



Universidade do Estado do Rio Grande do Norte – UERN

Faculdade de Ciências Exatas e Naturais – FANAT

Departamento de Física

Programa de Pós-Graduação em Física

Francisca Isivânia Gomes de Almeida

Análise de correlações e calibrações entre parâmetros
estelares fundamentais em sistemas binários

Mossoró-RN

2019

Francisca Isivânia Gomes de Almeida

**Análise de correlações e calibrações entre parâmetros estelares
fundamentais em sistemas binários**

Dissertação apresentada ao programa
de Pós-graduação em Física como parte
dos requisitos para obtenção do título
de MESTRE EM FÍSICA

Orientador: Prof. Dr. José Ronaldo Pereira da Silva

Mossoró-RN

2019

© Todos os direitos estão reservados a Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do(a) autor(a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu(a) respectivo(a) autor(a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

Catálogo da Publicação na Fonte.
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte.

G633a Gomes de Almeida, Francisca Isivânia
Análise de correlações e calibrações entre parâmetros estelares fundamentais em sistemas binários. / Francisca Isivânia Gomes de Almeida. - Mossoró, 2019.
64p.

Orientador(a): Prof. Dr. José Ronaldo Pereira da Silva.
Dissertação (Mestrado em Programa de Pós-Graduação em Física). Universidade do Estado do Rio Grande do Norte.

1. sistemas binários eclipsantes. 2. parâmetros estelares. 3. Astrofísica Estelar. I. Pereira da Silva, José Ronaldo. II. Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. III. Título.

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pela Diretoria de Informatização (DINF), sob orientação dos bibliotecários do SIB-UERN, para ser adaptado às necessidades da comunidade acadêmica UERN.

Francisca Isivânia Gomes de Almeida

**Análise de correlações e calibrações entre parâmetros estelares
fundamentais em sistemas binários**

Dissertação apresentada ao programa
de Pós-graduação em Física como parte
dos requisitos para obtenção do título
de MESTRE EM FÍSICA

Aprovada em 28/02/2019

Banca Examinadora

Prof. Dr. José Ronaldo Pereira da Silva

Orientador

UERN

Prof. Dr. Hidalyn Theodory Clemente Mattos de Souza

Examinador externo

UFERSA

Prof. Dr. Bráulio Batista Soares

Examinador interno

UERN

Dedico esta dissertação a minha família e em especial a
minha mãe, Leonice, e meu pai, Isivan, que foram
minha fortaleza e meu alicerce em todos os momentos
de minha vida.

*”Já não tenho dedos pra contar de quantos barrancos
despenquei e quantas pedras atiraram ou quantas
atirei.”*

Lulu Santos

Agradecimentos

- A minha família que me apoiaram em todos os momentos. Obrigada pela paciência e compreensão nos momentos difíceis.
- As minhas amigas, colegas e companheiras, que me acompanharam durante essa etapa da minha vida: Leiliane Aquino Noronha e Mylena Mayla de Sousa.
- A meu querido Rodrigo França que pegou o bonde andando, mas esteve e está ao meu lado suportando minhas chatices.
- Ao meu orientador, Prof. Dr. José Ronaldo Pereira da Silva por sua orientação e paciência durante essa jornada chamada mestrado. Muito obrigada, Zé.
- A todos os professores do Departamento de Física da FAFIDAM, em especial aos professores, Prof. Dr. Francisco Carlos de Oliveira, Prof. Me. Aureliano de Oliveira Alves e Prof. Ms. Francisco Wagner Vasconcelos da Costa. Muito obrigada pelas conversas e aconselhamentos.
- A todos os professores do Departamento de Física da UERN.
- A banca pela disponibilidade.
- A todos os amigos da pós-graduação pelo companheirismo e pelos momentos que passamos.
- Agradeço a todos aqueles que estiveram a meu lado durante essa jornada.
- À CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

Parâmetros fundamentais da Astrofísica tais como massa, temperatura, raio e metalicidade das estrelas são essenciais para a compreensão da formação e evolução estelar. Enquanto a temperatura efetiva é um observável relativamente fácil de ser obtido, por exemplo, por meio do espectro estelar, a massa e o raio são medidos com precisão apenas em casos específicos, quando as estrelas fazem parte de um tipo particular de sistema binário. Diante desse quadro, as calibrações entre temperatura e demais parâmetros fundamentais, pelas quais esses parâmetros são estimados a partir da medida da temperatura, desempenham um importante papel para os estudos no campo da Astrofísica Estelar. Neste trabalho, as correlações entre massa, raio, metalicidade e temperatura foram analisadas, e calibrações foram estimadas entre esses diferentes observáveis. Para isso foi utilizado uma amostra composta por 290 estrelas da sequência principal com medidas de parâmetros fundamentais disponíveis na literatura. Foram obtidas calibrações para todos os conjuntos de parâmetros fortemente correlacionados, tais como, massa e temperatura, raio e temperatura, bem como luminosidade e temperatura. Por fim, observou-se que a correlação entre a metalicidade e os demais parâmetros é sempre fraca ou insignificante, o que indica que a metalicidade estelar não influencia fortemente as calibrações obtidas.

Palavras-chave: sistemas binários eclipsantes; parâmetros estelares; Astrofísica Estelar.

Abstract

Astrophysical fundamental parameters such as mass, temperature, radius, and stellar metallicity are essential for understanding formation and stellar evolution. While the effective temperature is a relatively easy to obtain, for example, through the stellar spectrum, mass and radius are accurately measured only in specific cases, when the stars are part of a particular type of binary system. In this context, the calibrations between temperature and other fundamental parameters, by which these parameters are estimated from the temperature measurement, play an important role for studies in the field of Star Astrophysics. In this work, the correlations between mass, radius, metallicity and temperature were analyzed, and calibrations were estimated between these different observables. A sample composed of 290 stars of the main sequence with measures of fundamental parameters available in the literature was used. Calibrations were obtained for all sets of strongly correlated parameters, such as mass and temperature, radius and temperature, as well as luminosity and temperature. Finally, it was observed that the correlation between the metallicity and the other parameters is always weak or insignificant, indicating that stellar metallicity does not strongly influence the calibrations obtained.

Keywords: eclipsing binary systems; stellar parameters; stellar astrophysics.

Sumário

Lista de Tabelas	i
Lista de Figuras	ii
1 Introdução	1
2 Sistemas Binários	3
2.1 Sistemas Binários Visuais	4
2.2 Sistemas Binários Astrométricos	5
2.3 Sistemas Binários Espectroscópicos	6
2.4 Sistemas Binários Eclipsantes	7
2.5 Classificação de acordo com a morfologia	9
2.5.1 Sistemas binários de contato	10
2.5.2 Sistemas binários de semi contato	11
2.5.3 Sistemas binários destacados	11
3 Os Dados Observacionais	13
3.1 A amostra	13
3.2 Sistemas Excluídos da Amostra	14
3.3 Caracterização Estatística da Amostra	18
4 Resultados e Discussões	24
4.1 Correlações e calibrações	26
4.1.1 Temperatura, massa e raio	28
4.1.2 Contribuições da metalicidade para os parâmetros: temperatura, massa e raio	32

5	Conclusões e Perspectivas	38
5.1	Conclusões	38
5.2	Perspectivas	39
A	Tabelas com os principais parâmetros estelares da amostra	41
	Referências Bibliográficas	49

Lista de Tabelas

3.1	Extrato do grupo de sistemas excluídos, apresentando 10 sistemas escolhidos aleatoriamente.	16
3.2	Sistemas binários descartados por serem sistemas múltiplos (3 ou mais estrelas).	17
3.3	Descrição estatística dos parâmetros fundamentais.	18
4.1	Interpretando os níveis de intensidade do coeficiente de correlação	25
4.2	Correlações realizadas entre os parâmetros: temperatura (T), massa (M), raio (R) e metalicidade (M/H).	25
A.1	Amostra de estrelas do DEBCat e seus respectivos parâmetros para as estrelas primária e secundária.	42
A.2	Amostra de estrelas do DEBCat e seus respectivos parâmetros para as estrelas primária e secundária.	43
A.3	Amostra de estrelas do DEBCat e seus respectivos parâmetros para as estrelas primária e secundária.	44
A.4	Amostra de estrelas do DEBCat e seus respectivos parâmetros para as estrelas primária e secundária.	45
A.5	Amostra de estrelas do DEBCat e seus respectivos parâmetros para as estrelas primária e secundária.	46
A.6	Amostra de estrelas do DEBCat e seus respectivos parâmetros para as estrelas primária e secundária.	47
A.7	Amostra de estrelas do DEBCat e seus respectivos parâmetros para as estrelas primária e secundária.	48

Lista de Figuras

2.1	Esquema representativo adaptado de duas estrelas, orbitando o mesmo centro de massa descrevendo órbitas de um sistema binário.	3
2.2	Krüger 60, sistema binário visual que possui período orbital aproximado de 44,5 anos observado pelo Observatório de Yerkes.	5
2.3	(a) Movimento do sistema Sírius A e B medido entre 1920 e 1980. (b) Movimentos orbitais de Sírius A e B com relação ao centro de massa.	5
2.4	Esquema representativo de um sistema binário espectroscópico representado em três posições.	6
2.5	Sistema binário eclipsante formado por uma estrela pequena e uma grande, com representação gráfica da sua curva luz.	8
2.6	Equipotenciais de um sistema binário de massas similares, mostrando os 5 pontos lagrangianos: L_1 a L_5	9
2.7	Esquema representativo de um sistema binário de contato.	10
2.8	Esquema representativo de um sistema binário de semi contato.	11
2.9	Esquema representativo de um sistema binário destacado.	12
3.1	Representação gráfica da gravidade em função da temperatura para as estrelas estudadas.	15
3.2	Representação gráfica para a gravidade superficial.	19
3.3	Representação gráfica das estrelas primária e secundária para o parâmetro temperatura.	20
3.4	Representação gráfica das estrelas primária e secundária para o parâmetro massa.	21
3.5	Representação gráfica das estrelas primária e secundária para o parâmetro raio.	22

3.6	Representação gráfica da metalicidade para 50 sistemas binários.	23
4.1	Comparação entre a amostra e os dados fornecidos por Cox 2000 para os parâmetros massa e raio.	27
4.2	Diagrama Hertzsprung-Russell da amostra estudada.	29
4.3	Representação gráfica da relação entre massa e temperatura para as estrelas estudadas.	31
4.4	Representação gráfica da relação entre raio e temperatura para as estrelas estudadas.	33
4.5	Representação gráfica da relação entre massa e metalicidade.. . . .	35
4.6	Representação gráfica da relação entre temperatura e metalicidade.	36
4.7	Representação gráfica da relação entre raio e função da metalicidade.	37

Capítulo 1

Introdução

Milênios de observações astronômicas contínuas permitiram que diversas civilizações adquirissem conhecimentos impressionantes sobre as estruturas apresentadas no céu, mesmo com a utilização de instrumentos muito simples, tanto para observações como para transmitir o conhecimento acumulado para novas gerações [1]. Com o surgimento da Astrofísica Estelar e a ajuda da tecnologia, o homem não somente observa as estrelas, mas também é capaz de seguir a trilha da evolução desses corpos, auxiliando no entendimento do Universo [2].

Estima-se que pelo menos metade de todas as estrelas da nossa galáxia estejam em sistemas múltiplos, ou seja, sistemas formados por duas ou mais estrelas orbitando um centro de massa comum [3]; essas estrelas são denominadas como sistemas binários e classificadas conforme as técnicas utilizadas para sua detecção em: binárias visuais, binárias astrométricas, binárias espectroscópicas e binárias eclipsantes. Mais detalhes sobre esses sistemas encontra-se no capítulo 2 deste trabalho.

Faz-se das estrelas binárias um tema de grande importância para a Astrofísica, dado que através delas pode-se encontrar parâmetros físicos estelares como massa, luminosidade, período de rotação, temperatura superficial, entre outros, incluindo a relação empírica massa-luminosidade pelas quais estrelas individuais são estimadas. Esses parâmetros, no entanto, dependem de vários métodos observacionais e do tipo de estrela binária na qual o sistema é composto [4, 5].

As massas estelares, por exemplo podem ser determinadas no caso de binárias astrométricas conhecendo-se a órbita das componentes em unidades absolutas e a paralaxe. O ângulo de inclinação do plano orbital pode ser determinado se as binárias são astro-

métricas ou eclipsantes. O período orbital e a excentricidade podem ser calculados se o sistema binário é astrométrico, espectroscópico ou eclipsante [6, 7]. Medidas espectroscópicas combinadas com medidas fotométricas, em sistemas binários eclipsantes, constituem uma forma direta de se obter medidas precisas da massa e do raio das estrelas [8].

A determinação desses parâmetros em sistemas binários é de extrema importância para a Astrofísica, permitindo testar modelos teóricos de formação e evolução estelar. Portanto, trabalhos que relacione parâmetros fundamentais como massa, raio, temperatura e metalicidade estelar, são de alta relevância para a compreensão da formação e evolução das estrelas. Por exemplo, sabe-se que durante a etapa da sequência principal existe uma relação bem definida entre a luminosidade e a temperatura, mantendo as estrelas em uma faixa diagonal em um diagrama H-R, com as estrelas mais quentes sendo as mais luminosas e as mais frias as menos luminosas [9, 10]. Desta forma, faz-se neste trabalho um estudo sobre a existência de correlações e as estimativas de calibrações entre os parâmetros fundamentais: luminosidade, temperatura, massa, raio e metalicidade. Analisou-se a influência do parâmetro metalicidade sobre essas calibrações.

Os parâmetros aqui selecionados foram analisados utilizando o método de elaboração e calibração de gráficos com o auxílio do programa estatístico e gráfico *RStudio* [11, 12]. Realizou-se a caracterização dos sistemas que compõem a amostra, essencialmente sistemas binários eclipsantes destacados que estejam na sequência principal retirados do catálogo *DEBCat* como observar-se nas tabelas A.1, A.2, A.3, A.4, A.5, A.6, e A.7, bem como análise das correlações dos parâmetros citados anteriormente. Sobretudo, as calibrações realizadas foram estimadas utilizando o método dos mínimos quadrados e a qualidade dos ajustes avaliados pelo erro residual das calibrações.

