnetic materials. *Ferroelectrics*, TAYLOR & FRANCIS LTD, 4 PARK SQUARE, MILTON PARK, ABINGDON OX14 4RN, OXON, ENGLAND, v. 338, p. 195–203, 2006.
- 21 ERITSYAN, O. S. et al. Crystals with an open wave-vector surface: Peculiarities of reflection and possibilities of designing flat lenses. *Crystallography Reports*, MAIK NAUKA/INTERPERIODICA/SPRINGER, 233 SPRING ST, NEW YORK, NY 10013-1578 USA, v. 55, n. 6, p. 938–943, NOV 2010.
- 22 WANG, R.; SUN, J.; ZHOU, J. Indefinite permittivity in uniaxial single crystal at infrared frequency. *Appl. Phys. Lett.*, AIP, v. 97, n. 3, p. 031912, 2010.
- 23 GERBAUX, X.; TAZAWA, M.; HADNI, A. Far ir transmission measurements on triglycine sulphate (tgs). *Ferroelectrics*, v. 215, p. 47–63, 1998.
- 24 HOROWITZ, B. R.; TAMIR, T. Lateral displacement of a light beam at a dielectric interface. *JOSA*, v. 61, n. 5, p. 586–594, May 1971.
- 25 CHEN, X.; LI, C.-F. Lateral shift of the transmitted light beam through a left-handed slab. *Phys. Rev. E*, v. 69, p. 066617, 2004.
- 26 DOBROIU, A.; OTANI, C.; KAWASE, K. Terahertz-wave sources and imaging applications. *Measurement Science and Technology*, v. 17, n. 11, p. R161, 2006. Disponível em: <http://stacks.iop.org/0957-0233/17/i=11/a=R01>.
- 27 WILLIAMS, B. Terahertz quantum-cascade lasers. *Nature Photonics*, v. 1, n. 9, p. 517–525, 2007.
- 28 CALDWELL, J. D.; KRETININ, A. V.; AL, Y. C. et al. *Super resolution imaging by compensating oblique lens with metallodielectric films*. [S.l.]: New york, 2014.