## Universidade do Estado do Rio Grande do Norte Faculdade de Ciências Exatas e Naturais-FANAT Departamento de Física Programa de Pós-Graduação em Física

Ana Carolina Mattiuci

Rotação e equilíbrio de maré: uma análise estatística das observações

Mossoró Abril de 2015

### Ana Carolina Mattiuci

# Rotação e equilíbrio de maré: uma análise estatística das observações

Dissertação apresentada ao Programa de Pós graduação em Física como parte dos requisitos para obtenção do título de MESTRE EM FÍSICA

**O**rientador: Prof. Dr. José Ronaldo Pereira da Silva

Mossoró Abril de 2015

### Catalogação da Publicação na Fonte. Universidade do Estado do Rio Grande do Norte.

Mattiuci, Ana Carolina Rotação e equilíbrio de maré: uma Ana Carolina Mattiuci. – Mossoró, RN	análise estatística das observações./ I, 2015.	
56 f. Orientador(a): Prof. Prof. Dr. Jos	é Ronaldo Pereira da Silva.	
Dissertação (Mestrado em Física). Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. Programa de Pós graduação em Física.		
1. Equilíbrio de maré. 2. Estrelas binárias. 3. Sincronização e circularização. I. Silva, José Ronaldo Pereira da. II. Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. III.Título.		
UERN/BC	CDD 530	

Bibliotecária: Jocelania Marinho Maia de Oliveira CRB 15 / 319

### Ana Carolina Mattiuci

### Rotação e equilíbrio de maré: uma análise estatística das observações

Dissertação apresentada ao Programa de Pós graduação em Física como parte dos requisitos para obtenção do título de MESTRE EM FÍSICA

Aprovada em 10/04/2015

Banca Examinadora

Prof. Dr. José Ronaldo Pereira da Silva Orientador

> Dr. Rízia Rodrigues da Silva Examinador externo

Prof. Dr. Braúlio Batista Soares Examinador interno Ouvi dizer que são milagres noites com sol, mas hoje eu sei não são miragens noites com sol. Pode abrir a janela, noites com sol são mais belas, certas canções são eternas, deixa o sol entrar. (Flávio Venturini)

# Sumário

1	Introdução 1		
	1.1	Parâmetros orbitais dos sistemas binários	3
	1.2 Velocidade de rotação projetada		
	1.3 Equilíbrio das estrelas binárias		
	1.4	A teoria de maré	7
	1.5	Sincronização, circularização e alinhamento	13
<b>2</b>	A a	mostra	15
3	3 Resultados e discussões		18
	3.1	Velocidade rotacional e período orbital	18
		3.1.1 Relação entre período de sincronização e tipo espectral $% \mathcal{A}$ .	26
		3.1.2 Relação entre rotação e período orbital	28
	3.2	Excentricidade e período orbital	28
	3.3	Velocidade rotacional e excentricidade	36
4	Cor	nclusões	42
5	Per	spectivas	44
Bi	bliog	grafia	53

# Lista de Tabelas

1.1	Períodos de sincronização e circularização característicos para dife-	
	rentes faixas espectrais [30]	13
2.1	Quantidade de estrelas por tipo espectral, evoluídas e não evoluídas.	16
3.1	Período de corte para cada tipo espectral e seus respectivos valores	
	de excentricidade e rotação. $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	26
3.2	Correlação entre período de corte e tipo espectral	27
3.3	Correlação entre período orbital e rotação para estrelas evoluídas	
	e não evoluídas	28
3.4	Correlação entre excenticidade e rotação para os sistemas binários	
	com componentes evoluídas e não evoluídas	41
1	Valores detalhados de cada grupo de binárias da sequência princi-	
	pal. Na primeira coluna são dados os intervalos de períodos nos	
	quais os sistemas foram agrupados, na segunda coluna temos a	
	quantidade de sistemas contidas neste intervalo, em seguida, seu	
	período orbital médio, excentricidade média e velocidade rotacional	
	média, nas duas últimas colunas as informações sobre sincronização	
	e circularização respectivamente	45

- 2 Valores detalhados de cada grupo de binárias da sequência principal. Na primeira coluna são dados os intervalos de períodos nos quais os sistemas foram agrupados, na segunda coluna temos a quantidade de sistemas contidas neste intervalo, em seguida, seu período orbital médio, excentricidade média e velocidade rotacional média, nas duas últimas colunas as informações sobre sincronização e circularização respectivamente (continuação). . . . . . . . . .
- 3 Valores detalhados de cada grupo de binárias da sequência principal. Na primeira coluna são dados os intervalos de períodos nos quais os sistemas foram agrupados, na segunda coluna temos a quantidade de sistemas contidas neste intervalo, em seguida, seu período orbital médio, excentricidade média e velocidade rotacional média, nas duas últimas colunas as informações sobre sincronização e circularização respectivamente (continuação). . . . . . . . . .
- 4 Valores detalhados de cada grupo de binárias das classes subgigantes e gigantes. Na primeira coluna são dados os intervalos de períodos nos quais os sistemas foram agrupados, na segunda coluna temos a quantidade de sistemas contidas neste intervalo, em seguida, seu período orbital médio, excentricidade média e velocidade rotacional média, nas duas últimas colunas as informações sobre sincronização e circularização respectivamente. . . . . . .
- 5 Valores detalhados de cada grupo de binárias das classes subgigantes e gigantes. Na primeira coluna são dados os intervalos de períodos nos quais os sistemas foram agrupados, na segunda coluna temos a quantidade de sistemas contidas neste intervalo, em seguida, seu período orbital médio, excentricidade média e velocidade rotacional média, nas duas últimas colunas as informações sobre sincronização e circularização respectivamente (continuação). 49

iii

46

47

48

- 6 Valores detalhados de cada grupo de binárias das classes subgigantes e gigantes. Na primeira coluna são dados os intervalos de períodos nos quais os sistemas foram agrupados, na segunda coluna temos a quantidade de sistemas contidas neste intervalo, em seguida, seu período orbital médio, excentricidade média e velocidade rotacional média, nas duas últimas colunas as informações sobre sincronização e circularização respectivamente (continuação).
- 7 Dados estatístico das figuras 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4: Na primeira e na segunda coluna temos a seperação por tipo espectral e classe de luminosidade, na terceira e na quarta coluna temos os valores de coeficiente linear e angular e na quinta coluna o valor do rms. . . 51
- 8 Dados estatístico das figuras 3.9, 3.10, 3.11 e 3.12: Na primeira e na segunda coluna temos a seperação por tipo espectral e classe de luminosidade, na terceira e na quarta coluna temos os valores de coeficiente linear e angular e na quinta coluna o valor do rms. . . 52

50

# Lista de Figuras

1.1	Órbitas do sistema binário Sirius A e B (fonte: [9])	3
1.2	Eixo de inclinação i	5
1.3	Ilustração de um sistema binário, com suas estrelas interagindo.	7
1.4	$\hat{A}$ ngulo de atraso do bojo de maré (fonte: [24])	10
2.1	Curva de melhor ajuste para correlação dos dados de Vsin $i$	16
3.1	Velocidade de rotação Vsin i, em função do período orbital para	
	estrelas da sequência principal e os tipos espectrais O, B e A. As	
	linhas limitam a região onde os sistemas estão sincronizados. As	
	barras de erro foram obtidas pelo método de bootstrap e indicam um	
	intervalo de confiança de 95% para as médias	20
3.2	Velocidade de rotação V sin i, em função do período orbital para	
	estrelas da sequência principal e os tipos espectrais F, G e K. As	
	linhas limitam a região onde os sistemas estão sincronizados. As	
	barras de erro foram obtidas pelo método de bootstrap e indicam um	
	intervalo de confiança de 95% para as médias	21
3.3	Velocidade de rotação Vsin i, em função do período orbital para	
	estrelas subgigantes e gigantes e os tipos espectrais O, B e A. As	
	linhas limitam a região onde os sistemas estão sincronizados. As	
	barras de erro foram obtidas pelo método de bootstrap e indicam um	
	intervalo de confiança de 95% para as médias	23

3.4	Velocidade de rotação Vsin i, em função do período orbital para	
	estrelas subgigantes e gigantes e os tipos espectrais F, G e K. As	
	linhas limitam a região onde os sistemas estão sincronizados. As	
	barras de erro foram obtidas pelo método de bootstrap e indicam um	
	intervalo de confiança de 95% para as médias	25
3.5	Excenticidade em função do período orbital para os tipos espectrais	
	O, B e A, da sequência principal. As barras de erro foram obtidas	
	pelo método de bootstrap e indicam um intervalo de confiança de	
	95% para as médias.	30
3.6	Excenticidade em função do período orbital para os tipos espectrais	
	F, G e K, da sequência principal. As barras de erro foram obtidas	
	pelo método de bootstrap e indicam um intervalo de confiança de	
	95% para as médias.	32
3.7	Excenticidade em função do período orbital para os tipos espectrais	
	O, B e A, subgigantes e gigantes. As barras de erro foram obtidas	
	pelo método de bootstrap e indicam um intervalo de confiança de	
	95% para as médias.	34
3.8	Excenticidade em função do período orbital para os tipos espectrais	
	F, G e K, subgigantes e gigantes. As barras de erro foram obtidas	
	pelo método de bootstrap e indicam um intervalo de confiança de	
	95% para as médias.	35
3.9	Velocidade rotacional Vsini em função da excenticidade para os	
	tipos espectrais O, B e A, da sequência principal. A linha vermelha,	
	vertical indica a circularização de corte. As barras de erro foram	
	obtidas por bootstrap com 95% de confiança	37
3.10	Velocidade rotacional Vsini em função da excenticidade para os	
	tipos espectrais F, G e K, da sequência principal. A linha vermelha,	
	vertical indica a circularização de corte. As barras de erro foram	
	obtidas por bootstrap com 95% de confiança	38

- 3.11 Velocidade rotacional Vsin i em função da excenticidade para os tipos espectrais O, B e A, das classes subgigantes e gigantes. A linha vermelha, vertical indica a circularização de corte. As barras de erro foram obtidas por bootstrap com 95% de confiança. . . . . 39
- 3.12 Velocidade rotacional Vsini em função da excenticidade para os tipos espectrais F, G e K, das classes subgigantes e gigantes. A linha vermelha, vertical indica a circularização de corte. As barras de erro foram obtidas por bootstrap com 95% de confiança. . . . . 40

vii

# Agradecimentos

Utilizo-me deste espaço para reconhecer os esforços empenhados por aqueles que desejam o meu crescimento pessoal e profissional. Através deste sentimento, me deram a força, o conforto e o estímulo necessários para a elaboração deste trabalho.

- Deus
- Aos meus pais, João Carlos Mattiuci e Celise de Lourdes Leme do Prado Mattiuci, que sempre se dedicaram e me apoiaram em meus estudos.
- A minha irmã, Barbara Mattiuci, que também me apoia.
- Ao meu noivo, Marcelo Figueiredo Barbosa Junior, que me apoia e me dá ânimo sempre.
- À minha avó Tereza, que apesar da distância está sempre presente.
- A todos tios, tias, primos e primas.
- Aos amigos do ensino médio e da graduação.
- Aos professores da graduação, sem os quais esta conquista não seria possível.
- Ao Prof. Ms. Antônio Araújo Sobrinho por ter me colocado mais perto da astronomia.
- Ao Prof. Dr. José Ronaldo, pela orientação e pela confiança.
- Ao Prof. Dr. Bráulio Batista pela coorientação neste trabalho.

- À todos os professores do departamento de física da UERN que contribuíram de forma direta ou indireta com a minha formação acadêmica e pessoal.
- Ao secretário do programa de pós graduação de física da UERN, Tiago Martins Moura.
- Àos amigos que fiz neste mestrado.
- À CAPES pela bolsa de estudo concedida.

# Resumo

Neste trabalho, estudamos o estado de equilíbrio de maré das estrelas binárias e os principais processos que fazem com que o sistema alcance este estado. A teoria de maré, suas condições e processos físicos são discutidos ao longo do texto. Com uma amostra de 1538 binárias dos tipos espectrais de O a K e das classes de luminosidade V, IV e III, analizamos as relações entre período orbital, rotação e excentiricidade com o objetivo de constatar o período máximo com que as estrelas alcançam o estado de sincronização entre os períodos rotacional e orbital, e a circularização da órbita. Nossos resultados são consistentes com a teoria de maré de Zahn que diz que quanto mais curto o período orbital maior a probabilidade de o sistema estar sincronizado e circularizado. Para cada tipo espectral é indicado um período abaixo do qual as estrelas estão sincronizadas e discutimos as diferenças que podem surgir em relação ao tipo espectral ou à classe de luminosidade.