Este trabalho tem a seguinte estrutura: o capítulo 1 refere-se a introdução. O capítulo 2 discorre de maneira sucinta os sistemas binários, o que os caracterizam, seus tipos mais conhecidos e sua classificação de acordo com sua morfologia. No capítulo 3 aborda-se os dados observacionais: a amostra e os sistemas descartados; caracteriza-se a amostra estatisticamente e descreve-se as técnicas usadas na obtenção de alguns parâmetros dos sistemas. O capítulo 4 apresenta a definição de correlação, calibrações e os resultados encontrados entre as relações: massa e raio; temperatura em função da massa e do raio; contribuições da metalicidade para os parâmetros: temperatura, massa e raio. O capítulo 5 refere-se as conclusões e perspectivas deste trabalho.

Capítulo 2

Sistemas Binários

Ao contemplarmos o céu em uma noite clara não julgamos que parte das estrelas aparentemente isoladas são de fato sistemas múltiplos. Quando as mesmas estão ligadas gravitacionalmente, são denominadas por estrelas binárias [13]. Define-se sistema binário, por duas estrelas que descrevem órbitas elípticas que orbitam o mesmo centro de massa, como se observa na figura 2.1. As estrelas que formam tal sistema podem estar em contato ou separados por milhares de unidades astronômicas [14].



Figura 2.1: Esquema representativo adaptado de duas estrelas, orbitando o mesmo centro de massa descrevendo órbitas de um sistema binário.¹

¹Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/oei/stars/binary_st/binaries.htm>. Acesso em: 24/10/2018.

Um dos primeiros sistemas binários a ser observado foi por volta de 1783, quando John Goodricke (1764-1786) notou uma diminuição de $1/3$ do brilho da estrela Algol, por algumas horas. A determinação das estrelas binárias como corpos que interagem gravitacionalmente coube ao astrônomo inglês William Herschel (1738-1822) em 1804, ao estimar o período orbital da estrela binária Castor da constelação de Gêmeos [2]. Com o avanço da ciência e da tecnologia, o estudo de sistemas múltiplos tornou-se mais frequente e inúmeras estrelas binárias foram descobertas através de diferentes métodos. O estudo de tais sistemas é de grande importância, pois se trata de uma das principais fontes para a determinação de parâmetros estelares fundamentais, como por exemplo, a massa, o raio, a temperatura, entre outros [15].

As estrelas binárias são classificadas de acordo com a maneira pela qual foram descobertas e observadas inicialmente em: visual, por observação direta; espectroscópica, mudança periódicas nas raias espectrais; eclipsante, mudança de brilho causada por eclipse ou trânsito estelar; astrométrica, através da medição do desvio da posição de uma estrela causado por uma companheira ainda não observada [16]. A seguir, descreve-se de forma mais sucinta cada uma dessas classes.

2.1 Sistemas Binários Visuais

Quando é observado uma separação entre as duas componentes o suficiente para que ambas as estrelas possam ser observadas ao telescópio, esse sistema será definido como binário visual. Em geral, as estrelas devem estar localizadas relativamente próximas à terra para que tal configuração seja observada. Todavia, essas condições não são frequentes, não sendo possível visualizar as estrelas separadamente. Ainda assim, existem métodos indiretos para deduzir que uma estrela é binária [17].

O período das estrelas do sistema binário pode variar de anos até séculos, como pode ser observado na figura 2.2, que representa um sistema visual com um período aproximado de 44,5 anos.

²Disponível em: <<http://astro.if.ufrgs.br/bin/binarias.htm>>. Acesso em: 24/10/2018.



Figura 2.2: Krüger 60, sistema binário visual que possui período orbital aproximado de 44,5 anos observado pelo Observatório de Yerkes.²

2.2 Sistemas Binários Astrométricos

Os binários astrométricos são assim definidos quando um de seus componentes é muito tênue para ser observado ao telescópio, mas a sua detecção é obtida pelas ondulações no movimento da companheira mais brilhante [4]; o cálculo da posição da estrela visível no sistema astrométrico permite conhecer características do corpo no visível, tais como a massa, e deduzir as possíveis causas para a diminuição em seu brilho [18]. Será citado como exemplo Sírius, que foi detectada como binária astrométrica antes de ser possível separar as duas estrelas visualmente como mostra a figura 2.3.

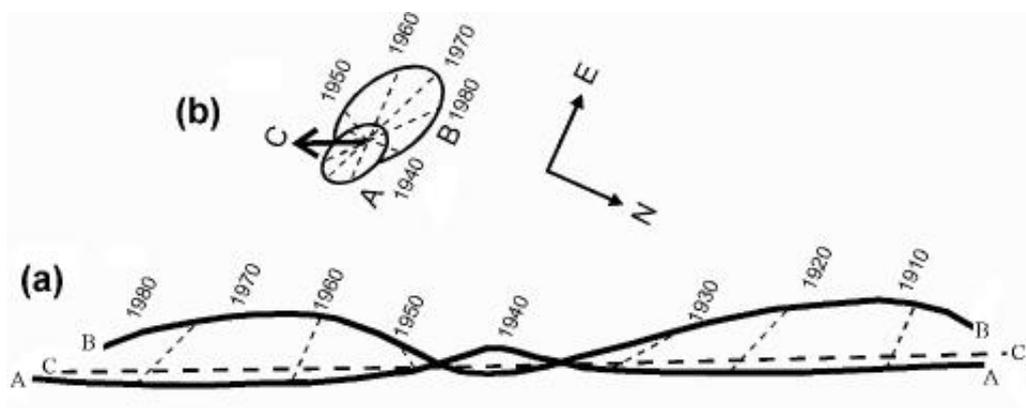


Figura 2.3: (a) Movimento do sistema Sírius A e B medido entre 1920 e 1980. A linha pontilhada marca o movimento do centro de massa, C, com relação às estrelas de fundo do céu. (b) Movimentos orbitais de Sírius A e B com relação ao centro de massa.³

A diferença entre um binário visual e um astrométrico pode estar no poder de resolução do equipamento utilizado na observação [16]. A melhor resolução que um telescópio pode obter é dada pelo critério de Raylight através da equação

$$\Delta = 1,22 \frac{\lambda}{D}, \quad (2.1)$$

³Disponível em: <<http://astro.if.ufrgs.br/bin/binarias.htm>>. Acesso em: 24/10/2018.

em que Δ é a separação angular dada em radianos, λ o comprimento de onda e D a abertura do telescópio.

2.3 Sistemas Binários Espectroscópicos

Um sistema binário espectroscópico pode ser definido quando é conhecida a variação de sua velocidade radial, medida através das linhas espectrais da estrela, que variam em comprimento de onda com o tempo. Quando o período é curto, sua velocidade orbital é grande. Essa, também, é a forma pela qual alguns planetas orbitando estrelas foram detectados nos últimos anos [4].

Devido ao efeito Doppler, as linhas espectrais na luz proveniente de uma estrela têm um deslocamento nos picos que é proporcional a sua velocidade radial (V_r), deste modo é possível determinar as mudanças em V_r e, quando os deslocamentos são periódicos do azul para o vermelho e vice-versa, como podemos observar na figura 2.4, o vetor velocidade de ambas as estrelas muda sua orientação, o que pode ser explicado pelo movimento orbital do sistema binário [18].

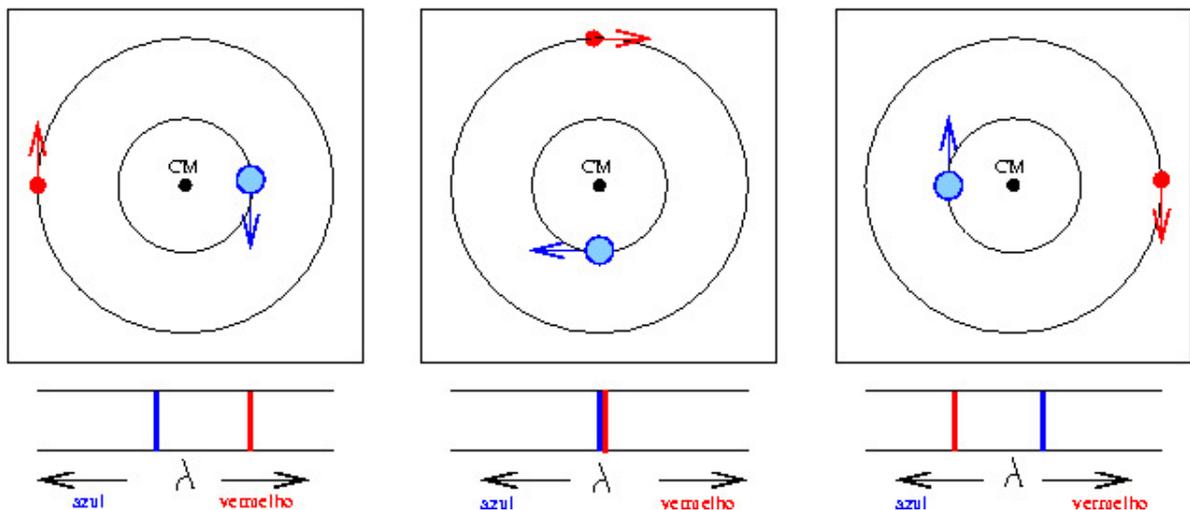


Figura 2.4: Esquema representativo de um sistema binário espectroscópico representado em três posições. ⁴

A figura 2.4 representa três posições característica de um sistema binário e o efeito produzido no espectro como de uma linha de visada paralela à página, de baixo para cima. Na figura da esquerda, a estrela azul está se aproximando do observador, suas

⁴Disponível em: <<http://astro.if.ufrgs.br/bin/binarias.htm>>. Acesso em: 24/10/2018.

linhas espectrais aparecem deslocadas para o azul. Enquanto que a estrela vermelha está se afastando, deste modo suas linhas espectrais aparecem deslocadas para o vermelho.

Na figura central, os movimentos das estrelas não possuem componentes na direção da linha de visada, deste modo suas linhas estão superpostas. Já na figura da direita a estrela azul está se afastando e a estrela vermelha se aproxima, então as linhas espectrais da estrela azul ficam deslocadas para o vermelho e as linhas da estrela vermelha ficam deslocadas para o azul.

Devido às linhas espectrais, os sistemas espectroscópicos podem ser divididos em dois grupos: binários espectroscópicos de linha simples, sendo visível o espectro de uma das estrelas; e os binários espectroscópicos de linha dupla, em que se consegue diferenciar os dois espectros proveniente da mesma fonte de luz.

Para que um sistema binário possa ser definido como espectroscópico é necessário que a diferença na velocidade radial durante a diferente fase do período seja suficientemente grande para que o deslocamento tanto para o vermelho como para o azul possam ser medidos, grande velocidade resulta de órbita pequena [18].

2.4 Sistemas Binários Eclipsantes

Da mesma forma que a Lua eclipsa o Sol causando uma diminuição de seu brilho na superfície terrestre, uma estrela pode eclipsar sua companheira em alguns sistemas binários. Sistemas esses cujo plano da órbita está próximo a linha de visada do observador e para as quais são observados eclipses ou ocultações de uma das componentes pela outra. A curva do fluxo somado de todas as componentes ao longo da órbita chama-se curva de luz [7].

A partir dos resultados fotométricos levantados, estima-se que só na nossa Galáxia existam 10^8 binárias eclipsantes [7]. Em outra classificação, as binárias eclipsantes são estrelas variáveis, mais precisamente, estrelas variáveis extrínsecas. Isto é, a variabilidade observada na curva de luz tem origem geométrica [16].

A curva de luz de um sistema binário eclipsante é caracterizada por períodos de luz praticamente constantes com diminuições inesperadas na intensidade. Se uma das componentes tiver maior dimensão que a outra, sofrerá um eclipse total, enquanto que a outra estrela será encoberta por um eclipse anular, como se ver na figura 2.5.

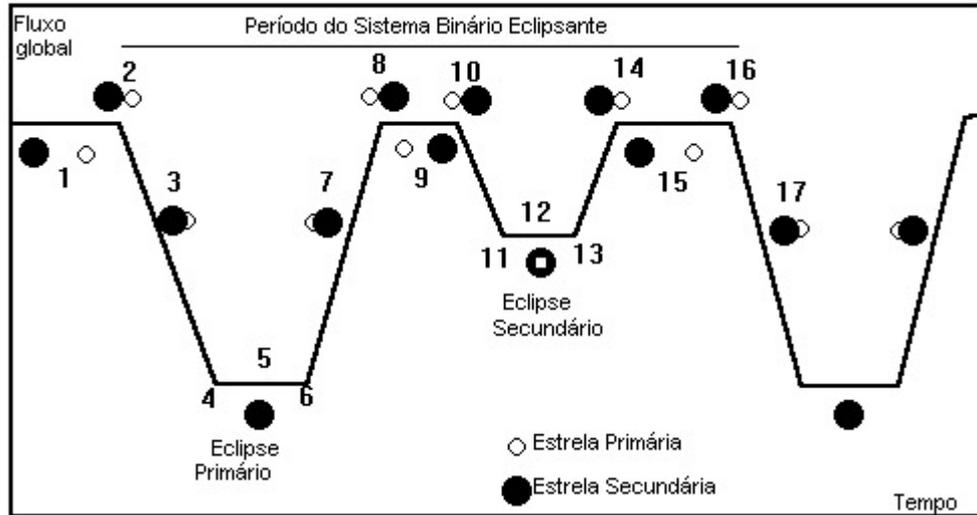


Figura 2.5: Sistema binário eclipsante formado por uma estrela pequena e uma grande, com representação gráfica da sua curva luz. Existem 17 pontos que representará um sistema binário em trânsito. ⁵

De acordo com a figura 2.5, há 17 pontos que descrevem o comportamento de duas estrelas presente em um sistema binário. Inicialmente o fluxo é máximo quando as estrelas do sistema estão visíveis (1). Do ponto 2 ao 8, temos a estrela primária (considerada a mais brilhante do sistema) sendo eclipsada pela secundária (considerada a menos brilhante do sistema); após os processos de eclipse parcial e total provocado pela estrela secundária na primária, será observado a visibilidade e o afastamento de ambas as estrelas pelos pontos 8 e 9. A partir do ponto 10 e concluindo no ponto 14, ocorrerá o eclipse parcial e anular provocando pela estrela primária na secundária. Ambas as estrelas estão visíveis novamente (14) e afastam-se em seguida (15), logo após aproximam-se (16) e repetem todo o processo descrito anteriormente (17).