Palavras chave: equilíbrio de maré, estrelas binárias, sincronização e circularização.

# Abstract

In this work, we study the tidal equilibrium of the binary stars and the main processes that make the systems archieve this state. The tidal theory, your conditions and physical proceedings are discussed in the text. In our sample there are 1538 binaries of spectral types O-K, and luminosity class V, IV and III, we analyze the relatioship between orbital period, rotation and eccentricity. To find the maximum period which the binaries reach the synchronization between rotational and orbital periods, and the circularization of the orbit. Our results are consistent with tidal theory by Zahn, that states as shorter the period most likely the system are synchronized and circularized. For each spectral type, we also indicate the period of synchonization and discussed the diferences regarding spectral type and luminosity class. 5

# Capítulo 1 Introdução

Quando olhamos para o céu temos a impressão que várias estrelas estão próximas entre si, porém esta é apenas a aparência da projeção na abobada celeste. Existe, portanto, diferença entre sistemas binários, múltiplos ou estrelas duplas.

Sistemas binários são aqueles onde duas estrelas estão próximas e interagem fisicamente entre si, quando há mais de duas estrelas chamamos de sistemas múltiplos. As estrelas duplas, por outro lado, estão próximas uma da outra apenas aparentemente, devido a projeção no céu, porém, não possuem interação física significante. Estima-se que mais da metade das estrelas fazem parte de sistemas múltiplos. Segundo Kratter [1] os estudos das binárias datam de no mínimo 250 anos atrás, quando Mitchell, J. em 1767, mostrou a abundância de estrelas duplas.

As estrelas binárias podem ser divididas em três grupos, de acordo com o modo pelo qual elas são observados a partir da Terra:

- Visuais: quando as duas estrelas estão ligadas gravitacionalmente, mas podem ser observadas separadamente por um telescópio.
- Astrométricas: quando apenas uma das estrelas é observada sendo sua companheira detectada devido às oscilações no movimento da estrela observada;
- Espectroscópicas: as estrelas desse tipo aparecem como estrelas simples mas apresentam deslocamento nas linhas espectrais do azul para o vermelho e vice-versa devido ao Efeito Doppler, as estrelas binárias espectroscópicas

(SB)<sup>1</sup> ainda são divididas em dois subgupos - SB1: quando apenas o espectro de uma das estrelas é distinguível e - SB2: quando ambos os espectros são distinguíveis. Neste trabalho vamos nos deter apenas aos sistemas binários espectroscópicos.

Em todos os sistemas binários podem acontecer eclipses, desde que o ângulo entre o plano orbital e a linha de visada (linha imaginária que liga o observador e o astro observado) seja pequeno ( $i \approx 0^{\circ}$ ), dessa forma uma das estrelas irá passar na frente da outra periodicamente. Alguns sistemas já são conhecidos como binárias eclipsantes periódicas, como por exemplo a estrela Algol, da constelação de Perseus.

Ainda não se sabe explicar ao certo como se formam as estrelas binárias. Segundo Kratter [1] alguns eventos que podem influenciar a formação das estrelas binárias são: a fragmentação da núvem mãe [2], fissão do núcleo [3], fragmentação do disco [4], [5], [6], [7], interação entre três ou mais estrelas [8], entre outros.

Em um sistema binário a força atrativa é a força gravitacional que uma estrela exerce sobre a outra. Cada estrela se move ao longo de uma elipse que tem o centro de massa do sistema em um dos focos. O movimento da estrela menos brilhante (secundária) em torno da mais brilhante (primária), quando observado, revela uma órbita relativa aparente. Essa órbita tem a mesma forma das órbitas individuais e o tamanho é igual à soma dos tamanhos das órbitas individuais. No entanto, para a maioria dos sistemas, a órbita observada não coincide com a órbita relativa verdadeira, pois a órbita verdadeira das estrelas não está no plano do céu.

A figura 1.1 mostra uma ilustração das estrelas Sirius A e Sirius B da constelação Cão Maior, estas estrelas fazem parte de um sistema binário visual. Na figura podemos ver a esquematização da órbita verdadeira de cada estrela do sistema.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>do inglês: spectroscopic binary



Figura 1.1: Órbitas do sistema binário Sirius A e B (fonte: [9]).

Outro ponto importante no estudo das binárias é que estas estrelas podem fornecer mais observáveis do que as estrelas simples, como por exemplo, os parâmetros orbitais, massa e raio estelar, entre outros [10]. Isso será mais detalhado na próxima seção.

### 1.1 Parâmetros orbitais dos sistemas binários

Em um sistema binário, normalmente, as estrelas são distinguíveis de acordo com a massa, ou seja, a primária (maior massa) e a secundária (menor massa).

Seguindo as leis de Kepler pode-se dizer que cada estrela move-se ao longo de uma órbita elíptica em torno do centro de massa do sistema conforme exemplificado na figura 1.1.

Os parâmetros orbitais de um sistema binário podem ser separados em três grupos:

#### I) Parâmetros de distância

a) Semi-eixo maior (a): determina o comprimento da órbita do sistema binário.

b) Excentricidade orbital (e): determina o desvio em relação a uma circunferência.

#### II) Parâmetros de tempo

a) Período orbital (P): tempo de uma volta completa da estrela em torno da sua órbita.

b) Tempo de passagem pelo periastro (T): tempo contado a partir da passagem da estrela pelo periastro (ponto de maior aproximação entre as duas estrelas).

#### III) Parâmetros de orientação

a) Inclinação da órbita (i): inclinação do plano orbital com relação à linha de visada, podendo ser progressivo (se  $0^{\circ} < i < 90^{\circ}$ ) ou retrógrado (se  $90^{\circ} < i < 180^{\circ}$ ).

b) Longitude do periastro ( $\omega$ ): angulo entre o periastro e o nodo ascendente (ponto pelo qual a estrela cruza o plano fundamental).

c) Angulo posição ( $\Omega$ ): Mede a localização da linha nodal (referente aos nós de uma interferência destrutiva), é medido no plano fundamental do norte para o leste,  $\Omega < 180^{\circ}$ .

O período de um sistema binário espectroscópico é determinado através das observações do espectro estelar, porém, o mesmo não é possível para os parâmetros  $\Omega$  e *i*. Os elementos *e* e  $\omega$  podem ser determinados de acordo com a curva da velocidade que é a relação entre a variação da velocidade com o tempo reduzido para um período simples[11]. Outro parâmetro estelar importante é a velocidade equatorial estelar, porém é difícil de ser determinado, uma vez que as observações nos fornecem apenas a velocidade projetada.

### 1.2 Velocidade de rotação projetada

A velocidade rotacional projetada das estrelas,  $V \sin i^2$ , é a projeção da velocidade equatorial em relação ao ângulo de inclinação *i*. A rotação estelar, é a força motriz para diversos fenômenos na atmosfera estelar [12]. De fato, a rotação contém informações sobre transferência de *momentum* angular interno, geração de campo magnético e perda de *momentum* angular [13].

 $<sup>^2 \</sup>rm Usaremos$ a notação sin para representar a função seno, por ser o modo mais comum encontrado na literatura e em bancos de dados.



Figura 1.2: Eixo de inclinação i

A seguir estão listadas cinco técnicas usadas para medir a velocidade de rotação projetada:

- largura da linha espectral: a velocidade rotacional é deduzida através da comparação de um padrão de velocidades rotacionais do mesmo tipo espectral [14] [15];
- medidas da largura a meia altura: médias realizadas em várias linhas espectrais sem mistura e de intensidade moderada [16];
- convolução do perfil da linha espectral: perfis de linha comparadas a um conjunto linhas de perfil rotacionalmente ampliadas [17];
- análise da função de correlação cruzada: dessa análise é gerado informações sobre o alargamento da linha espectral e por consequência o valor de V sin i [17];
- análise da transformada de Fourier do perfil da linha: obtém informações de Vsin i através da relação do sinal de ruído [18] [19].

Para mais informações remetemos o leitor para o Catálogo de Velocidades Rotacionais Projetadas [12]. Neste catálogo os autores reúnem dados de velocidades rotacionais do final do ano de 1981 até o ano 2000 num total de 17000 valores para mais de 12000 estrelas e respectivos erros. Os erros nas medidas podem ocorrer devido às limitações instrumentais ou ao método utilizado na medida, os métodos mais precisos são a transformada de Fourrier e a análise da função de correlação cruzada [20]. Devido o fator sin i nas determinações espectroscópicas da velocidade rotacional, apenas a análise estatísitica dos valores de  $V \sin i$  permite a estimativa da velocidade rotacional assumindo a distribuição aleatória do valor de i [21].

### 1.3 Equilíbrio das estrelas binárias

Todo sistema binário, assim como todo sistema físico, busca o equilíbrio, ou seja, o estado de energia cinética mínima. Para isso são necessárias três condições: sincronização - velocidade rotacional ( $\Omega$ ) igual a velocidade angular orbital ( $\omega$ ), circularização - excentricidade orbital igual a zero e perpendicularidade dos eixos orbital e rotacional em relação ao plano da órbita. Todos estes parâmetros passam por processos de evolução, estes processos são: o efeito de maré, a perda de momentum angular por vento estelar magnético e por onda gravitacional de radiação, acresção de vento estelar e preenchimento do lóbulo de Roche, caracterizando transferência de massa [22].

A evolução na rotação está associada com a evolução do *momentum* angular [10], o*momentum* angular muda devido aos torques de marés, como será explicado mais adiante. Quando o sistema ainda não alcançou o equilíbrio, forças e torques farão com que este estado seja alcançado. A teoria mais aceita para a explicação deste processo é a teoria de maré.



Figura 1.3: Ilustração de um sistema binário, com suas estrelas interagindo.

### 1.4 A teoria de maré

O nosso planeta Terra é, em sua maioria, água do mar, e este fluido é a principal prova de que a teoria de maré é bastante eficiente. A Terra sente o efeito de maré de tudo que a circunda, porém mais fortemente da Lua e do Sol, principalmente pela proximidade relativamente a outros corpos do sistema solar. A maré na Terra ocorre principalmente devido à atração entre os sistemas Terra -Lua ou Terra-Sol. A maré é provocada por uma força gravitacional diferencial. Sabemos que a expressão da força gravitacional é dada por:

$$F = G \frac{mM}{r^2}.$$
(1.1)

A força de maré é uma força dissipativa que faz com que o sistema atinja o equilíbrio. Este processo ocorre de forma que o momentum angular do sistema tende a ser conservado. No sistema Terra-Lua por exemplo, o momentum angular orbital da Lua é transferido para o momentum angular rotacional da Terra e vice-versa. A maré existe em todos os corpos celestes, e sua intensidade depende da massa e da distância do corpo que a provoca. Uma consequência da força de maré é que um satélite em geral não pode chegar muito perto do seu planeta sem se romper, o limite de Roche é a distância mínima do centro do planeta que um satélite pode se aproximar [9].

Na figura 1.2 temos um esquema que exemplifica a atração da força gravitacional em um sistema binário. As variáveis  $d_p$ ,  $R \in M$  são, respectivamente, a distância da estrela primária ao centro de massa CM, raio e massa, as variáveis  $d_s$ ,  $r \in m$  são os parâmetros da estrela secundária. No ponto O a força gravitacional tem a mesma intensidade que a força centrífuga, já para os pontos A e B estes valores serão diferentes. Para o ponto A considerando uma unidade de massa da estrela principal, a força gravitacional é dada por

$$F = G \frac{m}{(d_p + d_s - R)^2}.$$
 (1.2)

No ponto O temos:

$$G\frac{m}{(d_p+d_s)^2} = \omega^2 d_p, \tag{1.3}$$

onde  $\omega^2 d_p$  é a força centrífuga. A equação 1.3 é válida apenas para órbitas kleperianas (ou seja, uma órbita que obedece as leis de Kepler).

Supondo-se que entre os pontos A, B e O, não haja diferenças significativas na força centrífuga média, devido a lenta rotação da estrela primária em torno do seu eixo, durante um período orbital, podemos estimar, no ponto A, a resultante das forças gravitacional e centrífuga:

$$\Delta F(A) \approx G \frac{m}{(d_p + d_s - R)^2} - \omega^2 d_p, \qquad (1.4)$$

com o resultado da equação 1.3 temos

$$\Delta F(A) \approx G \frac{m}{(d_p + d_s - R)^2} - G \frac{m}{(d_p + d_s)^2}.$$
(1.5)

Como  $R \ll (d_p + d_s)$  podemos expandir a primeira parcela da equação 1.5 em uma série de Taylor <sup>3</sup>, e teremos:

$$G \frac{m}{(d_p + d_s - R)^2} \approx 2 \frac{Gm}{(d_p + d_s)^3} R + \frac{Gm}{(d_p + d_s)^2}.$$
 (1.6)

Fazendo  $a = (d_p + d_s)$  e substituindo a equação 1.6 na equação 1.5 obtemos a seguinte expressão

 $<sup>^{3}(</sup>a+x)^{n} = a^{n} + na^{n-1}x + \dots$ 

$$\Delta F(A) \approx 2 \frac{Gm}{a^3} R. \tag{1.7}$$

Usando o mesmo procedimento encontramos um resultado similar para o ponto B, porém negativo, mostrando que a força centrífuga é maior neste ponto, e isso faz com que a massa neste local seja empurrada para fora da estrela, gerando duas marés em lados opostos da estrela.

Nos sistemas binários, a maré é muito eficiente devido às massas das estrelas e à distância entre as componentes ser relativamente pequena comparado a distância de outros astros. E assim como no sistema Terra-Lua, o momentum angular do sistema é conservado, de forma que o momentum angular orbital da estrela secundária é transferido para o movimento rotacional da primária. Cada estrela é responsável por formar bojos de maré na superficie da sua companheira, estes bojos ficam desalinhados em relação a linha que passa pelos centros das duas estrelas e isso produz uma componente do torque gravitacional que atua nas estrelas [23], ou seja, até atingir o equilíbrio os bojos de maré estarão atrasados em relação à rotação da superfície da estrela <sup>4</sup>. Supondo que os bojos de maré tenham uma espessura relativa igual a  $\delta(\mathbf{R})/\mathbf{R}$ , esta fração será proporcional à razão entre a força que causa a protuberância e a força gravitacional na superfície da estrela primária, conforme proposta por [24]:

$$\frac{\delta(R)}{R} \approx \frac{GmR/a^3}{GM/R^2} = \frac{m}{M} \left(\frac{R}{a}\right)^3.$$
(1.8)

Assumindo uma densidade constante, a protuberância de maré terá uma massa da ordem de  $\delta M \approx (\delta R/R)M$ . Este valor é aproximado, porque o valor real depende da diferença de densidade entre as várias camadas da estrela. Dessa forma, o torque deste sistema pode ser dado por:

$$\Gamma = -R\delta(M) \left(\frac{GmR}{a^3}\right) \sin\alpha,\tag{1.9}$$

 $<sup>^4 \</sup>rm Este$  atraso se dá apenas quando o período orbital é mais curto do que o peíodo rotacional, o contrário causa um adiantamento dos bojos.



Figura 1.4: Ângulo de atraso do bojo de maré (fonte: [24]).

onde  $\alpha$  é o ângulo de defasagem do bojo de maré em relação à linha que passa pelos centros das estrelas, então com a densidade constante temos:

$$\Gamma = \frac{Gm^2}{R} \left(\frac{R}{a}\right)^6 \sin\alpha.$$
(1.10)

A figua 1.3 mostra o esquema de um sistema binário onde  $f_1$  e  $f_2$  são as forças que atuam na estrela primária devido a atração de maré,  $\Omega$  é a velocidade de rotação da estrela primária,  $\omega$  é a velocidade orbital da estrela secundária e  $\alpha$ é o ângulo de defasagem. Um observador corrotacionando com a superfície de uma das estrelas do sistema binário, verá que a outra levantará um bojo de maré na estrela em que está, o qual ficará desalinhado por um ângulo proporcional à velocidade angular aparente da outra estrela. Já para um observador fixo, o bojo de maré se atrasará (ou se elevará) em relação à estrela companheira se a frequência angular rotacional ( $\Omega$ ) da primeira estrela for menor (maior) do que a velocidade angular orbital ( $\omega$ )[23].

Segundo o modelo de Tassoul a maré, por si só, não explica o equilíbrio do sistema [25]. Ele defende um mecanismo puramente hidrodinâmico onde, um fluido meridional de larga escala (ou seja, ignorando características de pequenas escalas) é sobreposto em volta do eixo de rotação da componente que está sendo distorcida pela maré em relação à outra componente. As correntes deste fluido deixarão de existir assim que os sistema entrar em equilíbrio. Este mecânismo seria responsável pela sincronização do movimento axial e orbital do sistema. O modelo de Tassoul também explica que este é um mecanismo de freio de longo alcance, ou seja, as binárias do tipo precoce terão sua velocidade rotacional reduzida sem a sincronização efetiva ter sido atingida pelo sistema [25].

Em contra partida, o modelo de Zahn [26] defende que o equilíbrio do sistema é alcançado somente pela maré. Ele afirma que, quanto mais próximos estiverem as componentes do sistema, mais eficiente será a maré, porém isso também depende do processo físico que é responsável pela dissipação de energia cinética. Segundo este modelo existem dois mecanismos responsáveis pela dissipação da energia causada pela interação maré: a viscosidade turbulenta e o amortecimento radioativo. Estes mecanismos irão atuar de acordo com as características da estrela. Nas estrelas com envoltórias convectivas, a viscosidade turbulenta retarda o equilíbrio de maré (onde efeitos de fricção, inércia e a distribuição irregular da massa são ignorados pelo modelo), e em estrelas com envoltória radioativa é o amortecimento radioativo que age na maré dinâmica. O equilíbrio de maré refere-se ao atraso do bojo de maré hidrostático. A maré dinâmica descreve a excitação e o amortecimento das ondas de gravidade na zona radioativa das estrelas. A viscosidade turbulenta ocorre nas estrelas do tipo tardio, ou seja, estrelas das classes espectrais F, G, K e M, estas estrelas possuem um núcleo radioativo e uma envoltória convectiva [27].

Sendo a estrela um plasma sua viscosidade é muito fraca, porém na envoltória a viscosidade é turbulenta e é por isso que o mecanismo se torna eficiente e afeta o movimento do sistema, fazendo com que as estrelas alcancem o equilíbrio. Quando todas as formas de dissipação são desprezadas e a estrela assume o equilíbrio hidrostático, este estado é chamado de equilíbrio de maré. Fora do equilíbrio de maré, as flutuações de maré criam movimentos turbulentos na envoltória convectiva estelar, dissipando a energia e fazendo com que haja uma mudança de fase entre o bojo de maré e o movimento orbital das estrelas. Esta mudança de fase cria torques entre as duas componentes. A viscosidade nessas regiões provoca a dissipação da energia cinética em forma de calor pela fricção viscosa [24], levando o sistema para o estado de energia mecânica mínima, ou seja, o estado de equiíbrio. Como esse mecanismo depende da envoltória convectiva ele é mais significativo em estrelas do tipo tardio. Para estrelas binárias do tipo precoce, O, B e A, que possuem um núcleo convectivo e uma envoltória radioativa, o mecanismo mais eficiente é o amortecimento radioativo.

A principal consequência da atuação das forças e dos torques de maré, é fazer com que o sistema alcance o equilíbrio que é caracterizado pela sincronia entre os períodos rotacional e orbital, pela circularização das órbitas e pela coplanaridade dos eixos [10].

A figura 1.3 mostra as forças e os torques que a estrela primária exerce sobre a secundária devido ao efeito de maré. O ângulo  $\alpha$  mede o atraso da protuberância. Tendo definido o torque nas equações 1.9 e 1.10 vamos considerar a equação seguinte para o ângulo ( $\alpha$ ).

$$\alpha = \frac{\Omega - \omega}{t_f} \left(\frac{R^3}{GM}\right). \tag{1.11}$$

Este ângulo é proporcional a diferença de sincronismo  $(\Omega - \omega)$  e à intensidade do processo físico responsável pela dissipação de energia cinética em calor e, por isso, é inversamente proporcional ao tempo característico do processo de dissipação, ou tempo de fricção  $(t_f)$ . O atraso é responsável pela troca do momentum angular entre a rotação da estrela e seu movimento orbital. A circularização e a sincronização são consequências deste atraso.

Na tabela 1.1 apresentamos os períodos de sincronização e circularização para estrelas de 1 a 15 M $\odot$  esperados para a sequência principal [30]. Na primeira coluna estão identificados os tipos espectrais <sup>5</sup>, e nas colunas 2 e 3 o período de sincronização e circularização respectivamente.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>A tabela de http://www.isthe.com/chongo/tech/astro/HR-temp-mass-table-byhrclass.html foi utilizada para fazer a relação entre massa e tipo espectral.

Tipo Espectral	$P_{sinc}(d)$	$P_{circ}(d)$
B6	$2,\!19$	$1,\!33$
A0	1,92	$1,\!10$
A4-8	$1,\!59$	0.95
A9-F5	1,21	0,75
F8-K1	30	$5,\!6$

Tabela 1.1: Períodos de sincronização e circularização característicos para diferentes faixas espectrais [30].

De acordo com a tabela 1.1, pode-se observar que o período de sincronização diminui com o tipo espectral até o tipo F5, este intervalo é aproximadamente o intervalo para estrelas do tipo precoce, no intervalo de F8-K1 há um aumento significativo no valor do período de sincronização. O mesmo fenômeno pode ser observado para o período de circularização, onde existe uma aparente anti-correlação com o tipo espectral até o tipo F5 e a partir do tipo F8 este valor aumenta. Podese ainda observar que entre os valores de período de sincronização e circularização da tabela há uma correlação, ou seja, em geral, eles diminuem para estrelas do tipo precoce e aumentam para as estrelas do tipo tardio.

Em um estudo mais recente Abt e Boonyarak [31] analisaram uma amostra com 400 estrelas do tipo espectral B0-F0, e classes de luminosidade V e IV. Como resultado eles encontraram estrelas do tipo B sincronizadas com períodos de cerca de 1,65 dias, e para os tipos A0 até F0 com peíodos de cerca de 3 dias, em acordo com o modelo de maré, conforme os resultados mostrados na tabela 1.1 [30].

### 1.5 Sincronização, circularização e alinhamento

O momentum de inércia em relação ao centro da órbita ( $Ma^2$ ) e o*momentum* de inércia com relação ao centro da estrela ( $I < MR^2$ ) são significativamente diferentes, uma vez que o semi-eixo maior a, é maior que o raio R da estrela. Como consequência, o tempo de circularização é bem maior que o tempo de sincronização ou seja a sincronização ocorre antes da circularização [29]. Este fato pode ser mostrado abaixo. O tempo de sincronização é dado por:

$$\frac{1}{t_{sinc}} = -\frac{1}{(\Omega - \omega)} \left(\frac{d\Omega}{dt}\right) = -\frac{\Gamma}{I(\Omega - \omega)},$$
(1.12)

onde I é o momento de inércia da estrela considerada [28]. Com as equações 1.11 e 1.12, considerando que  $\alpha$  é pequeno (sen  $\alpha \approx \alpha$ ) temos:

$$\frac{1}{t_{sinc}} \approx \frac{1}{t_f} q^2 \left(\frac{MR^2}{I}\right) \left(\frac{R}{a}\right)^6, \qquad (1.13)$$

onde q = m/M.

Resolvendo todas as equações a expressão correta pode ser escrita como segue:

$$\frac{1}{t_{sinc}} \approx 6 \frac{k_2}{t_f} q^2 \left(\frac{MR^2}{I}\right) \left(\frac{R}{a}\right)^6, \qquad (1.14)$$

onde  $k_2$  representa a resposta ao campo de dipolo externo devido à estrela companheira sendo também uma função da concentração de massa no interior da estrela [28].

O tempo de circularização da órbita é dado por:

$$\frac{1}{t_{circ}} = -\frac{d\ln(e)}{dt} = \frac{21}{2} \frac{k_2}{t_f} q(1+q) \left(\frac{R}{a}\right)^8, \qquad (1.15)$$

onde a escala de tempo de circularização de um sistema binário próximo depende da separação entre as duas componentes ou do período orbital equivalente [28] [34]. O tempo de circularização da órbita em geral é maior que o tempo de sincronização por um fator de 10<sup>2</sup>.

O alinhamento é alcançado antes da circularização, se os eixos não estiverem alinhados podem causar precessão apsidal, precessão do plano orbital e mudanças no ângulo de inclinação [34]. Contudo, não se sabe se na formação as binárias já apresentam eixos de rotação desalinhados.

# Capítulo 2

## A amostra

Nossa amostra é composta por 1010 estrelas da sequência principal (não evoluídas) e 716 estrelas gigantes e subgigantes (evoluídas). Os tipos espectrais e classes de luminosidade foram obtidos a partir da base de dados do SIMBAD, foram selecionados todos os sistemas binários que possuem dados de período orbital, rotação e excentricidade.