A curva de luz mostra intervalos de profundidade constante durante a fase total ou anular do eclipse. Se as componentes sobrepõem-se parcialmente, a profundidade dos eclipses deixa de ser constante e tem a forma de V [7].

Uma característica importante dos binários eclipsantes é quando eles possuem curto período, pois as mudanças nas suas velocidades radiais são suficientemente grandes, para que estes também sejam sistemas espectroscópicos o que nos permite ter mais informações e uma melhor caracterização do sistema.

⁵Disponível em: <<http://www.iag.usp.br/siae98/astroleis/binarios.htm>>. Acesso em: 24/10/2018.

2.5 Classificação de acordo com a morfologia

Do ponto de vista morfológico a classificação dos sistemas binários é feita com base no conceito de superfície Lagrangeana e lóbulo de Roche [5]. A teoria dos pontos Lagrangianos foi desenvolvida em 1772 pelo matemático francês Joseph Louis Lagrange (1736-1813). O ponto Lagrangiano L_1 , localizado no eixo x , entre as duas estrelas, é de enorme importância pois se uma das estrelas se expande suficientemente tal que parte de sua superfície atinge o ponto L_1 , ocorrerá transferência de massa entre as estrelas [4].

A superfície que inclui o ponto L_1 é chamada de lóbulo de Roche. Cada lóbulo de Roche é uma superfície equipotencial, ou seja, regiões que possuem a mesma quantidade de energia a cada ponto, e dentro dele uma partícula teste está gravitacionalmente ligada a uma componente associada. Se essa componente, ao evoluir, se expande e ultrapassa seu Lóbulo de Roche, o material que estiver fora poderá ser capturado pela outra componente, particularmente pelas regiões próximas a L_1 , como se observa na figura 2.6.

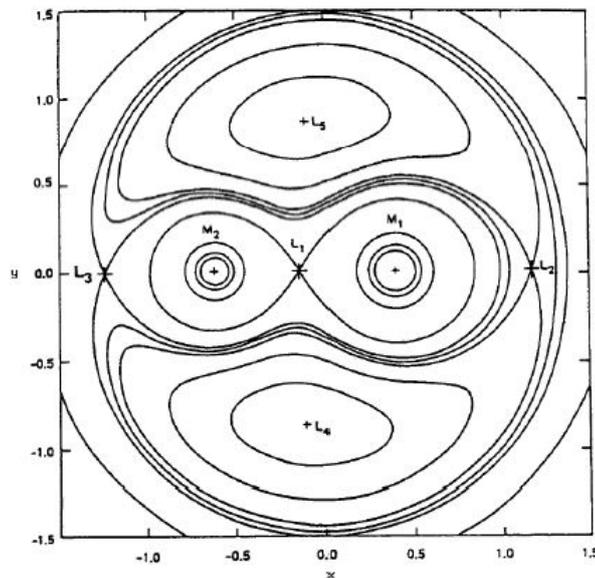


Figura 2.6: Equipotenciais de um sistema binário de massas similares, mostrando os 5 pontos lagrangianos: L_1 a L_5 . A superfície equipotencial que passa por L_1 chama-se lóbulo de Roche e, quando uma estrela se expande até essa equipotencial, transfere massa para a companheira [4].

Na figura 2.6 as superfícies equipotenciais próximas de M_1 e M_2 são quase esféricas em torno das estrelas individuais, enquanto que as equipotenciais externas ao lóbulo de Roche envolvem as duas estrelas [4].

A morfologia dos sistemas binários leva em consideração o preenchimento dos lóbulos

ocupados pelas estrelas. Essa classificação foi proposta por Kopal em 1955, que fez seu estudo baseado nas estrelas binárias conhecidas naquela data e considerando aquelas cuja binaridade havia sido confirmada com informação da variabilidade fotométrica [18]. Tal classificação dividiu os sistemas binários em três grupos: i) sistemas em que nenhum dos componentes preenche o lóbulo de Roche, sistema binário destacado; ii) sistemas em que apenas uma componente preenchem seu lóbulo de Roche, sistema binário de semi contato; iii) sistemas em que ambas as componentes preenchem o lóbulo de Roche, sistema binário de contato [19, 14]. A seguir, descreve-se de forma mais sucinta cada classificação.

2.5.1 Sistemas binários de contato

São sistemas onde as componentes se comportam como doadoras, elas se expandem até atingirem seus respectivos lóbulos de Roche e passam a transferir massa entre si através do ponto L_1 , como se observa na figura 2.7.

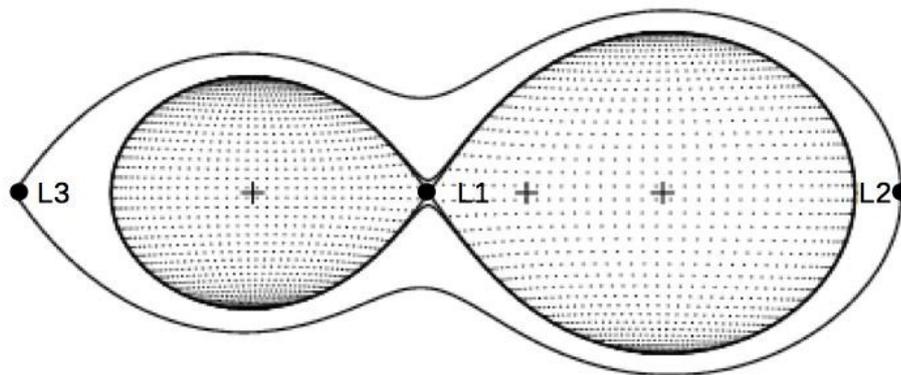


Figura 2.7: Em sistemas binários de contato, ambas as estrelas preenchem por completo os seus respectivos lóbulos de Roche [5].

Pode ocorrer de uma das estrelas ultrapassar muito seus lóbulos estabelecendo assim um envólucro comum, de forma que elas são envolvidas por uma mesma atmosfera. Tais sistemas podem exibir temperaturas bem similares entre suas componentes. A análise dos sistemas binários de contato é muito valioso para o estudo da atividade solar, magnetismo, perda do momento angular, coalescência em sistemas binários, interação entre ventos estelares, entre outros fenômenos.

2.5.2 Sistemas binários de semi contato

São sistemas em que uma estrela (doadora) se expande o suficiente para preencher o próprio lóbulo de Roche, podendo ou não haver transferência de matéria entre as componentes. Após a expansão da atmosfera estelar, os gases podem escapar pelo ponto L_1 sendo atraídos pela outra estrela (receptora), que se comporta como uma binária de não contato [5].

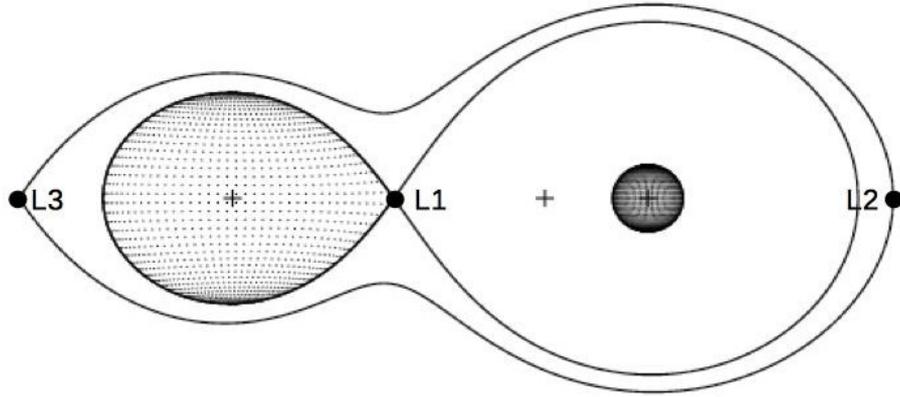


Figura 2.8: Em sistemas binários de semi contato, uma das estrelas preenchem por completo seu respectivo lóbulo de Roche, podendo ou não haver transferência de massa entre as componentes [5].

Neste tipo de sistema é comum a presença de um disco de acreção na estrela que recebe a matéria, o qual pode ou não ser permanente se a transferência de massa é ou não constante [18]. A perda de tal massa pode provocar mudanças no período orbital do sistema, mas para tal fato ser comprovado, o sistema deve ser observado durante anos.

2.5.3 Sistemas binários destacados

São sistemas nos quais a separação é grande comparada as dimensões das componentes, em outras palavras, quando os raios das componentes são muito menores que sua separação orbital, não chegando a alcançar a primeira superfície equipotencial e o primeiro Lóbulo de Roche, L_1 , como se observa na figura 2.9.

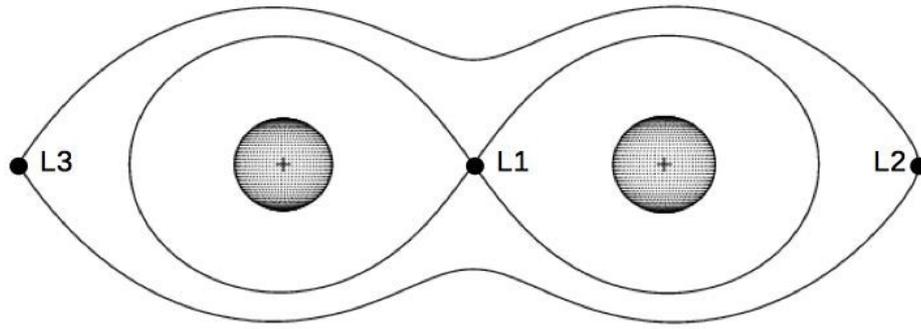


Figura 2.9: Em sistemas binários destacados as estrelas não preenchem por completo os seus respectivos lóbulos de Roche [5].

Nesses sistemas as estrelas ficam vinculadas somente ao interior de suas superfícies equipotenciais, separadas, evoluindo como se fossem estrelas individuais. Boa parte delas encontram-se na sequência principal, onde se tem boa relação entre o raio, a massa e a luminosidade da estrela, fazendo com que as mesmas sejam consideradas essenciais para informações astronômicas.

Na presente pesquisa iremos estudar sistemas destacados os quais apresentam uma maior quantidade de dados na literatura.

Capítulo 3

Os Dados Observacionais

3.1 A amostra

A amostra do presente trabalho consiste inicialmente em 181 sistemas binárias eclipsantes, ou seja, 362 estrelas binárias eclipsantes destacadas com tipo espectrais entre O e K, classe de luminosidade V, respectivamente estrelas que estão na sequência principal listadas no *Catalogue of the physical properties of well-studied eclipsing binaries (DEBCat)* [20, 21], o qual é atualizado constantemente.

Na data em que a amostra foi elaborada, o *DEBCat* continha 190 sistemas (380 estrelas). Os parâmetros disponibilizados pelo catálogo são: período, P ; índice de cor, $B - V$; magnitude visual, V ; metalicidade, M/H ; massa para as estrelas primária e secundária, M_1 e M_2 ; raio para ambas as estrelas, R_1 e R_2 ; gravidade da superfície para ambas as estrelas, g_1 e g_2 ; temperatura efetiva para ambas as estrelas, T_1 e T_2 e luminosidade para ambas as estrelas, L_1 e L_2 . Todos os parâmetros são acompanhados dos seus respectivos erros.

A base de parâmetros analisada foi ampliada utilizando dados do *The ninth catalogue of spectroscopic binary orbits (SB9)*, disponibilizados para os sistemas em nossa amostra. Foram adicionados dados de excentricidade, e ; semi amplitude da velocidade radial para ambas as estrelas, K_1 e K_2 ; velocidade sistêmica, V_0 ; projeção do semieixo maior da linha de visada para ambas as estrelas, $a_1 \sin i$ e $a_2 \sin i$; a função de massa para ambas as estrelas, $m_1 \sin^3 i$ e $m_2 \sin^3 i$. Foram calculados os dados de magnitude bolométrica,

$MBol$, estimados a partir do raio e da temperatura de acordo com a expressão [22]

$$MBol = 42,31 - 5 \log R/R_{\odot} - 10 \log T, \quad (3.1)$$

em que R é o raio estelar, R_{\odot} o raio solar e T a temperatura efetiva da estrela.

3.2 Sistemas Excluídos da Amostra

A proposta do presente trabalho é analisar apenas estrelas binárias da sequência principal e 90 estrelas precisaram ser excluídas. Parte delas apresentavam $\log g < 3,9$ (72 estrelas), como se observa na figura 3.1, indicando que se tratava de estrelas do ramo das gigantes. Desta maneira, a amostra foi reduzida para 308 estrelas. A tabela 3.1 apresenta um extrato com 10 estrelas binárias do grupo dos sistemas excluídos, os quais foram escolhidos aleatoriamente dentre as estrelas do grupo. Na tabela são apresentados parâmetros como: massa, raio, temperatura, luminosidade, período, magnitude visual, índice de cor, metalicidade e $\log g$ para as estrelas.

Em uma nova análise 18 estrelas foram excluídos por participarem de sistemas múltiplos (3 ou mais estrelas). Assim, a amostra final ficou com 290 estrelas. Os sistemas excluídos estão relacionados na tabela 3.2, onde são dados os parâmetros: massa, raio, temperatura, $\log g$, luminosidade, período, magnitude visual, índice de cor e metalicidade para as estrelas.