Os dados de período orbital e excentricidade foram obtidos do 9° Catálogo de Binárias Espectroscópicas [35]. Este catálogo possui 2386 sistemas e é de domínio público.

As rotações médias de  $V \sin i$  foram obtidas do Catálogo de Velocidades Rotacionais Projetadas [12]. O catálogo reúne 17490 valores de velocidade equatorial projetada para cerca de 12000 estrelas de todos os tipos espectrais e classe de luminosidade. Ele inclui dados do catálogo de Uesugi e Fukuda [36], que fornece médias dos dados de  $V \sin i$  do antigo sistema Slettebak [37] para 6472 estrelas [38]. O catálogo fornece ainda coordenadas equatoriais, magnitude visual, tipo espectral, erros e métodos das determinações de  $V \sin i$ .

Os dados de 179 binárias espectroscópicas coletados por Abt e Boonyarak [31] dentre os tipos espectrais B, A e F e classes de luminosidade V e IV foram adicionados à amostra após correção para evitar erros sistemáticos. Os dados de 301 binárias espectroscópicas de De Medeiros e colaboradores [39] também foram adicionados à amostra sem a necessidade de uma correção. A calibração aplicada



Figura 2.1: Curva de melhor ajuste para correlação dos dados de Vsin i.

para a correção é mostrada na figura 2.1 e a equação dessa calibração é dada por:

$$V\sin i(AbteBoonyarak) = (0.9212)V\sin i(GlebockieStawikowski) + 1.6708$$
(2.1)

A tabela 2.1 apresenta um resumo de nossa amostra, onde as estrelas foram agrupadas de acordo com o seu tipo espectral e classe de luminosidade.

Т. Е.	V	(IV e III)
O0 a O9	26	17
B0 a B4	85	89
B5 a B9	95	59
A0 a A4 $$	174	49
A5 a A9 $$	47	29
F0 a F4	68	28
F5 a F9	194	45
G0 a G4	128	66
G5 a G9	84	133
K0 a K9	109	201

Tabela 2.1: Quantidade de estrelas por tipo espectral, evoluídas e não evoluídas.

Os sistemas em cada grupo mostrados na tabela 2.1 foram agrupados de acordo com seu período orbital, em intervalos que vão de 0 a 1, 1 a 2, 2 a 4, 4 a 8, 8 a 32, 32 a 256, 256 a 1024, 1024 a 8192 e maior que 8192 dias. Mais detalhes de toda amostra utilizada pode ser vista no apêndice 1.

A curva de melhor ajuste, em cada gráifico mostra a tendência geral entre as grandezas que estão sendo comparadas. Os gráficos de Vsin *i*, em função do período orbital consideram também os limites inferior e superior das estrelas em cada grupo. Esses raios limites foram estimados a partir das calibrações dadas na tabela de classificação estelar<sup>1</sup>. Usando este limite construímos duas linhas em cada gráfico, considerando a distribuição aleatória dos eixos de rotação ( $i = \pi/4$ ) [21]. As linhas vermelhas indicam os raios maiores e as azuis, os raios menores. Todos os gráficos estarão no capítulo seguinte.

 $<sup>^{1}(\</sup>rm http://www.isthe.com/chongo/tech/astro/HR-temp-mass-table-byhrclass.html)$ 

# Capítulo 3

# Resultados e discussões

### 3.1 Velocidade rotacional e período orbital

Os gráficos a seguir mostram a velocidade de rotação em função do período orbital, a velocidade está em quilômetros por segundo e o período em dias. As linhas azul e vermelha nos gráficos representam as linhas de raio de cada grupo indicado na legenda. Estas linhas foram calculadas usando a seguinte equação:

$$v = \frac{2\pi R_*}{P} = 50.61 \frac{R_*}{P},\tag{3.1}$$

onde  $R_*$  é o raio da estrela em quilômetros, e é dado em raios solares e P é o período orbital em segundos. O produto da velocidade pelo período orbital fornece o raio orbital, porém, as linhas de raio foram construídas com os raios das estrelas (conforme o tipo espectral), ou seja, o raio da rotação. Por isso as estrelas que estão nessa faixa estão sincronizadas.

As estrelas foram separadas por tipos espectrais O, B, A, F, G e K. Os tipos espectrais B, A, F e G foram segregados ainda de 0 a 4 e de 5 a 9. Para as estrelas do tipo O e K isso não foi possível devido o número de dados. Vemos na figura 3.1 cinco gráficos,  $V \sin i$  em função do período orbital, para estrelas binárias da sequência principal com tipos espectrais O, B e A. Os sistemas sincronizados nesta figura possuem períodos entre cerca de 0,59 e 5,48 dias (ver tabela 3.1), o que pode ser considerado valores muito pequenos, já que temos dados de períodos maiores

que 8000 dias. Porém estes valores estão de acordo com a literatura. Quando comparamos com os resultados da teoria de maré [30] encontramos estrelas binárias do tipo espectral B com período de sincronização ou período de corte  $(P_c)^1$  de cerca de 2,19 dias e binárias do tipo espectral A sincronizadas com períodos entre 1 e 2 dias aproximadamente (ver tabela 1.1). Os valores aqui encontrados podem ser comparados também com o trabalho de Abt e Bonnyarak [31], onde foram encontrados sistemas de tipos espectrais B e A sincronizadas com períodos entre 2,8 e 3,16 dias. Com a excessão do tipo espectral B, todos os grupos que estão na faixa de sincronia mostram uma anti-correlação entre  $V \sin i$  e período orbital, o que pode ser um indício de transferência de momentum angular da órbita para a rotação. Porém nos gráficos dos tipos espectrais O e B, os valores de  $V \sin i$  são aproximadamente constantes. Em ambos os gráficos do tipo A vemos claramente a anticorrelação entre  $V \sin i$  e período orbital nos grupos sincronizados, o mesmo não se pode dizer dos grupos não sincronizados, para os quais não parece haver qualquer relação física entre  $V \sin i$  e período orbital.

Com boa aproximação, um sistema binário pode ser considerado um sistema isolado uma vez que outros corpos celestes não estão perto o suficiente para que haja interações físicas significantes. Portanto o momentum angular neste sistema se conserva. Conforme a estrela secundária se aproxima da primária, devido a atração gravitacional, o raio orbital diminui, ou seja, a estrela secundária perde momentum angular, mas a estrela pimária ganha este momentum, aumentando sua rotação, assim o momentum permanece constante no sistema.

A figura 3.2 mostra o comportamento das estrelas da sequência principal do tipo tardio. No geral os períodos de sincronização ainda são baixos. O comportamento dos sistemas binários nesta figura é consistente com os resultados teóricos de Zahn [30] e observacionais de Abt e Boonyarak [31]. Zahn [30] encontrou estrelas do tipo F0-F5 com períodos de sincronização de cerca de 1,21 dias (ver tabela 1.1) e Abt e Boonyarak [31] encontraram estrelas do tipo F0 sincronizadas com período de cerca de 3,02 dias. Nos painéis A e B apontam  $P_c$  entre 3 e 4,9 dias

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>período abaixo do qual todos os sistemas atingem o estado de sincronização.


Figura 3.1: Velocidade de rotação Vsin i, em função do período orbital para estrelas da sequência principal e os tipos espectrais O, B e A. As linhas limitam a região onde os sistemas estão sincronizados. As barras de erro foram obtidas pelo método de bootstrap e indicam um intervalo de confiança de 95% para as médias.



Figura 3.2: Velocidade de rotação Vsin i, em função do período orbital para estrelas da sequência principal e os tipos espectrais F, G e K. As linhas limitam a região onde os sistemas estão sincronizados. As barras de erro foram obtidas pelo método de bootstrap e indicam um intervalo de confiança de 95% para as médias.

(ver tabela 3.1), que são da mesma ordem dos valores encontrados na literatura [30][31]. No painel C, as estrelas do tipo G sincronizam em períodos abaixo de 3,8 dias. No painel D observamos que os sistemas com tipos espectrais G5-G9 apresentam períodos de corte de cerca de 18 dias. Tal resultado está de acordo com o modelo de maré de Zahn [30], que prevê um período de até 30 dias para estrelas de tipo G da sequência principal. Nas estrelas G do tipo tardio e nas estrelas K temos uma quantidade maior de grupos sincronizados. As estrelas do tipo K voltam a sincronizar com período mais baixo (cerca de 6,89 dias). Isso parece um forte indício em favor do modelo de Zahn, uma vez que nesses tipos espectrais as estrelas apresentam uma extensa envoltória convectiva. Notamos mais uma vez que nas faixas de sincronização existe uma anti-correlação entre velocidade e período. Para o tipo espectral F do tipo tardio, as estrelas não sincronizadas, com a excessão do sétimo e oitavo grupos.

As figuras 3.3 e 3.4 apresentam estrelas evoluídas, subgigantes (classe IV) e gigantes (classe III). Observa-se que as estrelas sincronizam com valores de período relativamente baixos, variando entre 1,46 e 5,56 dias. Estes valores também são próximos dos resultados obtidos por Abt e Bonnyarak [31]. Embora a velocidade rotacional não apresente variações significativas para as estrelas sincronizadas, também existe uma anti-correlação entre período orbital e velocidade rotacional, com a excessão do gráfico com estrelas do tipo espectral A do tipo tardio. Isso pode ser comprovado na tabela 3.2, onde se observa valores de anti-correlação para todos os tipos espectrais, com excessão do tipo espectral A5-A9. Os detalhes da tabela 3.2 serão discutido nas páginas seguintes. Para as estrelas fora da faixa de sincronia as estrelas continuam com valores de  $V \sin i$  próximos, com excessão de dois grupos para o tipo espectral B0-B4, um grupo em A0-A4 e dois em A5-A9. Porém esta pequena variação de  $V \sin i$  para tipos espectrais não surpreende, uma vez que as velocidades não foram influenciadas pelo processo de sincronização.

Além disso, nas estrelas do tipo espectral B do tipo precoce temos um sistema de período baixo que não está sincronizado e sua velocidade rotacional também



Figura 3.3: Velocidade de rotação Vsin i, em função do período orbital para estrelas subgigantes e gigantes e os tipos espectrais O, B e A. As linhas limitam a região onde os sistemas estão sincronizados. As barras de erro foram obtidas pelo método de bootstrap e indicam um intervalo de confiança de 95% para as médias

é baixa em relação às outras estrelas do gráfico. Este grupo contém apenas um sistema, então não podemos fazer afirmações seguras sobre seu comportamento sem um estudo mais detalhado. Porém ele está circularizado, como o tempo de sincronização é menor que o tempo de circularização, podemos afirmar que este sistema se encontra sincronizado. O desvio da faixa de sincronização pode estar relacionado à classificação espectral inadequada que resulta em uma subestimação do raio, ou a uma baixa inclinação do eixo rotacional, que diminui o valor de  $V \sin i$ .

Na figura 3.4 as estrelas dos tipos espectrais F e G precoces mostram-se sincronizadas com baixos períodos orbitais, porém a faixa de período de estrelas sincronizadas é maior, chegando a aproximadamente 12 dias para o tipo F e 100 dias para o tipo G. Já nos tipos mais tardios os primeiros grupos sincronizados dos tipos F e G possuem período de cerca de 10 dias. Os grupos com período acima de 100 dias também podem ser encontrados dentro da faixa de sincronia, como é o caso do grupo com período de cerca de 460 dias para o tipo G e 580 dias para o tipo K. Este é um aumento bastante siginificativo quando comparamos com as estrelas da sequência principal. Massaroti [40] também encontrou binárias gigantes com período de vido ao fato de que as estrelas já possuem envoltória convectiva bastante desenvolvida, então o mecânismo de frição viscosa se torna muito eficiente nestas estrelas, levando à sincronização mesmo os sistemas com longos períodos orbitais.

Nos gráficos das estrelas subgigantes e gigantes também se observa grupos de estrelas binárias antes da faixa de sincronia e, pela primeira vez, a sequência de estrelas sincronizadas é interrompida, como se pode ver nas estrelas do tipo K. Mas os sistemas deste grupo também se encontram circularizados e o fato deles não ocuparem a faixa de sincronização provavelmente se deve também à classificação espectral inadequada que resulta em uma subestimação do raio, ou a uma baixa inclinação do eixo rotacional, que diminui o valor de  $V \sin i$ .

Vimos que nos gráficos acima, a maioria das estrelas sincronizadas possuem



Figura 3.4: Velocidade de rotação Vsin i, em função do período orbital para estrelas subgigantes e gigantes e os tipos espectrais F, G e K. As linhas limitam a região onde os sistemas estão sincronizados. As barras de erro foram obtidas pelo método de bootstrap e indicam um intervalo de confiança de 95% para as médias.

uma anti-correlação entre período orbital e velocidade rotacional projetada. A tabela 3.2, de uma forma geral, reforça essa observação.

#### 3.1.1 Relação entre período de sincronização e tipo espectral

A tabela 3.1 mostra o período de corte calculado em cada tipo espectral. A primeira coluna mostra os tipos espectrais, a segunda coluna mostra o período de corte para cada tipo espectral, que foi determinado a partir dos gráficos como sendo o último grupo de sistemas binários dentro da faixa de sincronia. A terceira e a quarta coluna mostram respectivamente os valores de excentricidade e velocidade rotacional deste grupo. Os sistemas estão separados por classe de luminosidade (estrelas evoluídas ou não evoluídas).

		Classe V		Classe	IV	e III
Т. Е.	$P_c(d)$	Exc.	$V \sin i(km/s)$	$P_c(d)$	Exc.	$V \sin i(km/s)$
O 0-9	$^{5,5}$	$0,\!27$	106	5,1	$0,\!27$	154
B 0-4	$^{2,8}$	$0,\!09$	131	$^{5,1}$	$0,\!31$	92
B 5-9	$^{1,6}$	$0,\!14$	147	$^{3,1}$	$0,\!14$	70
A 0-4	$2,\!9$	$0,\!08$	39	2,9	$0,\!29$	30
A 5-9	$^{2,7}$	$0,\!06$	37	$^{4,1}$	0	42
F 0-4	4,9	$0,\!02$	9	12,2	$0,\!32$	11
F 5-9	$^{3,0}$	$0,\!01$	19	$53,\!4$	$0,\!30$	14
G 0-4	3,8	0,01	13	100,7	$0,\!27$	8
G 5-9	$17,\!5$	$0,\!24$	2	462,7	$0,\!08$	14
K 0-9	$6,\!89$	$0,\!1$	5	582,9	$0,\!25$	3

Tabela 3.1: Período de corte para cada tipo espectral e seus respectivos valores de excentricidade e rotação.

As velocidades de corte (velocidade correspondente ao período de corte) para estrelas da sequência principal no geral decrescem com o tipo espectral [18]. As estrelas frias (tipo espectral a partir de F5) rotacionam mais devagar tipicamente com  $V \sin i < 10 km/s$ . As estrelas quentes rotacionam em média com velocidades maiores que 100 km/s. Esta diferença se deve ao fato de as estrelas frias estarem sujeitas ao freio magnético, que por meio do vento estelar retira *momentum* angular das estrelas diminuindo sua rotação [41][42][43]. O freio magnético pressupõe a existência de uma envoltória convectiva na estrela, a qual mantém o dinâmo estelar que alimenta o campo magnético [44].

No caso das estrelas gigantes, as observações feitas por Gray [45] confirmam a existência do freio rotacional para a faixa espectral G0-G3. A tabela 3.1 confirma este resultado, apesar de observarmos uma aparente queda da rotação no tipo espectral F0.

Classificação	Prob	ρ	Classificação	Prob	ρ
00-K9 V	0.1043	0.5	O0-K9 IV e III	0.0052	0.8
O0-A9 V	0.4500	-0.5	O0-A9 IV e III	0.2189	-0.6
F0-K9 V	0.3500	0.6	F0-K9 IV e III	0.0167	1.0

Tabela 3.2: Correlação entre período de corte e tipo espectral.

A tabela 3.2 mostra os valores de probabilidade e de  $\rho$  entre os tipos espectrais e os períodos de corte. Estes dados de correlação foram obtidos usando o teste de correlação de Spearman, teste estatístico não paramétrico, que não pressupõe um modelo ou uma hipótese sobre a distribuição da população. Este teste é usado para estimar uma classificação baseada na associação: são calculados as probabilidades e o valor de  $\rho$ . Quanto mais próximo de 1 for o módulo de  $\rho$ , melhor a correlação (para  $\rho$  positivo) ou a anti-correlação (para  $\rho$  negativo).

A primeira linha da tabela apresenta os valores para todos os tipos espectrais, separados apenas pela classe de luminosidade. As demais linhas mostram os valores de correlação para os mesmos tipos espectrais, mas agora separados em subgrupos. Observa-se que o valor de  $\rho$  apresenta uma correlação entre período de corte e tipo espectral, e este valor melhora para estrelas evolúidas. Nas linhas seguintes com os subgrupos, observa-se que de O0-A9 existe uma anti-correlação e de F0-K9, uma correlação, que assim como observado na primeira linha, ela aumenta para estrelas evoluídas. Deve-se destacar o subgrupo de F0-K9 do grupo das estrelas evoluídas que possui  $\rho = 1$  que representa uma correlação perfeita, o valor da probabilidade, entretanto é muito baixo, indicando que essa correlação

não é real. Mathieu e Mazeh [33] afirmam que o período de corte pode ser usado para datar as binárias, pois ele é proporcional à idade das estrelas.

#### 3.1.2 Relação entre rotação e período orbital

A tabela 3.3 apresenta os dados de correlação entre período orbital e velocidade rotacional. Na primeira coluna estão os tipos espectrais segregados como já apresentada nos gráficos. Na coluna 2 e 3 temos respectivamente os valores de probabilidade e os valores de  $\rho$ . Estes dados de correlação foram obtidos usando o teste de correlação de Spearman.

	Classe V		Classe IV e III	
T.E.	Prob	ρ	Prob	ρ
O 0-9	$0,\!2417$	-0,6	$0,\!4167$	-0,6
B 0-4	0,2992	-0,4	0,7081	+0,1
B 5-9	$0,\!1966$	-0,5	0,4618	$^{+0,3}$
A 0-4	0,1206	-0,5	0,7520	+0,1
A 5-9	$0,\!4976$	+0,3	1	0
F 0-4	$0,\!4366$	-0,3	1	0
F 5-9	0,0060	-0,8	0,3024	-0,4
G 0-4	0,0432	-0,7	0,0138	-0,8
G 5-9	0,0030	-0,8	0,0045	-0,9
K 0-9	0,0503	-0,7	0,0011	-0,9

Tabela 3.3: Correlação entre período orbital e rotação para estrelas evoluídas e não evoluídas.

Considerando que os valores de  $| \rho | > 0.5$  são valores significativos de correlações, observamos que para as estrelas da sequência principal há uma boa anti-correlação entre período e rotação nos tipos espectrais O e de F5 até K9 e para as estrelas gigantes e subgigantes observamos também uma anticorrelação para os tipos espectrais O e de G0 até K9.

#### 3.2 Excentricidade e período orbital

As figuras 3.5 e 3.6 mostram a relação entre excentricidade e período orbital. Os sistemas foram segregados da mesma forma que nas figuras 3.1 e 3.2 e ambos os eixos estão em escala logarítmica. A linha horizontal indica excentricidade de corte assumida como sendo igual a 0.1, os sistemas nos grupos abaixo desta linha serão considerados circularizados. A linha vertical indica o período de corte para a sincronização em cada tipo espectral, como mostrado na tabela 3.1, de modo que os sistemas nos grupos que ocupam o terceiro quadrante dos gráficos serão considerados como sincronizados e circularizados. As binárias com excentricidade igual a zero foram consideradas como sendo 0, 01 para que possam ser analisadas nos gráficos ainda que os eixos estejam em logarítmo.

Considerando inicialmente os sistemas com estrelas de tipo precoce e de classe V, observamos grupos de SBs circularizados e sincronizados. De acordo com Zahn (Ver equações 8 e 9 em [30]), o tempo de sincronização é menor do que o tempo de circularização ou seja, as estrelas circularizadas já atingiram o estado de sincronização entre períodos orbital e rotacional. Isso pode ser notado calculando a razão entre estas escalas de tempo, de acordo com as equações 1.14 e 1.15 da seção 1.5 temos:

$$\frac{t_{sinc}}{t_{circ}} = \frac{21}{12} \frac{(1+q)}{q} \left(\frac{I}{MR^2}\right) \left(\frac{R}{a}\right)^2 \tag{3.2}$$

A grande diferença entre estas duas escalas de tempo é a disparidade dos momentos de inércia, para a órbita, cerca de  $Ma^2$  e para a estrela  $I < MR^2$  [29]. Analizando cada fração acima vemos que a primeira e a segunda são maiores que 1 e a terceira e a quarta são menores que 1, porém a diferença significativa está em  $(R/a)^2$  onde a é o semi-eixo maior da órbita, enquanto que R é o raio da estrela então R < a, além disso a equação 3.2 nos fornece este termo elevado por um fator 2.

Na figuras 3.5 e 3.6 observa-se que alguns grupos estão aparentemente circularizados mas não sincronizados. Além das ressalvas destacadas na seção 3.1, é possível que estes grupos contenham sistemas que sincronizam com períodos mais longo, um pouco acima do período de corte típico.

Quando os sistemas binários possuem um períodos médio longo, não parece existir uma relação clara entre o período e a excentricidade. Por outro lado, se os



Figura 3.5: Excenticidade em função do período orbital para os tipos espectrais O, B e A, da sequência principal. As barras de erro foram obtidas pelo método de bootstrap e indicam um intervalo de confiança de 95% para as médias.

períodos forem curtos (aproximadamente entre 1 e 5 dias) então é provável que as estrelas estejam mais próximas da circularização [46]. Por exemplo as estrelas da sequência principal do tipo O, B0-B4 e A0-A4 circularizam com período menor que quatro dias, estrelas do tipo A5-A9 circularizam com períodos menor que dois dias.

De acordo com a tabela 1.1 estrelas do tipo B deveriam apresentar órbitas circulares com períodos de aproximadamente 1,33 dias e estrelas do tipo A com períodos menor que 1 dia. Abt [46] também encontrou sistemas binários circularizados com períodos entre um e três dias. Isso também é observado na figura 3.5.

A figura 3.6 mostra os sistemas com estrelas dos tipos espectrais F, G e K. Observa-se que os sistemas com estrelas do tipo espectral F circularizam com período menor que oito dias, enquanto o tipo espectral G, circularizam com períodos menores que quatro dias, e para o tipo espectral K a circularização ocorre para períodos de até cerca de 14 dias. Estes valores estão de acordo com a teoria de maré [30], que prevê que sistemas com estrelas do tipo espectral F5 com período menor que um dia estão circularizados. Para sistemas com estrelas do tipo espectral F8, o período de circularização é de aproximadamente 5,6 dias. E importante mencionar que para as binárias do tipo espectral F, Abt [46] encontrou valores para peíodos de circularização menores que dois dias e para sistemas entre o tipos espectrais G e M, os períodos de circularização encontrados foram menores que cinco dias. Os resultados de Abt [46] também mostram que a partir do tipo espectral F0 para binárias com período orbital maior do que  $10^5$  dias todas as excenticidades são igualmente prováveis. De acordo com [46], os sistemas com períodos entre 32 e 100 dias não apresentam excenticidades acima de 0,8; os sistemas com períodos entre 10 e 32 dias não apresentam excentricidade acima de 0,7 e os sistemas com períodos entre 3,2 e 10 dias não apresentam excentricidade acima de 0,3. Nossos resultados parecem limitar mais estes intervalos, ou seja, para períodos entre 32 e 100 dias as binárias apresentam excenticidades abaixo de 0.53, para períodos entre 10 e 32 dias as binárias apresentam excentricidade



Figura 3.6: Excenticidade em função do período orbital para os tipos espectrais F,  $G \in K$ , da sequência principal. As barras de erro foram obtidas pelo método de bootstrap e indicam um intervalo de confiança de 95% para as médias.

abaixo de 0,4 e para períodos entre 3,2 e 10 dias todas as excenticidades possuem valores menores que 0,27.

As figuras 3.7 e 3.8 apresentam a distribuição em função do período para as SBs com componente evoluída. Observamos que os sistemas binários desenvolvidos do tipo espectral O circularizam com período menor que quatro dias, as binárias dos tipos espectrais B0-B4 e A0-A4 circularizam com períodos menores que oito dias e as binárias do tipo espectral B5-B9 com período menor que quatro dias. Com exceção dos paineis B e C observa-se ainda grupos com SBs circularizados e não sincronizados. Para os sistemas com tipo espectral O, por sua vez estão apenas sincronizadas ou circularizadas e sincronizadas, ou ainda em nenhum destes dois estados, tendo portanto um comportamento típico como previsto pela teoria de maré [30].