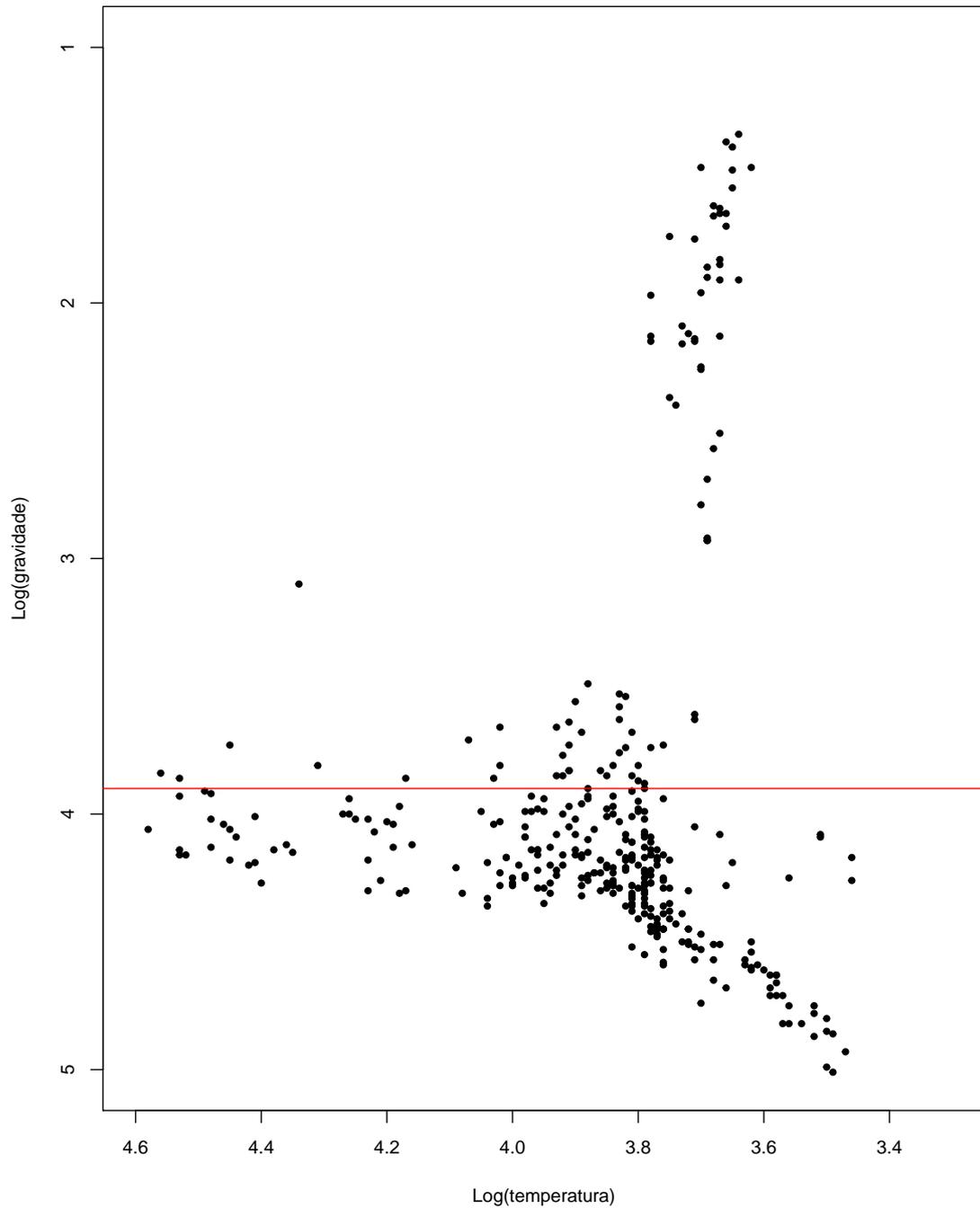


Figura 3.1: Representação gráfica da gravidade em função da temperatura para as estrelas estudadas, a curva em vermelho representa a linha de corte em $\log g < 3,9$. Os sistemas situados acima da linha de corte foram descartados da amostra.

System	P	V	$B - V$	$\log M$	$\log R$	$\log g$	$\log T$	$\log L$	M/H
AI_Hya	8,29	9,36	0,36	0,3314	0,5926	3,584	3,826	1,44	
AI_Phe	24,592	8,61	0,83	0,096	0,4642	3,606	3,712		-0,14
ASAS_J180057-2333.8	269,496	10,34	1,6	0,6914	1,717	1,696	3,657	3,013	-0,14
AY_Cam	2,735	9,9	0,36	0,279	0,4426	3,832	3,86	1,28	
chi2_Hya	2,268	5,65	-0,09	0,5579	0,6419	3,712	4,066	2,5	
CoRoT_105906206	3,695	11,78	0,7	0,3522	0,6274	3,53	3,829	1,53	0
EL_Cep	8,439	7,61	0,33	0,2485	0,4618	3,763	3,829	1,193	
HD_187669	88,387	8,88	1,24	0,1772	1,0542	2,507	3,667	1,732	-0,25
HY_Vir	2,732	7,81	0,42	0,2643	0,4481	3,806	3,836	1,2	
KIC_3858884	25,952	9,45	0,61	0,2742	0,5378	3,63	3,833		

Tabela 3.1: Extrato do grupo de sistemas excluídos, apresentando 10 sistemas escolhidos aleatoriamente.

System	P	V	$B - V$	$\log M$	$\log R$	$\log g$	$\log T$	$\log L$	M/H
1SWASP_J093010.78+533859.5	1,306	9,84	0,88	-0,1158	-0,1209	4,564	3,699	-0,49	
CF_Tau	2,756	10,25	0,95	0,1079	0,4467	3,653	3,716	0,71	
IO_Aqr	2,368	8,86	0,48	0,1956	0,3406	3,952	3,811	0,88	
Kepler-34	27,796	15,04	0,63	0,0203	0,0651	4,3284	3,772	0,173	-0,07
Kepler-35	20,734	15,96	0,66	-0,0517	0,0122	4,3623	3,749	-0,027	-0,34
Kepler-453	27,322	13,7	0,75	-0,025	-0,0794	4,571	3,742		0,09
KIC_7177553	17,996	11,54	0,52	0,0183	-0,0269	4,517	3,763	-0,055	-0,05
V1061_Cyg	2,347	9,24	0,54	0,1079	0,2082	4,129	3,791	0,533	
WOCS_40007	3,185	15,65	0,71	0,092	0,1458	4,24	3,795		-0,03

Tabela 3.2: Sistemas binários descartados por serem sistemas múltiplos (3 ou mais estrelas).

3.3 Caracterização Estatística da Amostra

As distribuições estatísticas dos parâmetros analisados são mostrados nas figuras 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 e 3.6. São apresentados o comportamento dos parâmetros: temperatura (T), massa (M), raio (R) para a estrela primária e secundária presente nos sistemas, e gravidade da superfície para todas as estrelas (g). A análise do parâmetro metalicidade (M/H) é realizado para os 50 sistemas com dados na literatura.

A tabela 3.3 apresenta as características das distribuições dos parâmetros da amostra analisada, ou seja, a temperatura efetiva para a estrela primária e secundária ($\log T_1$ e $\log T_2$); o raio para ambas as estrelas ($\log R_1$ e $\log R_2$) e a metalicidade (M/H).

Parâmetro	1º Quartil	3º Quartil	Mediana	Média
$\log T_1$	3,78	3,97	3,81	3,88
$\log T_2$	3,74	3,91	3,81	3,85
$\log M_1$	0,02	0,33	0,15	0,21
$\log M_2$	-0,06	0,26	0,12	0,16
$\log R_1$	0,09	0,35	0,22	0,21
$\log R_2$	-0,02	0,27	0,17	0,15
M/H	-0,25	0,06	-0,05	-0,21

Tabela 3.3: Descrição estatística dos parâmetros: $\log T$, $\log M$, $\log R$ e M/H , para 290 estrelas binárias eclipsantes.

A figura 3.2 (painel superior) apresenta a distribuição da gravidade para 290 estrelas dos sistemas em nossa amostra. A média e a mediana tem valores aproximados, sendo 4,25 e 4,23, respectivamente. O painel inferior da figura 3.2 mostra o diagrama de caixa desse parâmetro, no qual fica evidente que a distribuição desse parâmetro é aproximadamente aleatório.

Como se observa na tabela 3.3 as médias estão muito próximas das medianas, as distribuições desses parâmetros são aproximadamente aleatórias, embora haja uma leve assimetria em alguns casos, como por exemplo, $\log M_1$, $\log M_2$, $\log R_1$, $\log R_2$.

Na figura 3.3 observa-se que os valores da temperatura para ambas as estrelas, são análogas; pois suas médias valem aproximadamente 3,9, como observado na tabela 3.3. A mediana para o sistema vale, 3,81, apresentando uma assimetria, indicada pelo desloca-

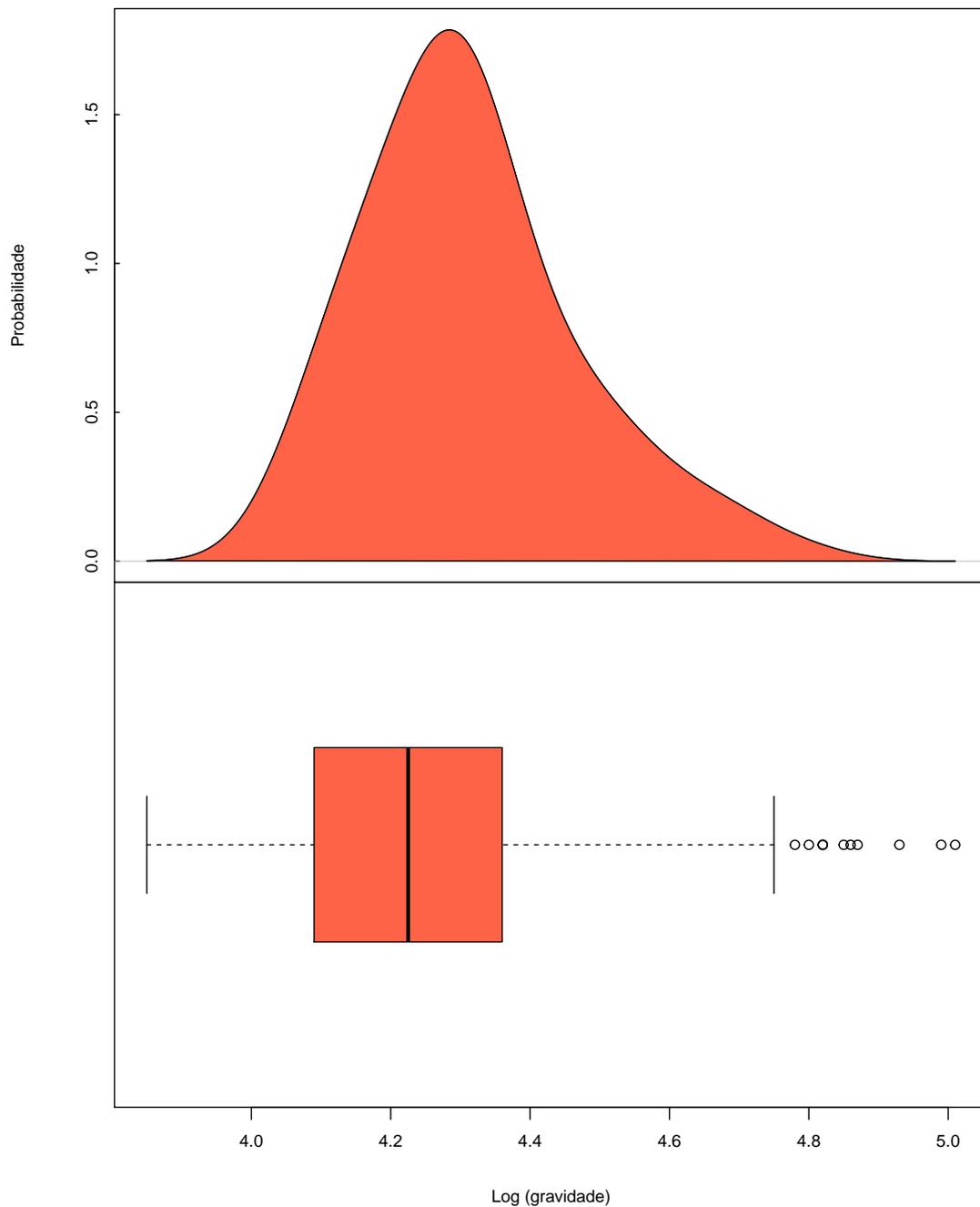


Figura 3.2: Representação gráfica para a gravidade superficial de 290 estrelas estudadas.

mento da linha da mediana no diagrama de caixa; o primeiro e o terceiro quartil possuem valores bem próximos, como observado na tabela 3.3 e na figura 3.3.

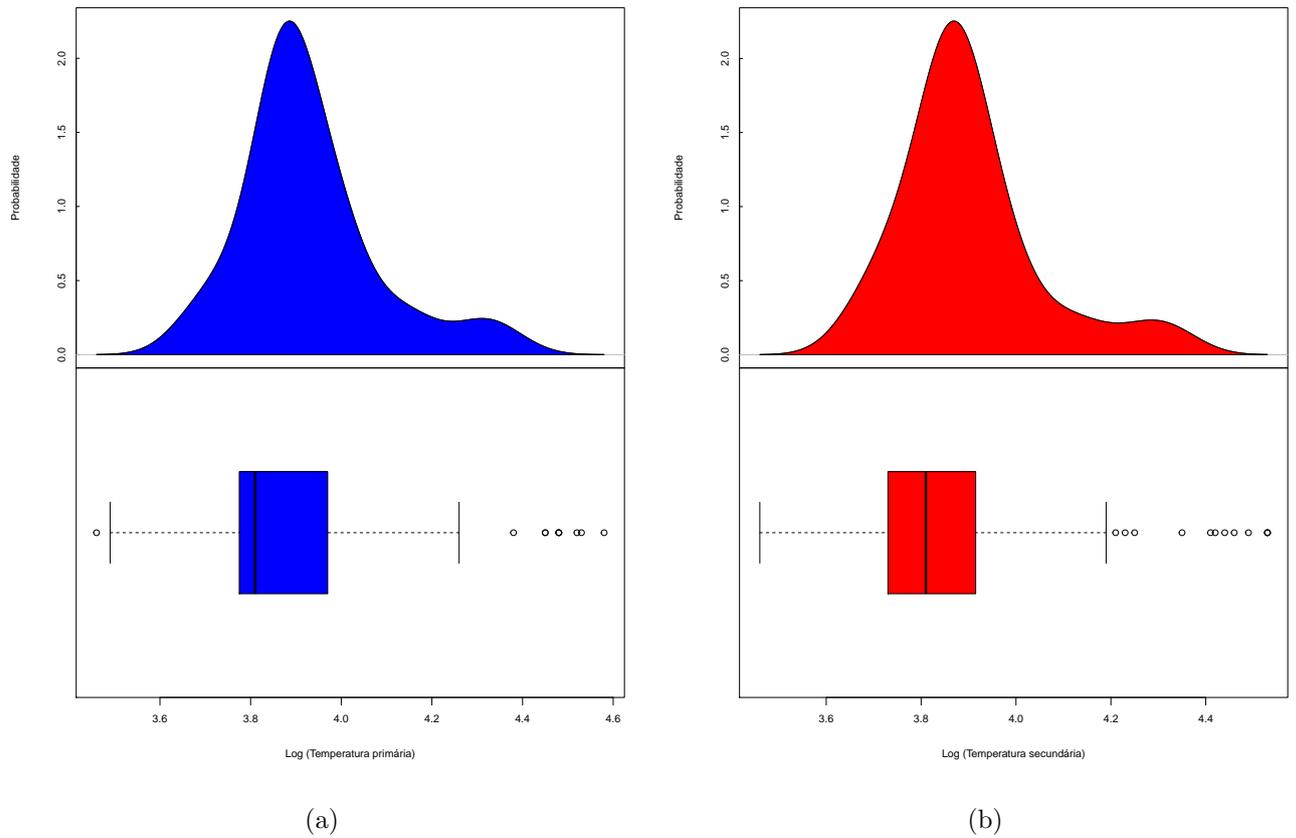


Figura 3.3: O painel da esquerda representa a temperatura dada para a estrela primária, enquanto que o painel da direita representa a temperatura para a estrela secundária.