Na figura 3.8 vemos que as binárias dos tipos espectrais F e G precoces circularizam com períodos menores que oito dias, mas os tipos espectrais F e G tardio e o tipo espectral K possuem binárias que circularizam com períodos mais longos. No tipo espectral F5-F9 os sistemas circularizam com períodos de cerca de cinquenta dias, no tipo espectral G5-G9, mais de 400 dias e no tipo K por volta de 200 dias. Observa-se que os períodos de circularização das estrelas gigantes, em geral, são maiores que o período de circularização das estrelas da sequência principal. Mayor e Mermilliod [47] analizaram os parâmetros orbitais para 33 binárias anãs vermelhas e 17 binárias gigantes vermelhas de aglomerados abertos com o objetivo de encontrar uma escala de tempo para a circularização orbital, eles encontraram períodos de circularização para gigantes vermelhas de cerca de 127 dias. Massaroti et al. [40] estudaram a rotação das estrelas gigantes e encontraram órbitas circularizadas para binárias com períodos de até cerca de 20 dias. Contudo tanto para a figura 3.7, como para a 3.8 vemos novamente a tendência de circularização para os períodos ainda mais baixos. Entretanto, deve-se levar em conta que aqui temos apenas sistemas circularizados e sincronizados, ou apenas sincronizados como é o esperado pela teoria de maré [30]. Novamente evidenciamos o fato de estas estrelas terem sua envoltória convectiva bem evoluída. Em



Figura 3.7: Excenticidade em função do período orbital para os tipos espectrais O, B e A, subgigantes e gigantes. As barras de erro foram obtidas pelo método de bootstrap e indicam um intervalo de confiança de 95% para as médias.



Figura 3.8: Excenticidade em função do período orbital para os tipos espectrais F,  $G \in K$ , subgigantes e gigantes. As barras de erro foram obtidas pelo método de bootstrap e indicam um intervalo de confiança de 95% para as médias.

relação às binárias que estão apenas sincronizadas, é uma evidência que o sistema ainda sofre a interação de maré [22].

#### **3.3** Velocidade rotacional e excentricidade

Nas figuras 3.9 e 3.10, apresentamos os gráficos da velocidade rotacional em função da excentricidade. As linhas verticais indicam a excentricidade de corte para a circularização, ou seja, todos os grupos de sistemas que aparecem antes da linha estão circularizados. As linhas pretas são os melhores ajustes lineares para os pontos.

Podemos observar nos gráficos da figura 3.9 que para estrelas do tipo espectral O existe uma correlação entre os valores de  $V \sin i$  e excentricidade e uma correlação significativa para o tipo espectral A tardio. Para os tipos espectrais B e A0-A4 observamos uma anti-correlação.

A anti-correlação se acentua na figura 3.10 que mostra as binárias tardias da sequência principal.

No ramo das subgigantes e gigantes (figura 3.11) nos deparamos com valores de  $V \sin i$  sem diferenças significativas entre as binárias que já alcançaram o equilíbrio e as que ainda não alcançaram. Isso é consistente com a figura 3.3, onde o valor de  $V \sin i$  variava muito pouco entre as estrelas sincronizadas e as não sincronizadas.

Já para as estrelas do tipo tardio observamos novamente a anticorrelação para a maioria dos tipos espectrais com exceção do painel A.

A tabela 3.4 mostra os dados de correlação entre excentricidade e  $V \sin i$ . Na primeira coluna estão os tipos espectrais, segregados por classe de luminosidade e intervalos de massa, conforme estão apresentados nos gráficos. Na coluna 2 e 3 temos os valores de probabilidade e os valores de  $\rho$ , respectivamente. Estes dados de correlação foram obtidos usando o teste de correlação de Spearman, descrito na seção 3.1.2. Os resultados mencionados acima são confirmados pela tabela 3.4.



Figura 3.9: Velocidade rotacional Vsin i em função da excenticidade para os tipos espectrais O, B e A, da sequência principal. A linha vermelha, vertical indica a circularização de corte. As barras de erro foram obtidas por bootstrap com 95% de confiança.



Figura 3.10: Velocidade rotacional  $V \sin i$  em função da excenticidade para os tipos espectrais F, G e K, da sequência principal. A linha vermelha, vertical indica a circularização de corte. As barras de erro foram obtidas por bootstrap com 95% de confiança.



Figura 3.11: Velocidade rotacional Vsin i em função da excenticidade para os tipos espectrais O, B e A, das classes subgigantes e gigantes. A linha vermelha, vertical indica a circularização de corte. As barras de erro foram obtidas por bootstrap com 95% de confiança.



Figura 3.12: Velocidade rotacional  $V \sin i$  em função da excenticidade para os tipos espectrais F, G e K, das classes subgigantes e gigantes. A linha vermelha, vertical indica a circularização de corte. As barras de erro foram obtidas por bootstrap com 95% de confiança.

	Classe V		Classe IV e III	
T.E.	Prob	ρ	Prob	$\rho$
O 0-9	0,8028	-0,1	0,8696	-0,1
B 0-4	0,2000	-0,6	0,5364	-0,2
B 5-9	$0,\!1710$	-0,5	0,4101	-0,3
A 0-4	0,2499	-0,4	0,6646	+0,2
A 5-9	$0,\!6615$	+0,2	$0,\!9347$	+0,5
F 0-4	$0,\!4933$	-0,2	$0,\!6583$	+0,2
F 5-9	0,0045	-0,8	0,4976	-0,3
G 0-4	0,0311	-0,7	0,0447	-0,6
G 5-9	0,0045	-0,8	0,0024	-0,9
K 0-9	0,0525	-0,6	0,0011	-0,9

Tabela 3.4: Correlação entre excenticidade e rotação para os sistemas binários com componentes evoluídas e não evoluídas.

Os valores negativos de  $\rho$ , encontrado na maioria dos tipos espectrais indicam uma anti-correlação entre excenticidade e  $V \sin i$ . Isso é um resultado esperado já que há uma tendência para que altos valores de  $V \sin i$  apresentem baixas excentricidades. Os grupos que apresentam alto valor de  $\rho$  são formados por estrelas que possuem envoltórias convectivas mais desenvolvidas. Este resultado é consistente com o modelo de Zahn [28], o qual prevê que o torque de maré que afeta a rotação se torna mais eficiente a medida que ocorre a fricção turbulenta na envoltória convectiva. A anticorrelação mostrada para estrelas evoluídas do tipo G também reforça os resultados do estudo de De Medeiros et al. [48] que aponta um aumento da rotação para este tipo espectral como resultado do efeito de maré. O aumento da eficiência do torque de maré acontece a medida que ocorre o aprofundamento da envoltória convectiva.

### Capítulo 4

### Conclusões

O objetivo principal deste trabalho foi analisar o período de corte de sincronização e circularização para constatar o período máximo com que as estrelas binárias alcançam seu estado de equilíbrio. Para isso coletamos os dados de período, excentricidade e rotação para 1538 binárias dos tipos espectrais de O a K entre estrelas da sequência principal, subgigantes e gigantes.

As estrelas da sequência principal sincronizam com período de cerca de 17 dias, enquanto no ramo das subgigantes e gigantes este período pode chegar até cerca de 580 dias. Da mesma forma para os valores de períodos de circularização encontramos cerca de 14 dias para a sequência principal e 400 dias para o ramo das subgigantes e gigantes. Constatamos que para a maioria dos tipos espectrais há uma correlação entre o tipo espectral e o periodo de corte. As correlações entre período e rotação, e entre excentricidade e rotação são mais significativas a partir do tipo espectral F5, para estrelas não evoluídas e a partir do tipo espectral G para estrelas evoluídas. Esse resultado é consistente com a teoria de maré de Zahn, que relaciona a eficiência do efeito de maré à fricção turbulenta na zona convectiva da estrela.

Todos os resultados do nosso trabalho podem ser resumidos nas tabelas 1 e 2 do apêndice 1, onde os dados estão detalhados da seguinte forma, na primeira coluna estão os intervalos de período nos quais as estrelas foram agrupadas, na segunda coluna estão as quantidades de sistema em cada intervalo, nas colunas 3, 4 e 5 estão as médias de período, excentricidade e rotação e nas colunas 6 e 7 estão as informações sobre se os sistemas estão sincronizados e circularizados. Nas tabelas 3 e 4 estão os dados da curva de melhor ajuste dos gráficos, na primeira e na segunda coluna encontramos a divisão das estrelas por tipo espectral e classe de luminosidade, na terceira e quarta coluna temos os coeficientes linear e angular de cada curva e na quinta coluna, o rms de cada curva.

# Capítulo 5

## Perspectivas

Com o objetivo de continuar este trabalho, propomos as seguintes atividades a serem realizadas:

- analisar cada fase evolutiva dos sistemas binários afim de entender a disparidade nos períodos de corte entre as estrelas desenvolvidas e não desenvolvidas;
- estudar o freio rotacional nas estrelas frias e verificar possíveis influências no estado de equilíbrio das estrelas binárias;
- Calcular a profundidade da zona convectiva das estrelas para compará-las compará-las com as variações de rotação e elementos orbitais.
- Separar os sistemas em SB1 e SB2 para analisar o efeito da distância entre as estrelas.

Apêndice A

Int Per (d)	Ν	P (d)	Exc	$V \sin i(km/s)$	$\mathbf{S}$	С
		O0-O9 Classe V				
0 - 1	0	0	0	0	-	-
1 - 2	3	$1,\!46$	0	179	$\sin$	$\sin$
2 - 4	8	3,32	$0,\!04$	133	$\operatorname{sim}$	$\sin$
4 - 8	6	$5,\!49$	$0,\!27$	107	$\operatorname{sim}$	não
8 - 32	2	$21,\!57$	0.24	196.5	não	não
32 - 256	2	$50,\!07$	$0,\!05$	$63,\!32$	não	$\sin$
256 - 1024	0	0	0	0	-	-
1024 - 8192	0	0	0	0	-	-
> 8192	5	9247	$0,\!67$	127,3	não	não
		B0-B4 Classe V				
0 - 1	0	0	0	0	-	-
1 - 2	15	1,52	$0,\!03$	128	$\sin$	$\sin$
2 - 4	25	2,79	$0,\!09$	131	$\sin$	$\sin$
4 - 8	13	$6,\!56$	$0,\!16$	123,5	não	não
8 - 32	11	17,5	$^{0,3}$	105	não	não
32 - 256	13	$83,\!3$	$0,\!27$	143,9	não	não
256 - 1024	3	697,4	$0,\!37$	$103,\!07$	não	não
1024 - 8192	2	5268	$^{0,1}$	$104,\!4$	não	$\sin$
> 8192	3	34835	0	$125,\! 6$	não	$\sin$
		B5-B9 Classe V				
0 - 1	2	0,92	$0,\!13$	$79,\!15$	$\sin$	não
1 - 2	8	$1,\!64$	$0,\!14$	147	$\sin$	$\sin$
2 - 4	29	2,8	$0,\!09$	84,9	não	$\sin$
4 - 8	21	$5,\!51$	$^{0,1}$	82,9	não	$\sin$
8 - 32	18	16,22	$0,\!23$	$98,\!51$	não	não
32 - 256	8	137,4	$0,\!53$	70,72	não	não
256 - 1024	4	567,3	$0,\!2$	$79,\!9$	não	não
1024 - 8192	5	3799	$0,\!56$	$59,\!13$	não	não
> 8192	0	0	0	0	-	-

Tabela 1: Valores detalhados de cada grupo de binárias da sequência principal. Na primeira coluna são dados os intervalos de períodos nos quais os sistemas foram agrupados, na segunda coluna temos a quantidade de sistemas contidas neste intervalo, em seguida, seu período orbital médio, excentricidade média e velocidade rotacional média, nas duas últimas colunas as informações sobre sincronização e circularização respectivamente