Na figura 3.4 as médias possuem valores 0,21 e 0,16 para a estrela primária e secundária, respectivamente. Enquanto que a mediana para as duas estrelas estará entre 0,15 e 0,12; o primeiro e o terceiro quartil possuem valores distintos como observado na tabela 3.3. Observa-se na figura 3.4 um leve deslocamento para a direita da linha da mediana entre as estrelas primárias e secundárias, mostrando-se uma pequena diferença entre as mesmas.

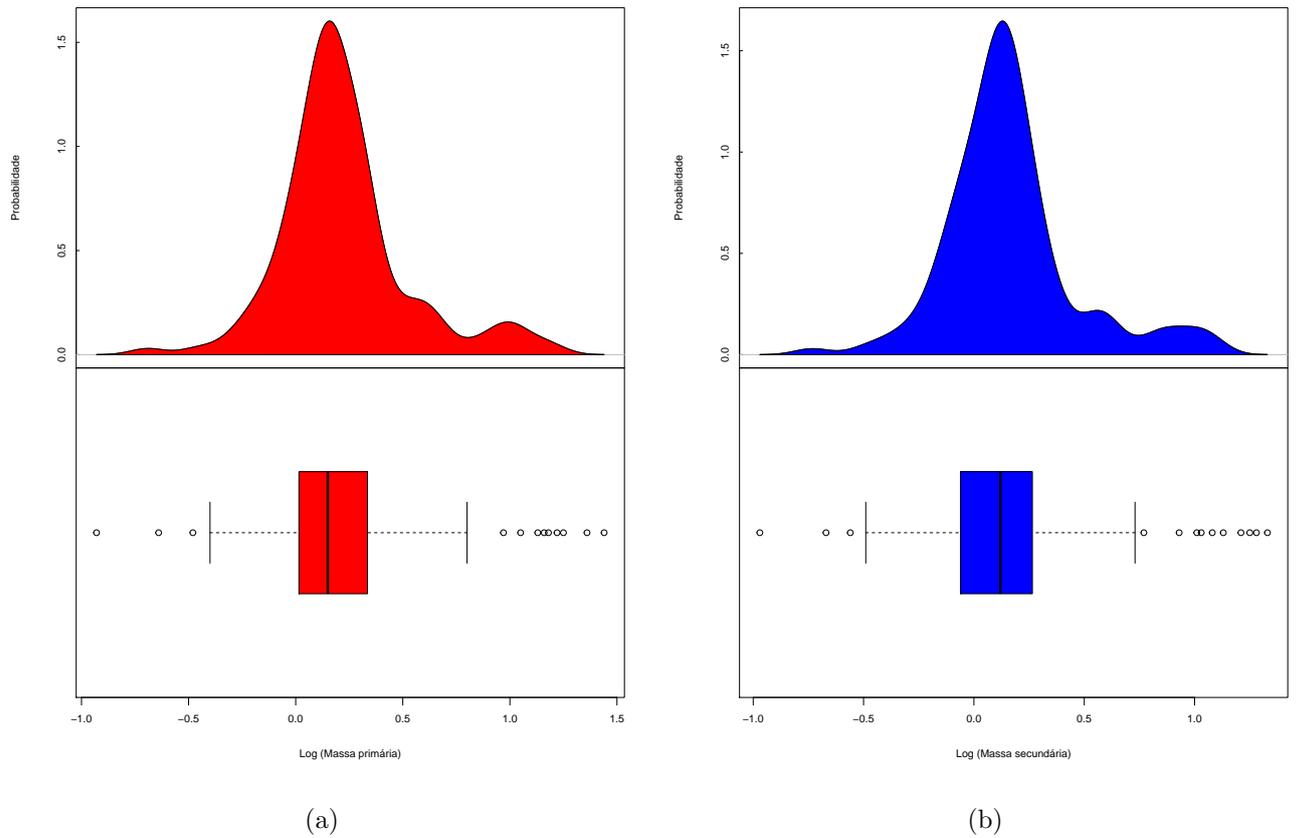


Figura 3.4: O painel da esquerda representa a massa para a estrela primária, enquanto o painel da direita representa a massa para a estrela secundária.

Na tabela 3.3, observa-se que a média do raio dos dados analisados para a estrela primária e secundária possuem valores distintos, 0,22 e 0,15 respectivamente. Essa diferença também é observada para a mediana, o primeiro e o terceiro quartil como observado na imagem 3.5 e na tabela 3.3.

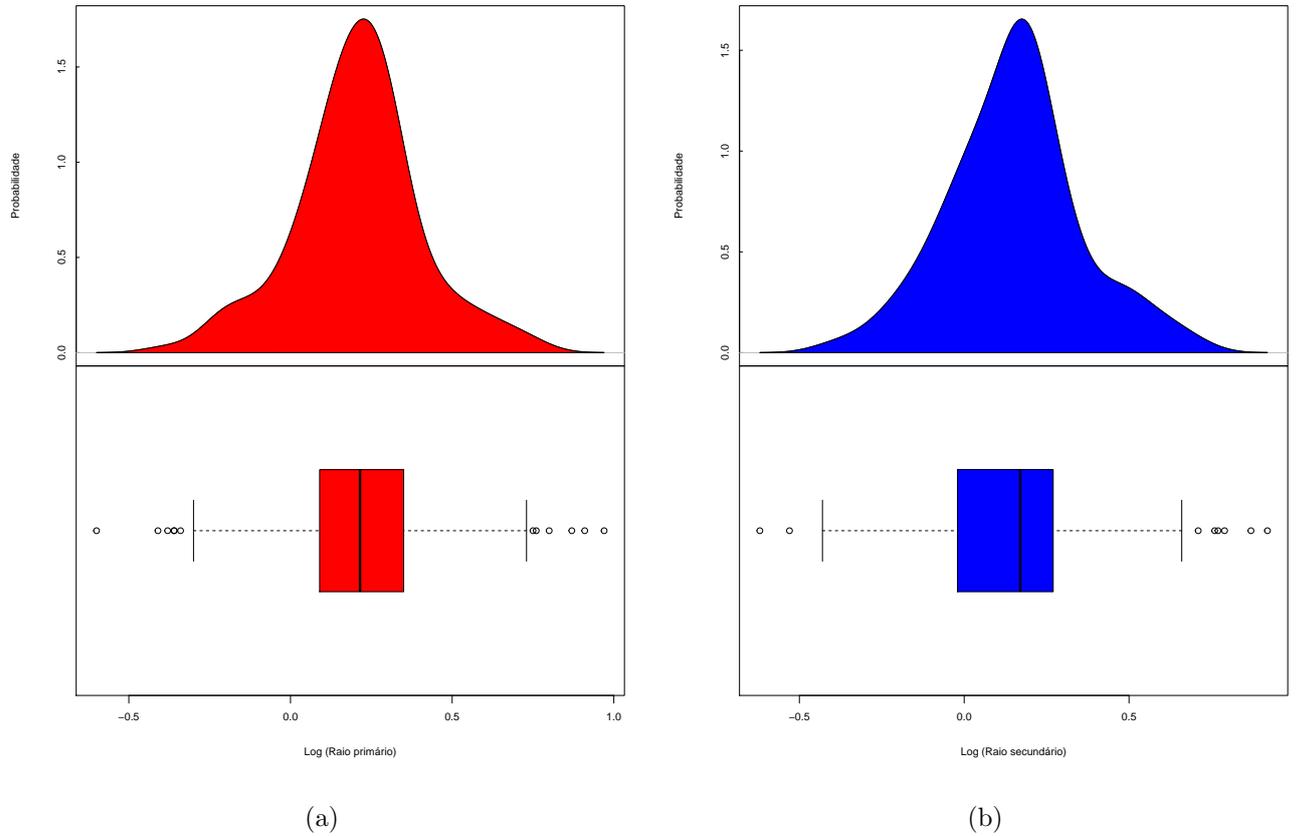


Figura 3.5: O painel da esquerda representa o raio para à estrela primária, enquanto o da direita representa o raio da estrela secundária.

Dos 145 sistemas apenas 50 contabilizam valores de metalicidade. Os valores de metalicidade dos sistemas da amostra estão compreendidas no intervalo de $-1,86 < [M/H] < 0,33$, e a média e mediana são $-0,21$ e $-0,05$, respectivamente. A distribuição apresenta uma calda acentuada para valores acima de aproximadamente $-0,5$, como é bem destacado na figura 3.6, significância estatística como pode ser inferido dos valores dos primeiro e segundo quartis de $-0,25$ e $-0,05$, respectivamente.

Como observado na análise acima, não há uma diferença estatística relevante entre as distribuições das estrelas primária e secundária, de modo que no capítulo seguinte será desconsiderada a distinção entre estrela primária e estrela secundária. Com isso, a amostra utilizada para o estudo de correlação e estimativa das calibrações foram feitas para uma amostra total de 290 estrelas.

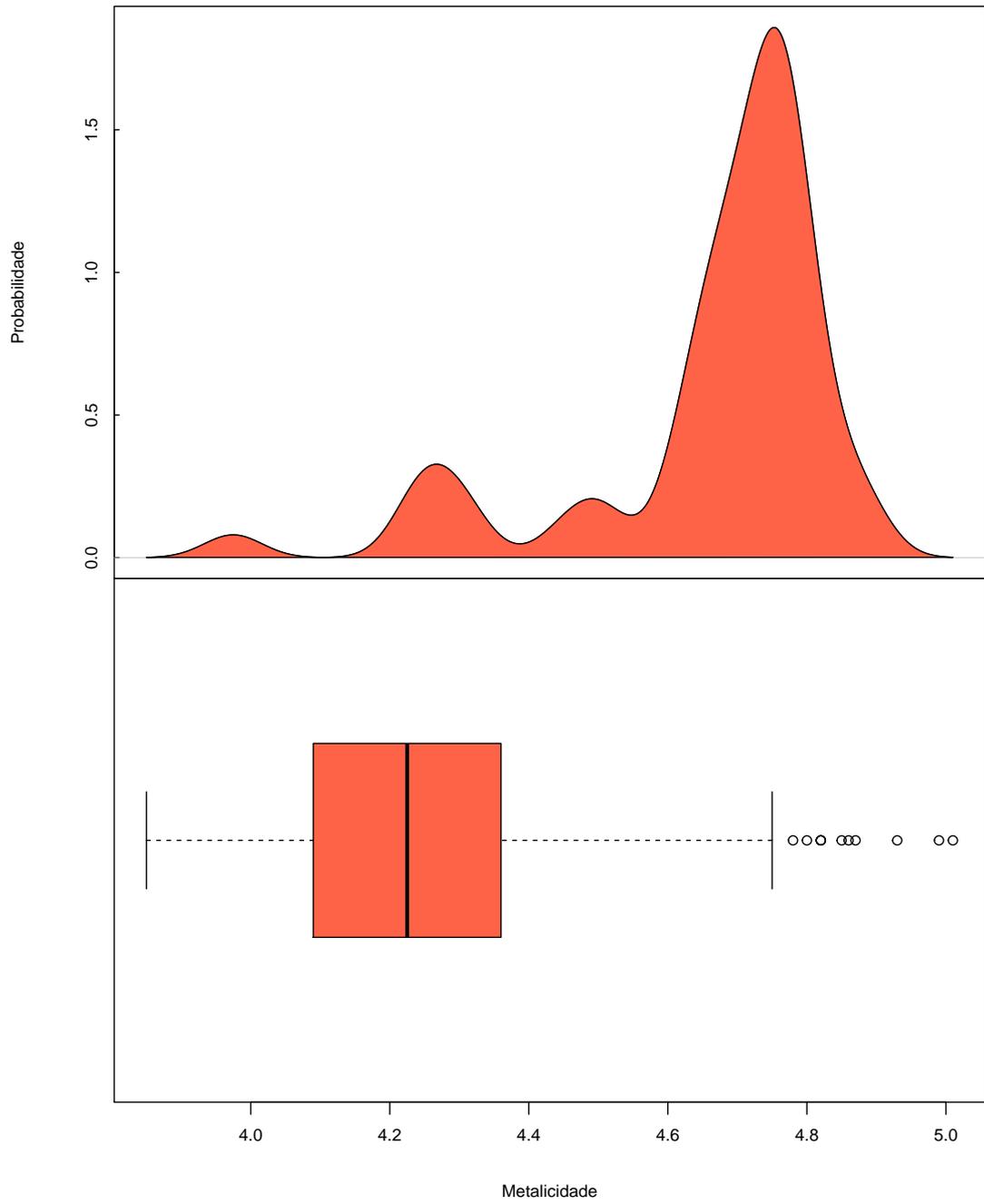


Figura 3.6: Representação gráfica da metalicidade para 50 sistemas binários.

Capítulo 4

Resultados e Discussões

Neste trabalho foi analisada uma amostra contendo 290 estrelas que, de acordo com a morfologia, são classificadas como binárias destacadas. A seguir, serão descritas e analisadas as correlações e calibrações entre diferentes parâmetros fundamentais estelares. Serão analisadas as correlações entre os parâmetros: temperatura efetiva, luminosidade, massa, raio e metalicidade.

Uma correlação é definida como a semelhança ou a relação existente entre dois ou mais parâmetros. Na estatística, o coeficiente de correlação de Pearson, mede a relação existente entre duas variáveis dentro de uma mesma escala métrica. Já o coeficiente de Spearman avalia se uma função arbitrária pode descrever uma relação entre duas variáveis, sem levar em consideração sua distribuição de frequência ou se a relação entre as variáveis é linear ou não. [23, 24]. A função do coeficiente de correlação é determinar a intensidade da relação, se ela existir, entre conjuntos de dados ou informações conhecidas. O valor do coeficiente de correlação varia entre -1 e 1 e o resultado obtido define se há uma correlação, caso o coeficiente seja positivo, ou uma anticorrelação, caso o coeficiente assuma um valor negativo. Observa-se na tabela 4.1 uma forma de interpretar o valor do coeficiente de correlação, seja linear ou não [25, 26].

Com objetivo de analisar as relações entre essas variáveis, foi utilizado o coeficiente de correlação de Spearman, no qual independe se o comportamento entre os parâmetros seja linear ou não. Este coeficiente se baseia nas observações de cada variável e nas diferenças entre elas, nas variáveis X (a variável independente) e Y (a variável dependente), para um mesmo objeto de estudo. Desta forma, se o valor de Y tende a aumentar quando o valor de X aumenta, o coeficiente de correlação de Spearman é positivo; ou se Y tende

Correlação	Análise
$\pm 0,9$ a $\pm 1,0$	Muito forte
$\pm 0,7$ a $\pm 0,9$	Forte
$\pm 0,5$ a $\pm 0,7$	Moderada
$\pm 0,3$ a $\pm 0,5$	Fraca
$\pm 0,0$ a $\pm 0,3$	Insignificante

Tabela 4.1: Interpretando os níveis de intensidade do coeficiente de correlação. A coluna da direita, fornece a interpretação para cada intervalo de intensidade de correlação presente na coluna esquerda.

a diminuir quando X aumenta, o coeficiente de correlação de Spearman é negativo. Um coeficiente de Spearman igual a zero indica que não há tendência de que Y aumente ou diminua quando X aumenta [27, 28, 29].

As correlações encontradas entre os parâmetros analisados estão relacionadas na tabela 4.2. Observa-se correlações muito forte entre temperatura efetiva e massa, e massa com o raio estelar. Correlações fortes são apresentadas nos casos de temperatura efetiva e raio. As correlações entre a temperatura, a massa e o raio estelar com a metalicidade, são todas insignificante, moderada e fraca, respectivamente.

	$\log T$	$\log M$	$\log R$	M/H
$\log T$	1	0,97	0,90	0,23
$\log M$		1	0,95	0,56
$\log R$			1	0,4
M/H				1

Tabela 4.2: Correlações realizadas entre os parâmetros: temperatura (T), massa (M), raio (R) e metalicidade (M/H).

Na seção 4.1 será realizada a análise das correlações apresentadas na tabela 4.2 e de cada calibração separadamente. Todas as calibrações foram estimadas utilizando o método dos mínimos quadrados e a qualidade dos ajustes avaliadas pela raiz média quadrática dos resíduos definida como

$$\text{RMQR} = \sqrt{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (4.1)$$

em que y_i é o valor teórico da medida, dado pela calibração, \hat{y}_i é o valor real da medida para o ajuste da calibração.

4.1 Correlações e calibrações

O principal observável para as calibrações analisadas neste trabalho é a temperatura efetiva, haja visto que essa medida pode ser obtida com relativa facilidade a partir do espectro estelar. A relação entre a massa e o raio estelar, precisam ser analisados com cuidado, antes das calibrações serem estimadas [30].

A sequência principal pode se entendida como uma sequência de massas de estrelas que fundem hidrogênio no núcleo, desde as estrelas mais frias e de menor massa, encontrada na parte inferior direita do diagrama H-R, até as mais quentes e massivas na outra extremidade [31]. A duração nessa fase depende principalmente da massa estelar, variando entre poucos milhões de anos para estrelas mais massivas até trilhões de anos para menos massivas [4]. Na sequência principal, dependendo da massa, o raio estelar podem variar aproximadamente entre $0,2 R_{\odot}$ e $13 R_{\odot}$ [32]. Entretanto, após a fase da queima do hidrogênio, uma estrela pode aumentar o seu tamanho, ou seja, ela varia o tamanho de acordo com seu estágio evolutivo.

A determinação exata do estado evolutivo da massa, em particular quando ela está na sequência principal, é uma tarefa muito difícil e conseqüentemente a massa e o raio estelares são parâmetros cujas medidas estão susceptíveis à grandes variações, sendo comum obter-se elevados erros de medidas assim como desvios de comportamento esperado com relação a modelos [33, 34, 35].

Com a finalidade de atestar a qualidade das medidas de massa e raio para as estrelas da amostra, comparamos a distribuição da massa como função do raio com o modelo obtido a partir dos valores médios para esses parâmetros previstos por [36] para estrelas na sequência principal. O resultado é mostrado na figura 4.1. Os dados da amostra são representados por pontos em vermelhos e o melhor ajuste é representada pela linha em vermelho. Como pode ser observado a relação entre massa e raio para as estrelas da amostra é consistente com o modelo (pontos pretos) obtido com os dados estimados por [36]. De fato, os dados da amostra estão distribuído em torno do modelo.

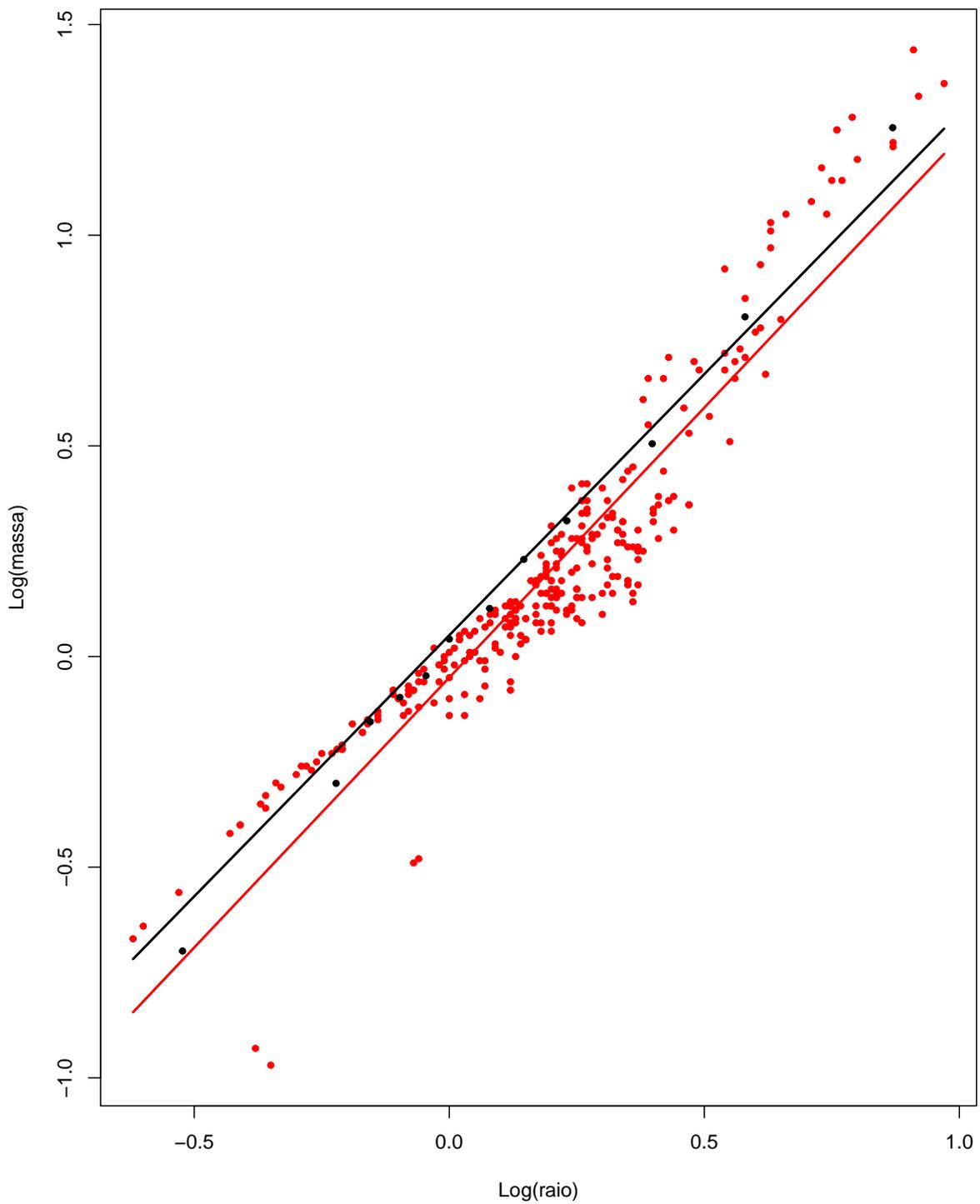


Figura 4.1: Distribuição da massa como uma função do raio para as estrelas da amostra (pontos vermelhos). A distribuição dos dados se dá em bom acordo com o modelo (linha preta) obtido a partir dos valores médios estimados por [36] para estrelas da sequência principal (pontos pretos).

4.1.1 Temperatura, massa e raio

O diagrama H-R mostra que as estrelas tendem a manter uma relação entre a luminosidade (ou magnitude absoluta) e a temperatura da superfície (ou o tipo espectral). Essa relação faz com que essas estrelas ocupem uma faixa diagonal no diagrama H-R, a chamada de sequência principal. As estrelas mais quentes (mais massivas), sendo também as mais luminosas, ocupam o topo da diagonal. As estrelas mais frias (menos massivas) e menos luminosas, concentram-se na base da diagonal [4, 32]. Desse modo, a partir do diagrama H-R infere-se que a existência de correlação muito forte entre luminosidade e temperatura. Teoricamente, a relação entre esses dois parâmetros para estrelas na sequência principal é representada por

$$L \propto R^2 T^4, \quad (4.2)$$

na qual observa-se que a luminosidade (L) de uma estrela na sequência principal é diretamente proporcional ao quadrado de seu raio e a quarta potência de sua temperatura.

As estrelas passam aproximadamente 90% do tempo de sua vida na sequência principal [9]. Quando a estrela é formada e a sua fonte principal de energia passar a ser a fusão do hidrogênio, ela assume uma posição na sequência principal e permanece até queimar cerca de 10% do seu hidrogênio. A sequência principal, no diagrama H-R, ilustra graficamente a relação entre esse três parâmetros fundamentais de uma estrela, luminosidade, temperatura e massa.

Para as estrelas em nossa amostra, o coeficiente de correlação entre os parâmetros luminosidade e temperatura é 0,98, indicando a existência de uma forte correlação entre os parâmetros. O diagrama H-R da amostra é mostrado na figura 4.2. Os dados são representados por pontos e a calibração é representada pela curva em vermelho. No painel inferior é apresentado gráfico do tipo quantil-quantil para os resíduos da calibração. A distribuição dos quantiles seguem aproximadamente a gaussiana em vermelho, indicando que os resíduos segue uma distribuição normal e atestando a boa qualidade do ajuste da calibração aos dados.

A correlação entre temperatura e luminosidade foi estimada a partir dos dados e dada

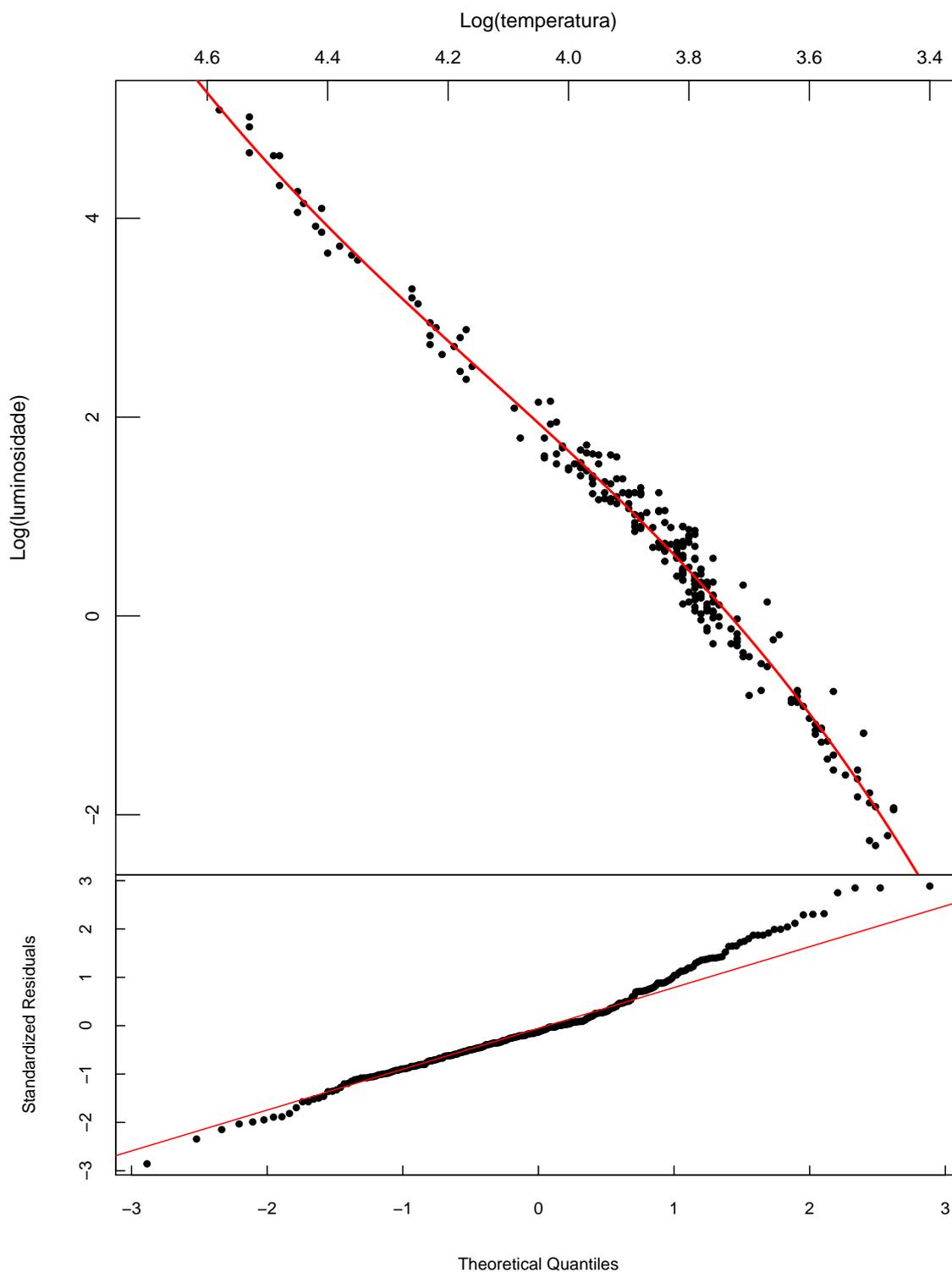


Figura 4.2: Diagrama Hertzsprung-Russell da amostra estudada. A correlação existente entre luminosidade e temperatura é muito forte (0,98). No painel superior mostra-se a calibração encontrada para a relação luminosidade e temperatura representada pela curva em vermelho e dada pela equação 4.3 para os dados. No painel inferior mostra-se o gráfico quantil-quantil para os resíduos.

pela seguinte calibração:

$$\log L = 2,961969X^3 - 36,734909X^2 + 157,357795X - 229,579230, \quad (4.3)$$

em que $X = \log T$, com limites de validade no intervalo $3,46 \leq \log T \leq 4,58$ e $\text{RMQR} \sim 0,45$.