Int Per (d)	Ν	P (d)	Exc	$V \sin i(km/s)$	S	С
		A0-A4 Classe V				
0 - 1	9	0,74	0,02	145	$\sin$	$\sin$
1 - 2	30	$1,\!61$	$0,\!02$	79	$\sin$	$\sin$
2 - 4	32	$2,\!89$	$0,\!08$	39,1	$\sin$	$\sin$
4 - 8	30	$5,\!56$	$0,\!11$	43	não	$\sin$
8 - 32	43	$16,\!85$	$0,\!29$	$73,\!24$	não	não
32 - 256	10	84,5	$0,\!12$	39,5	não	$\sin$
256 - 1024	5	$344,\!8$	$0,\!34$	88,5	não	não
1024 - 8192	12	1928	$0,\!58$	39,7	não	não
> 8192	3	64576	$0,\!59$	33,7	não	não
		A5-A9 Classe V				
0 - 1	6	0,59	0	$91,\!17$	$\sin$	$\sin$
1 - 2	11	1,81	$0,\!05$	59,07	$\operatorname{sim}$	$\sin$
2 - 4	9	2,77	$0,\!06$	$37,\!27$	$\operatorname{sim}$	$\sin$
4 - 8	0	0	0	0	-	-
8 - 32	7	12,7	$0,\!04$	82	não	$\sin$
32 - 256	6	$71,\!21$	$0,\!41$	$88,\!62$	não	não
256 - 1024	4	440,7	$0,\!21$	$73,\!25$	não	não
1024 - 8192	4	6023	$0,\!45$	$147,\!3$	não	não
> 8192	0	0	0	0	-	-
		F0-F4 Classe V				
0 - 1	2	$0,\!6$	$0,\!02$	152	não	$\sin$
1 - 2	2	1,93	$0,\!03$	30,7	$\operatorname{sim}$	$\sin$
2 - 4	4	$2,\!17$	$0,\!02$	$29,\!18$	$\operatorname{sim}$	$\sin$
4 - 8	12	4,88	$0,\!02$	$9,\!69$	$\operatorname{sim}$	$\sin$
8 - 32	16	20,01	$0,\!36$	29,7	não	não
32 - 256	10	103,9	$0,\!27$	45,72	não	$\sin$
256 - 1024	10	529	$_{0,5}$	$27,\!6$	não	não
1024 - 8192	10	5702	$0,\!36$	$67,\!8$	não	não
> 8192	2	70126	$0,\!54$	13,4	não	não
		F5-F9 Classe V				
0 - 1	10	$0,\!45$	0	142	sim	$\sin$
1 - 2	10	$1,\!37$	$0,\!01$	29,8	$\sin$	$\sin$
2 - 4	24	3,03	$0,\!01$	19	$\sin$	$\sin$
4 - 8	32	$6,\!05$	$0,\!12$	$13,\!8$	não	$\sin$
8 - 32	45	$16,\!12$	$0,\!23$	$10,\!11$	não	não
32 - 256	31	101,2	$0,\!42$	8,8	não	não
256 - 1024	18	576	$0,\!36$	11,74	não	não
1024 - 8192	22	2317	$0,\!53$	$13,\!6$	não	não
> 8192	2	10540	0,79	$6,\!3$	não	não

Tabela 2: Valores detalhados de cada grupo de binárias da sequência principal. Na primeira coluna são dados os intervalos de períodos nos quais os sistemas foram agrupados, na segunda coluna temos a quantidade de sistemas contidas neste intervalo, em seguida, seu período orbital médio, excentricidade média e velocidade rotacional média, nas duas últimas colunas as informações sobre sincronização e circularização respectivamente (continuação).

Int Per (d)	Ν	P (d)	Exc	$V \sin i(km/s)$	S	С
		G0-G4 Classe V				
0 - 1	12	0,64	0,01	36,9	não	sim
1 - 2	2	1,92	$0,\!04$	$51,\!5$	não	$\operatorname{sim}$
2 - 4	10	$3,\!86$	$0,\!01$	13,  48	$\operatorname{sim}$	$\operatorname{sim}$
4 - 8	8	$5,\!12$	$0,\!01$	$24,\!11$	não	$\operatorname{sim}$
8 - 32	20	$20,\!18$	$0,\!21$	$4,\!38$	não	não
32 - 256	24	$100,\!63$	$0,\!35$	$5,\!30$	não	não
256 - 1024	10	572,9	$0,\!57$	2,01	não	não
1024 - 8192	28	3973	$0,\!49$	$7,\!57$	não	não
> 8192	14	24985	$0,\!48$	$5,\!65$	não	não
		G5-G9 Classe V				
0 - 1	6	$0,\!5$	0	105,8	$\sin$	$\sin$
1 - 2	2	1,84	0	25	$\operatorname{sim}$	$\sin$
2 - 4	6	2,92	0	$13,\!68$	$\operatorname{sim}$	$\sin$
4 - 8	12	$6,\!48$	$0,\!01$	9,74	$\operatorname{sim}$	$\sin$
8 - 32	12	$17,\!48$	$0,\!24$	2,76	$\operatorname{sim}$	não
32 - 256	10	62,7	$0,\!21$	6,04	não	$\sin$
256 - 1024	12	691,3	$0,\!43$	$3,\!14$	não	não
1024 - 8192	16	2990	$0,\!38$	4,97	não	não
> 8192	8	9911	$0,\!29$	1,7	não	não
		K0-K9 Classe V				
0 - 1	6	$0,\!45$	0	115,2	$\operatorname{sim}$	$\sin$
1 - 2	12	$1,\!35$	0	26,3	$\operatorname{sim}$	$\sin$
2 - 4	8	$3,\!31$	$0,\!01$	10,4	$\operatorname{sim}$	$\sin$
4 - 8	10	$6,\!89$	$^{0,1}$	5	$\operatorname{sim}$	$\sin$
8 - 32	14	14,09	$0,\!07$	$6,\!65$	não	$\sin$
32 - 256	18	94,9	$0,\!48$	$6,\!43$	não	não
256 - 1024	17	$520,\! 6$	$0,\!43$	$^{8,15}$	não	não
1024 - 8192	20	2528	$0,\!6$	8,14	não	não
> 8192	4	30719	$^{0,5}$	$1,\!9$	não	não

Tabela 3: Valores detalhados de cada grupo de binárias da sequência principal. Na primeira coluna são dados os intervalos de períodos nos quais os sistemas foram agrupados, na segunda coluna temos a quantidade de sistemas contidas neste intervalo, em seguida, seu período orbital médio, excentricidade média e velocidade rotacional média, nas duas últimas colunas as informações sobre sincronização e circularização respectivamente (continuação).

Int Per (d)	Ν	P (d)	Exc	$V \sin i(km/s)$	$\mathbf{S}$	С
		O0-O9 Classe IV e III				
0 - 1	0	0	0	0	-	-
1 - 2	0	0	0	0	-	-
2 - 4	5	$3,\!28$	$0,\!03$	$118,\! 6$	$\sin$	$\sin$
4 - 8	6	$5,\!14$	$0,\!27$	$153,\!87  ext{ sim}$	não	
8 - 32	5	18,01	$^{0,4}$	$98,\!47$	não	não
32 - 256	0	0	0	0	-	-
256 - 1024	1	298,2	0	$104,\!07$	não	$\sin$
1024 - 8192	0	0	0	0	-	-
>8192	0	0	0	0	-	-
		B0-B4 Classe IV e III				
0 - 1	1	0,9	$0,\!03$	não	$\sin$	
1 - 2	4	1,46	$0,\!88$	$\operatorname{sim}$	$\sin$	
2 - 4	18	2,96	$0,\!05$	$\operatorname{sim}$	$\sin$	
4 - 8	19	$5,\!14$	$0,\!11$	$\sin$	$\sin$	
8 - 32	18	$16,\!17$	$0,\!31$	não	não	
32 - 256	19	121,13	$0,\!33$	não	não	
256 - 1024	2	601	$0,\!22$	não	não	
1024 - 8192	6	3715	$0,\!47$	não	não	
>8192	2	35919	$0,\!35$	não	não	
		B5-B9 Classe IV e III				
0 - 1	0	0	0	0	-	-
1 - 2	5	$1,\!49$	$0,\!08$	90,5	$\sin$	$\sin$
2 - 4	7	3,08	$0,\!06$	70,4	$\sin$	$\sin$
4 - 8	7	$5,\!56$	$0,\!23$	$107,\!15$	não	não
8 - 32	17	$12,\!88$	$0,\!2$	67,2	não	$\sin$
32 - 256	10	100,1	$0,\!41$	82,5	não	não
256 - 1024	4	578	$0,\!24$	62,07	não	não
1024 - 8192	6	2818	$0,\!18$	$115,\!8$	não	$\sin$
>8192	3	15629	$0,\!22$	113	não	não

Tabela 4: Valores detalhados de cada grupo de binárias das classes subgigantes e gigantes. Na primeira coluna são dados os intervalos de períodos nos quais os sistemas foram agrupados, na segunda coluna temos a quantidade de sistemas contidas neste intervalo, em seguida, seu período orbital médio, excentricidade média e velocidade rotacional média, nas duas últimas colunas as informações sobre sincronização e circularização respectivamente.

Int Don (d)	N	D(J)	Erro	Vain i (lana / a)	C	С
Int Per (d)	IN	$\mathbf{F}(\mathbf{d})$	EXC	$V \sin i(\kappa m/s)$	ы	U
		A0-A4 Classe IV e III				
0 - 1	0	0	0	0	-	-
1 - 2	1	1,32	$0,\!02$	40	sim	sim
2 - 4	12	2,92	$0,\!02$	$30,\!53$	sim	$\sin$
4 - 8	9	$5,\!61$	$0,\!06$	70,9	não	$\operatorname{sim}$
8 - 32	11	14,09	$0,\!27$	$41,\!85$	não	não
32 - 256	6	63,8	$0,\!33$	$53,\!91$	não	não
256 - 1024	1	78,7	$0,\!24$	701,76	não	não
1024 - 8192	6	3627	$0,\!44$	15,2	não	não
>8192	3	125703	$0,\!34$	$124,\!45$	não	não
		A5-A9 Classe IV e III				
0 - 1	0	0	0	0	-	-
1 - 2	0	0	0	0	-	-
2 - 4	10	3,07	0	23,9	$\sin$	$\sin$
4 - 8	4	4,14	0	41,9	$\sin$	$\sin$
8 - 32	6	13,43	0,21	25,04	não	$\sin$
32 - 256	5	71,56	$0,\!45$	40,63	não	não
256 - 1024	3	853,8	0,03	46,21	não	$\sin$
1024 - 8192	0	0	0	0	_	-
>8192	1	6356	0	9,78	não	$\sin$
		F0-F4 Classe IV e III		,		
0 - 1	0	0	0	0	-	-
1 - 2	2	1,46	0,09	80	$\sin$	$\sin$
2 - 4	5	2,72	0.01	53.2	$\sin$	$\sin$
4 - 8	2	7,22	0	16.8	$\sin$	$\sin$
8 - 32	2	12.21	0.32	10.9	$\sin$	não
32 - 256	6	39.2	0.24	21.9	não	não
256 - 1024	0	0	0	0	_	_
1024 - 8192	11	2232	0.48	85.9	não	não
>8192	0	0	0	0	-	-
		F5-F9 Classe IV e III				
0 - 1	0	0	0	0	-	-
1 - 2	6	1,45	$0,\!04$	43,2	não	$\sin$
2 - 4	6	2,58	$0,\!05$	21,9	não	$\sin$
4 - 8	9	5,36	$0,\!05$	15,3	$\sin$	$\sin$
8 - 32	2	10,37	$0,\!43$	15,2	$\sin$	não
32 - 256	6	53.11	0,29	16,6	não	não
256 - 1024	8	577	0,36	9,11	não	não
1024 - 8192	0	0	0	Ó	_	-
>8192	8	14367	$0,\!58$	22,3	não	não

Tabela 5: Valores detalhados de cada grupo de binárias das classes subgigantes e gigantes. Na primeira coluna são dados os intervalos de períodos nos quais os sistemas foram agrupados, na segunda coluna temos a quantidade de sistemas contidas neste intervalo, em seguida, seu período orbital médio, excentricidade média e velocidade rotacional média, nas duas últimas colunas as informações sobre sincronização e circularização respectivamente (continuação).

Int Per (d)	Ν	P (d)	Exc	$V \sin i(km/s)$	S	С
		G0-G4	Classe IV e III			
0 - 1	6	$0,\!45$	0	44,2	não	sim
1 - 2	2	1,94	0	46,8	$\sin$	$\sin$
2 - 4	4	2,71	0	31,75	$\sin$	$\sin$
4 - 8	6	6,16	0,03	$12,\!23$	$\sin$	$\sin$
8 - 32	10	15,4	$0,\!18$	20,4	$\sin$	$\sin$
32 - 256	12	100,8	$0,\!27$	8,61	$\sin$	não
256 - 1024	12	701,5	$0,\!47$	19	não	não
1024 - 8192	12	2482	$0,\!6$	$14,\!53$	não	não
>8192	2	24985	$0,\!45$	$^{4,2}$	não	não
		G5-G9	Classe IV e III			
0 - 1	0	0	0	0	-	-
1 - 2	2	$1,\!68$	0	31,5	não	$\sin$
2 - 4	4	$3,\!19$	0	$25,\!36$	não	$\sin$
4 - 8	6	$4,\!8$	0,03	32,7	$\sin$	$\sin$
8 - 32	28	$16,\!38$	0,05	14,77	$\sin$	$\sin$
32 - 256	32	$112,\! 6$	0,08	$12,\!58$	$\sin$	$\sin$
256 - 1024	21	462,7	$0,\!35$	$14,\!12$	não	não
1024 - 8192	34	3000	$0,\!37$	6,07	não	não
>8192	6	15921	$0,\!45$	$3,\!6$	não	não
		K0-K9	Classe IV e III			
0 - 1	0	0	0	0	-	-
1 - 2	4	$1,\!98$	0	58,2	$\sin$	$\sin$
2 - 4	8	$3,\!57$	0,01	22,21	não	$\sin$
4 - 8	10	$6,\!59$	0,02	$25,\!54$	$\sin$	$\sin$
8 - 32	41	20,04	0,08	$21,\!49$	$\sin$	$\sin$
32 - 256	34	$100,\!6$	$0,\!15$	$15,\!69$	$\operatorname{sim}$	$\sin$
256 - 1024	34	$583,\!9$	0,25	$3,\!31$	$\sin$	não
1024 - 8192	58	2933	0,4	$3,\!54$	não	não
>8192	12	24512	$0,\!5$	2,76	não	não

Tabela 6: Valores detalhados de cada grupo de binárias das classes subgigantes e gigantes. Na primeira coluna são dados os intervalos de períodos nos quais os sistemas foram agrupados, na segunda coluna temos a quantidade de sistemas contidas neste intervalo, em seguida, seu período orbital médio, excentricidade média e velocidade rotacional média, nas duas últimas colunas as informações sobre sincronização e circularização respectivamente (continuação).

Т. Е.	C. L.	Coef. linear	Coef. angular	rms
O 0-9	V	131.8	-3.65e-04	38.08
B 0-4	V	119.5	9.86e-05	14.48
B 5-9	V	92.9	-9.32e-03	21.96
A 0-4	V	69.1	-5.65e-04	32.68
A 5-9	V	70.5	1.27e-02	17.37
F 0-4	V	49.3	-4.9e-04	39.72
F 5-9	V	32.4	-2.86e-03	39.11
G 0-4	V	18.7	-6.07e-04	15.63
G 5-9	V	23.2	-2.62e-03	30.19
K 0-9	V	23.9	-7.62e-04	33.32
O 0-9	IV e III	124.4	-7.59e-02	19.7
B 0-4	IV e III	77.8	1.77e-03	37.53
B 5-9	IV e III	84.2	2.1e-03	16.56
A 0-4	IV e III	41.2	6.62e-04	15.56
A 5-9	IV e III	35.9	-3.76e-03	9.26
F 0-4	IV e III	36.3	2.21e-02	23.99
F 5-9	IV e III	20	9.06e-05	10.43
G 0-4	IV e III	25.7	-1.84e-03	12.56
G 5-9	IV e III	20.5	-1.21e-03	8.29
K 0-9	IV e III	22.2	-8.85e-04	15.59

Tabela 7: Dados estatístico das figuras 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4: Na primeira e na segunda coluna temos a seperação por tipo espectral e classe de luminosidade, na terceira e na quarta coluna temos os valores de coeficiente linear e angular e na quinta coluna o valor do rms.

T. E.	C. L.	Coef. linear	Coef. angular	rms
O 0-9	V	127.53	15.24	37.92858
B 0-4	V	128.95	-48.42	13.01536
B 5-9	V	105.02	-69.69	20.80975
A 0-4	V	80.98	-66.94	31.60916
A 5-9	V	60.47	124.39	23.22065
F 0-4	V	59.40	-60.10	39.22806
F 5-9	V	48.74	-74.52	34.98327
G 0-4	V	29.738	-52.675	11.31416
G 5-9	V	38.14	-105.73	26.45584
K 0-9	V	36.83	-64.16	30.23453
O 0-9	IV e III	137.59	-32.02	23.97159
B 0-4	IV e III	93.58	-16.76	37.08177
B 5-9	IV e III	101.03	-47.64	15.81678
A 0-4	IV e III	48.40	16.22	30.96558
A 5-9	IV e III	35.205	1.359	9.268014
F 0-4	IV e III	37.60	37.37	29.39873
F 5-9	IV e III	26.034	-21.983	9.367574
G 0-4	IV e III	31.862	-42.836	10.68327
G 5-9	IV e III	25.593	-47.191	6.045621
K 0-9	IV e III	31.584	-68.825	11.44806

Tabela 8: Dados estatístico das figuras 3.9, 3.10, 3.11 e 3.12: Na primeira e na segunda coluna temos a seperação por tipo espectral e classe de luminosidade, na terceira e na quarta coluna temos os valores de coeficiente linear e angular e na quinta coluna o valor do rms.

#### Bibliografia

- KRATTER, M. K. The Formation of Close Binaries. ASP Conference Series, v. 1, p. 1, 2011.
- [2] FISHER, R. T. Ph.D. Thesis. University of California, Berkeley, 2002.
- [3] TOHLINE, J. E. The Origin of Binary Stars. ARA&A, v. 439, p. 40, 2002.
- [4] ADAMS, F. C., RUDEN, S. P. & SHU, F. H. Eccentric Gravitational Instabilities in Nearly Keplerian Disks. ApJ, v. 959, p. 347, 1989.
- [5] LAUGHLIN, G. & BODENHEIMER, P Instabilities in protostellar disks. ApJ, v. 436, p. 355, 1994.
- [6] BONNELL, I. A. A new binary formation mechanism. MNRAS, v. 837, p. 269, 1994.
- [7] BONNELL, I. A. & BATE, M. R. Massive circumbinary discs and the formation of multiple systems. *MNRAS*, v. L45, p. 269, 1994.
- [8] MARDLING, R. A. & AARSETH, S. J. Tidal interactions in star cluster simulations. MNRAS, v. 398, p. 321, 2001.
- [9] OLIVEIRA, K. & SARAIVA, M. F. Astronomia e Astrofísica. *Livraria da Física*, ed 2, 2004.
- [10] RIEUTORD, M. Evolution of rotation in binaries: physical processes. IAU Symposium, n. 215, p. 1, 2003.
- [11] BATTEN, A. H. Binary and Multiple Systems of Stars Dominion Astrophysical Observatory, ed 1, 1973.
- [12] GLEBOCKI, R. & STAWIKOWSKI, A. Catalog of Projected Rotational Velocities. ACTA Astronomica, v. 50, p. 509, 2000.
- [13] GRAY, D. F & PALLAVICINI, R. Rotation Rates of Giant Stars. Astronomical Society of the Pacific, v. 101, p. 695, 1989.
- [14] SLETTEBAK, A., COLLINS, G.W., II, BOYCE, P.B., WHITE, N.M. & PERKINSON, T.D. Some interesting bright southern stars of early type. *ApJ. Suppl. Ser*, v. 137, p. 29, 1975.

- [15] SLETTEBAK, A., WAGNER, R.M. & BERTRAM, R. Spectroscopic observations of some Be/B stars at high galactic latitudes. *PASP*, v. 109, p. 1, 1997.
- [16] FEKEL, F.C. Rotational Velocities of Late-Type Stars. PASP, v. 109, p. 514, 1997.
- [17] RANDICH, S., GIAMPAPA, M.S. & PALLAVICINI, R. Lithium in Rs-Canum Binaries and Related Chromospherically Active Stars - Part Three - Northern Rs-Canum Systems. A&A, v. 283, p. 893, 1994.
- [18] GRAY, D.F. The Temperature Dependence of Rotation and Turbulence in Giant Stars. ApJ, v. 262, p. 682, 1982.
- [19] GRAY, D.F. The observation and analysis of stellar photospheres. Camb. Astrophys. Ser., v. 20, p. 368, 1992.
- [20] GLEBOCKI R. & GNACINSKI, P. The Catalogue of Rotational Velocities of Stars in Clusters. A. Brown, G.M. Harper, and T.R. Ayres *Cambridge Workshop*, p. 823, 2003.
- [21] CHANDRASEKHAR, S. & MÜNCH, G. On the Integral Equation Governing the Distribution of the True and the Apparent Rotational Velocities of Stars. *ApJ*, v. 111 p. 142, 1950.
- [22] DUQUENNOY, A., MAYOR, M. & MERMILLIOD, J. C. Distribution and Evolution of Orbital Elements for 1  $M_{\odot}$  Primaries. Duquennoy, A., Mayor, M. Binaries as tracers of star formation. Proceedings., 1992.
- [23] HUT, P. Tidal Evolution in Close Binary Systems. A&A, v. 99, p. 126, 1981.
- [24] ZAHN, J. P. Tidal Dissipation in Binary Systems. EAS Publications Series, v. 29, p. 67, 2008.
- [25] TASSOUL, J. L. On Synchronization in Early-Type Binaries. ApJ, v. 322, p. 856, 1987.
- [26] ZAHN, J. P. Les Marées dans une Étoile Double Serrée. Annales d'Astrophysique, v. 29, p. 489, 1966.
- [27] MEIBOM, S. & MATHIEU, R. D. A Robust Measure of Tidal Circularization in Coeval Binary Populations: The Solar-Type Spectroscopic Binary Population in The Open Cluster M35. ApJ, v. 620, p. 970, 2005.
- [28] ZAHN, J. P. Tidal friction in Close Binary Stars. A&A, v. 57, p. 383, 1977.
- [29] ZAHN, J. P Present State of Tidal Theory. Duquennoy, A., Mayor, M. Binaries as tracers of star formation. Proceedings., 1992.

- [30] ZAHN, J. P Observations of Rotation in Binary Stars. IAU Symposium, v 105, p. 379, 1984.
- [31] ABT, H. A. & BOONYARAK, C. Tidal Effects in Binaries of Various Periods. ApJ, v 616, p. 562, 2004.
- [32] ABT, H. A., LEVATO, H. & GROSSO, M. Rotational Velocities of B Stars. ApJ, v 573, p. 359, 2002.
- [33] MATHIEU R. D. & MAZEH, T. The Circularized Binaries in Open Clusters: A New Clock for Age Determination. ApJ, v 326, p. 256, 1988.
- [34] MAZEH, T. Observational Evidence for Tidal interaction in Close Binary Systems. Zahn, J. P. EAS Publications Series, p. 1, 2013.
- [35] POURBAIX, D., TOKOVININ, A. A., BATTEN, A. H., FEKEL, F. C, HARTKOPF, W. I., LEVATO, H., MORRELL, N. I., TORRES, G. & UDRY, S. SB9: The Ninth Catalogue of Spectroscopic binary orbits. A&A, v 424, p. 727, 2004.
- [36] UESUGI, A. & FUKUDA, I. Revised Catalog of Rotational Velocities. Department of Astronomy, Kyoto Univ., Japan, 1982.
- [37] SLETTEBAK, A. & HOWARD, R. F. A catalog of rotational and radial velocities for evolved stars V. Southern stars. ApJ, v 121, p. 102, 1955.
- [38] KOENIGSBERG, G. Observations of Rotation in Binary Stars. IAU Symposium, n. 215, p. 156, 2004.
- [39] DE MEDEIROS, R., ALVES, S., UDRY, S., ANDERSEN, J., NORDSTROM, B. & MAYOR, M. A catalog of rotational and radial velocities for evolved stars V. Southern stars. A&A, v 561, p. 1, 2014.
- [40] MASSAROTTI, A., LATHAM, D. W., STEFANIK, R. P. & FOGEL, J. Rotational and Radial Velocities for a Sample of 761 Hipparcos Giants and the Role of Binarity. ApJ, v 135, p. 209, 2008.
- [41] SCHATZMAN, E. A theory of the role of magnetic activity during star formation. Annales d'Astrophysique, v. 25, p. 18, 1962.
- [42] SCHATZMAN, E. On The Evolution of Magnetic Fields. IAU Symposium, v. 105, p. 153, 1965.
- [43] VERBUNT, F. & ZWAAN, C. Magnetic Braking in Low-mass X-ray Binaries. A&A, v. 100, p. L7, 1981.
- [44] ROYER, F. On the rotation of A-type stars. Rozelot, J. P. and Neiner, C. he rotation of Sun and stars, p. 207, 2009.
- [45] GRAY, D. F. The Rotational Break For G Giants. ApJ, v. 347, p. 1021, 1989.
- [46] ABT, H. A. Observed orbital eccentricites. Hartkopf, W.I., Guinan, E.F. and Harmanec, P. Proceedings IAU, v. 240, p. 414, 2006.
- [47] MAYOR, M & MERMILLIOD, J. C. Orbit Circularization Time in Binary Stellar Systems. *IAU Symposium*, v. 105, p. 411, 1984.
- [48] DE MEDEIROS, J. R., DA SILVA, J. R. P. & MAIA, M. R. G. The Rotation of Binary Systems with Evolved Components *ApJ*, v. 578, p. 943, 2002.