Na figura 4.3 é observado a correlação entre massa e temperatura para as estrelas estudadas, o mesmo é representado por pontos e a calibração é dada pela curva em vermelho. A correlação entre esses dois parâmetros é muito forte, sendo de aproximadamente 0,97 como observado na tabela 4.2. Observar-se no painel inferior o gráfico quantil-quantil para os resíduos, onde a distribuição tende a seguir a gaussiana em vermelho, indicando uma normalidade dos resíduos. No entanto, a distribuição apresenta desvios nas extremidades, a calibração descreve de forma mais adequada a relação entre os parâmetros na parte central do intervalo de validade.

Como mencionado, a massa é um fator determinante para a posição da estrela na sequência principal, de modo que quanto maior a massa, mais quente e mais luminosa é a estrela. As distribuições das estrelas na sequência principal do diagrama H-R é também uma consequência da correlação entre massa e temperatura, o que pode ser inferido também da semelhança entre as figuras 4.3 e 4.2.

A calibração entre massa e temperatura para as estrelas analisadas é dada pela equação

$$\log M = 1,461731X^3 - 17,588530X^2 + 71,886095X - 99,294987, \quad (4.4)$$

válida nos intervalos $3,46 \leq \log T \leq 4,58$ e com $\text{RMQR} \sim 0,27$.

A luminosidade varia com o raio e a temperatura estelar, cuja relação pode ser deduzida a partir da equação 4.2, obtendo-se a equação

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4, \quad (4.5)$$

conhecida como a lei de Stefan-Boltzmann, onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann ($5,67 \cdot 10^{-5} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$). De acordo com a equação 4.5, um aumento da temperatura, assim

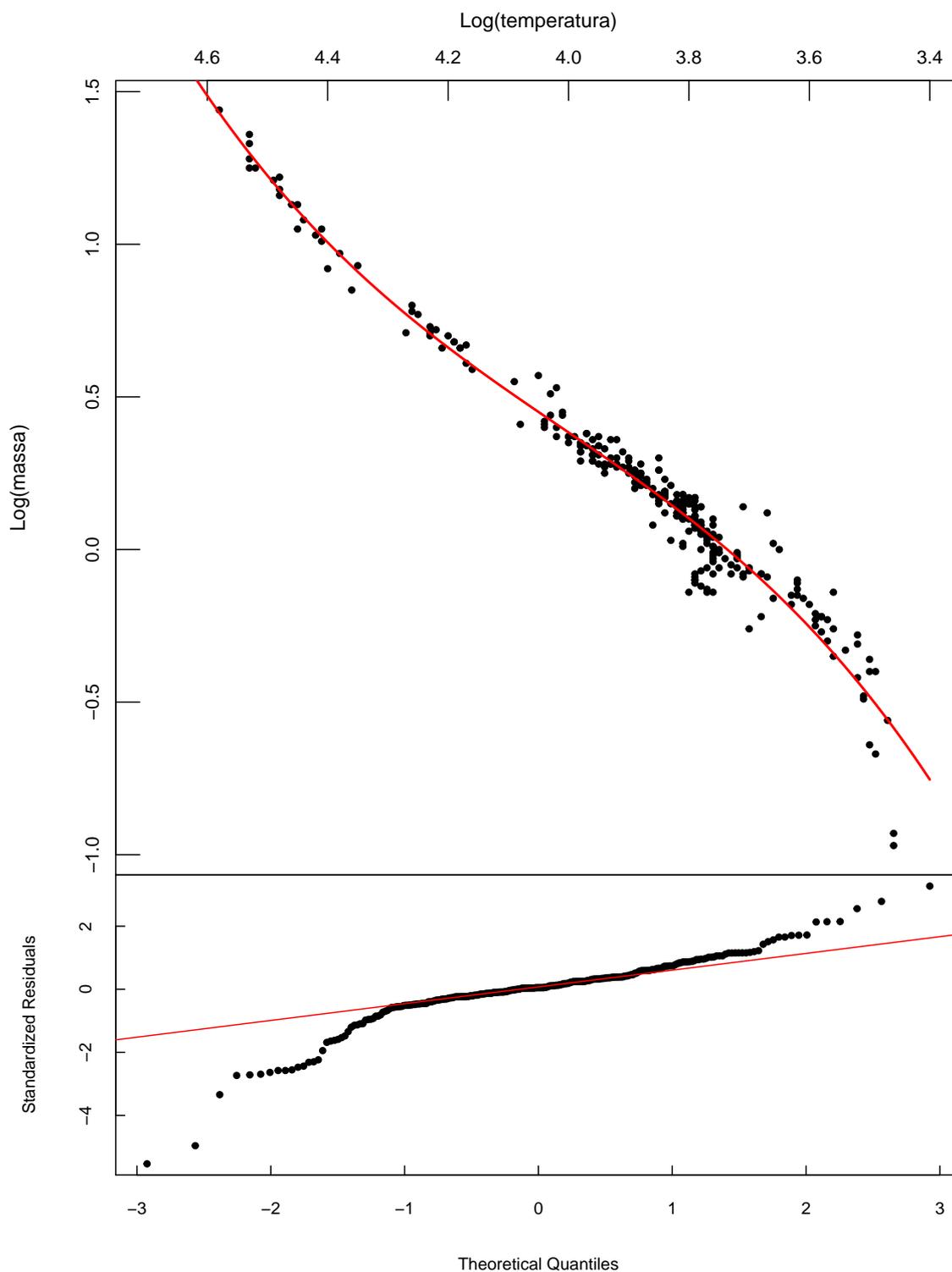


Figura 4.3: Representação gráfica da relação entre massa e temperatura para as estrelas analisadas, existe uma correlação muito forte entre os parâmetros (0,97). No painel superior mostra-se a calibração representada pela curva em vermelho e dada pela equação 4.4 para os dados. No painel inferior é apresentado o gráfico quantil-quantil para os resíduos.

como um aumento no raio pode levar ao aumento da luminosidade da estrela. Fixando-se a temperatura, um aumento do raio leva a um aumento da luminosidade. Fixando-se a luminosidade, um aumento no raio leva a uma diminuição da temperatura efetiva (ou seja, da superfície) da estrela [4]. Infere-se daí a correlação existente entre o raio e a temperatura efetiva.

Na figura 4.4 é apresentada a distribuição dos raios das estrelas da amostra como função da sua temperatura. Parece claro a existência da forte correlação entre os parâmetros, como é também observado na tabela 4.2, a qual apresenta um coeficiente de correlação de aproximadamente 0,90.

De acordo com os dados analisados neste trabalho, a calibração para estimar o raio estelar a partir da temperatura efetiva é dada pela equação

$$\log R = 1,328634X^3 - 16,567952X^2 + 69,621778X - 98,077369, \quad (4.6)$$

calibração que tem validade no intervalo $3,46 \leq \log T \leq 4,58$ e apresenta um valor de RMQR $\sim 0,32$. O gráfico quantil-quantil, mostrado na parte inferior da figura 4.4, apresenta uma distribuição praticamente linear, exceto para a extremidade superior que apresenta um desvio acentuado.

4.1.2 Contribuições da metalicidade para os parâmetros: temperatura, massa e raio

A metalicidade indica a proporção de elementos diferentes do hélio e hidrogênio nas estrelas. Por conveniência, quaisquer elementos que não sejam He e H, são chamados de metais. Define-se metalicidade de uma estrela, $[M/H]$, como sendo a relação entre a razão entre as abundâncias de ferro e hidrogênio da estrela medida na unidade da metalicidade solar [37]. Como as estrelas queimam seu hidrogênio na sequência principal, há também uma variação na sua composição química durante essa fase evolutiva. O fator principal para a determinação da metalicidade das estrelas, entretanto, é a sua idade. As estrelas mais jovens e massivas, tendem a apresentar metalicidade mais altas, enquanto as menos massivas, mais velhas, tendem a apresentar baixas metalicidades [38]. Neste trabalho, é necessário avaliar se a metalicidade estelar influencia as calibrações estimadas [39, 40].

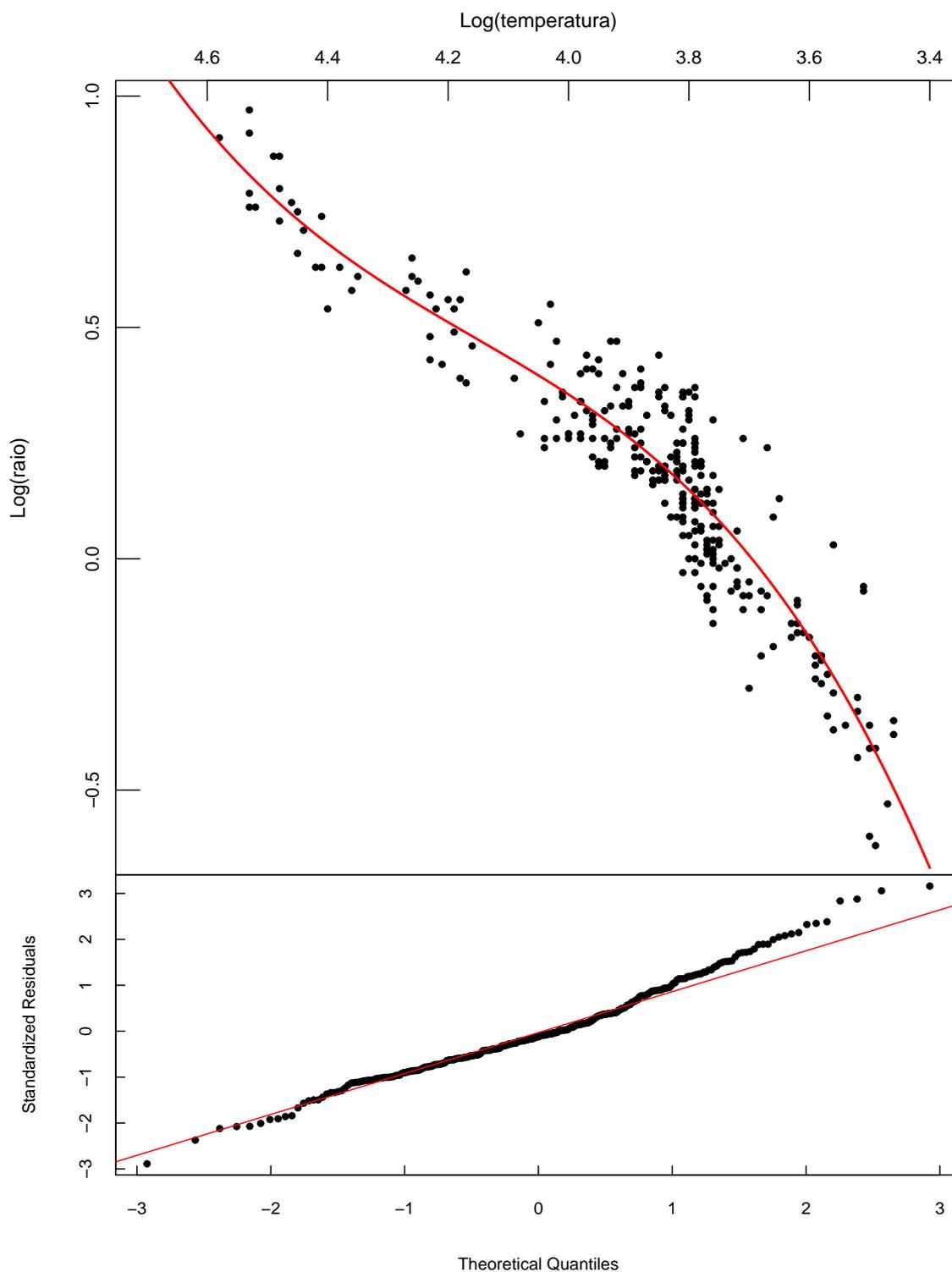


Figura 4.4: Representação gráfica da relação entre raio e temperatura para as estrelas estudadas, existe uma forte correlação entre os parâmetros (0,90). No painel superior mostra-se a calibração representada pela curva em vermelho e dada pela equação 4.6 para os dados. No painel inferior é apresentado o gráfico quantil-quantil para os resíduos.

Os valores de metalicidade dos sistemas binários analisados estão compreendidos no intervalo de $-1,86 \leq M/H \leq 0,33$, com média $[M/H] = -0,21$ e mediana $[M/H] = -0,05$ (ver tabela 3.3) o que indica uma distribuição aproximadamente aleatória desses valores. As distribuições da temperatura, massa e raio como função da metalicidade são apresentadas nas figuras 4.5, 4.6 e 4.7, respectivamente. Todas essas distribuições apresentam uma dispersão significativa nos valores para um dado valor de metalicidade, refletindo os coeficientes de correlação apresentados na tabela 4.1, a saber, uma correlação moderada, com a massa, insignificante, com a temperatura efetiva, e fraca, com o raio. Esse resultado mostra que a metalicidade não influencia as calibrações analisadas nesse trabalho.

Por fim, é importante salientar que para as estrelas da amostra analisada, não foram encontradas correlações significativas entre os parâmetros fundamentais das estrelas e os elementos orbitais dos sistemas binários. E não havendo correlações, não se pode estimar calibrações úteis entre os parâmetros fundamentais estelares e os elementos orbitais dos sistemas.

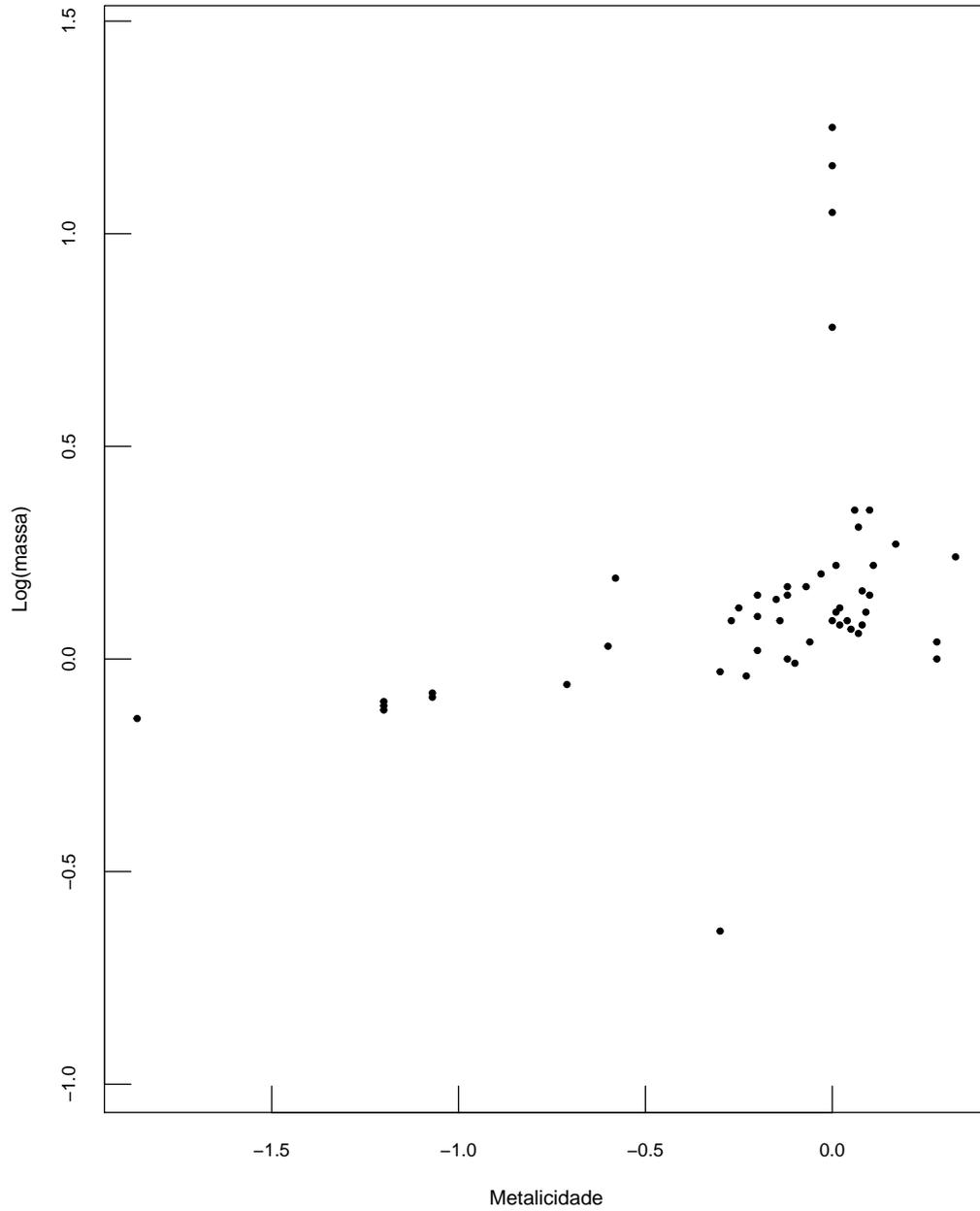


Figura 4.5: Representação gráfica entre massa e metalicidade para 50 estrelas da amostra. Observar-se uma correlação moderada entre os parâmetros (0,56), onde os pontos estão concentrados em torno dos valores $-0,3 \leq M/H \leq 0,5$ para metalicidade e $-0,1 \leq \log M \leq 0,4$ para a massa.

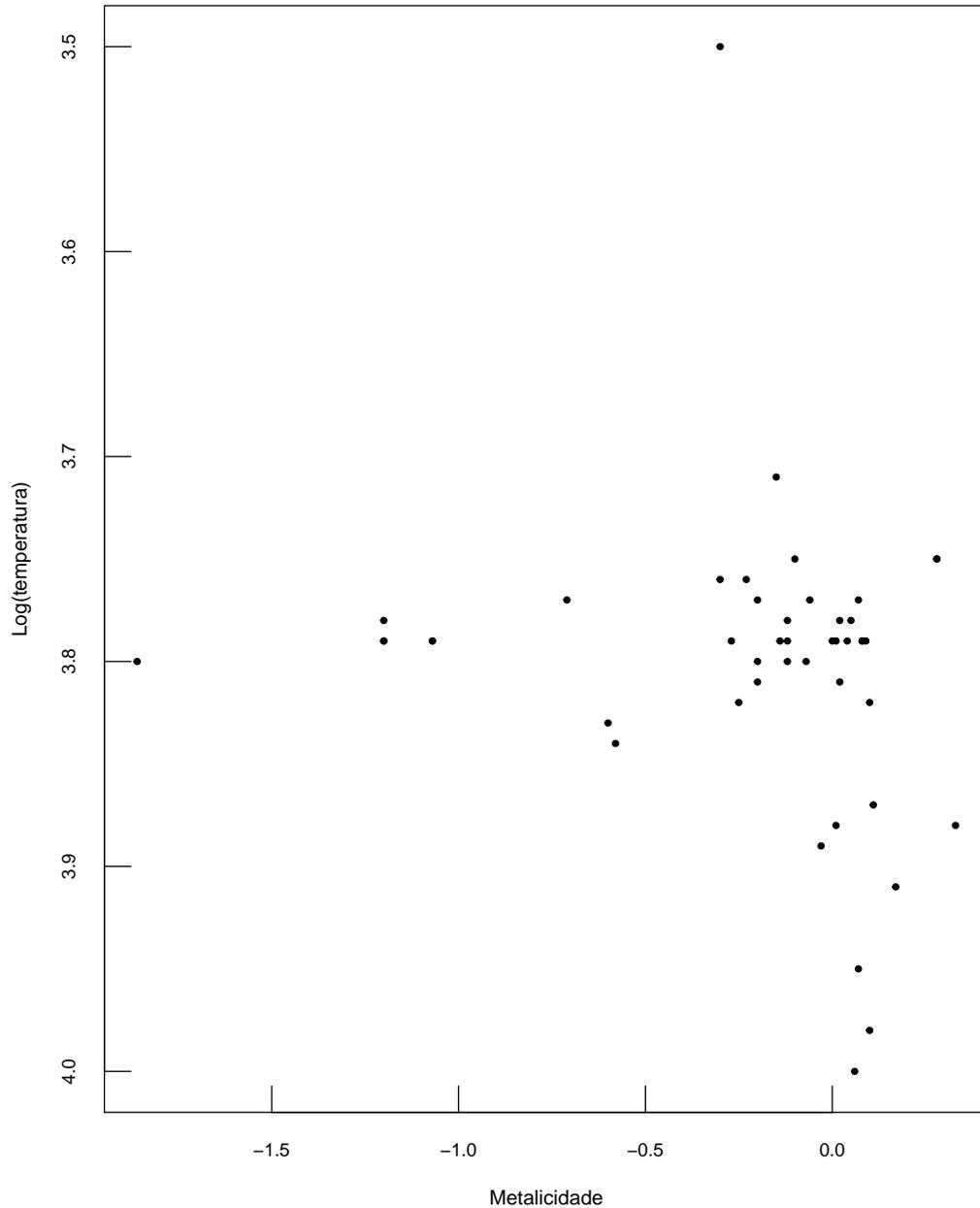


Figura 4.6: Representação gráfica da relação entre temperatura e metalicidade para 50 estrelas da amostra. Observar-se uma correlação insignificante para os parâmetros $(0,23)$, onde os pontos estão concentrados em torno dos valores $-0,3 \leq M/H \leq 0,5$ para metalicidade e $3,9 \geq \log T \geq 3,7$ para a temperatura.

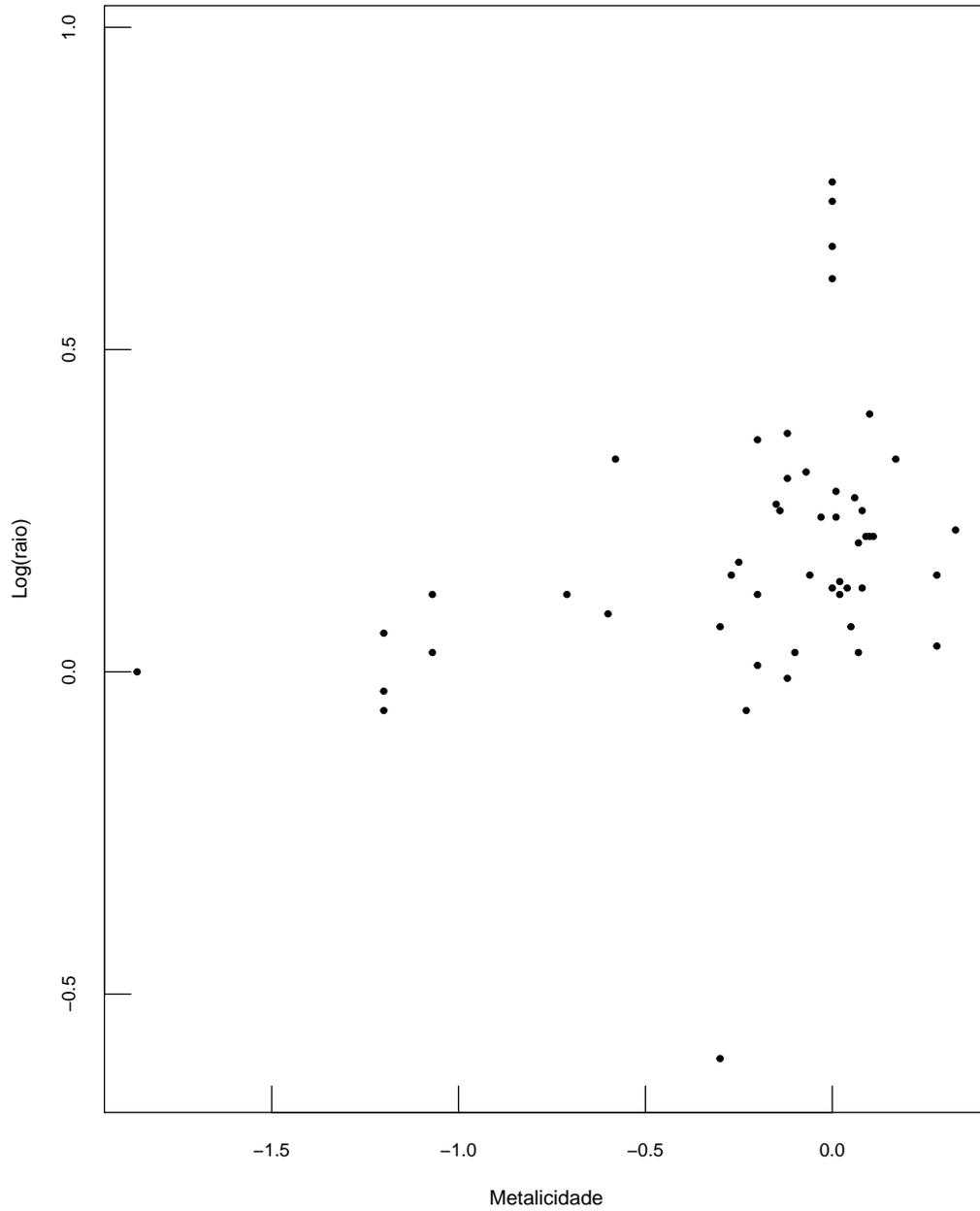


Figura 4.7: Representação gráfica da relação entre raio e função da metalicidade para 50 estrelas da amostra. Observar-se uma correlação fraca entre os parâmetros(0,4), onde os pontos estão concentrados em torno dos valores $-0,3 \leq M/H \leq 0,5$ para metalicidade e $-0,1 \leq \log R \leq 0,4$ para o raio.

Capítulo 5

Conclusões e Perspectivas

5.1 Conclusões

O presente trabalho teve como objetivo analisar as correlações e estimar calibrações entre temperatura, massa, raio e metalicidade para uma amostra de 290 estrelas binárias eclipsantes destacadas na sequência principal. Essas estrelas têm valores de massa no intervalo $-0,97 \leq \log M \leq 1,44$, de raio no intervalo $-0,62 \leq \log R \leq 0,97$, de temperatura no intervalo de $3,46 \leq \log T \leq 4,58$, e metalicidade variando entre -1,86 a 0,33. A qualidade das medidas entre massa e raio foram avaliadas comparando-se a relação entre esse dois parâmetros com um modelo elaborado a partir dos valores estimados por Cox [36].

A análise dos dados mostrou que há uma forte correlação entre temperatura efetiva e os observáveis luminosidade, massa e raio, com coeficiente de correlação de 0,98, 0,97 e 0,90, respectivamente. As correlações entre metalicidades e os demais parâmetros mostram-se serem moderadas, fraca ou insignificantes. A saber, o coeficiente de correlação entre massa e metalicidade foi estimado em 0,56, raio e metalicidade em 0,40, temperatura e metalicidade sendo igual a 0,23. Esses resultados indicam que a metalicidade não afetam significativamente as calibrações entre os demais parâmetros fundamentais. Foram realizados testes de correlação entre os parâmetros fundamentais das estrelas e os elementos orbitais dos sistemas, entretanto os resultados não mostraram a existência de correlação significativa entre esses parâmetros, de modo que a estimativa das calibrações não foi possível.

Todos os parâmetros fortemente correlacionados com a temperatura foram calibrados

com relação a ela (temperatura). Foram estimadas as seguintes calibrações:

$$\log L = 2,961969X^3 - 36,734909X^2 + 157,357795X - 229,579230, \quad (5.1)$$

com RMQR $\sim 0,45$ e com limites de validade no intervalo $3,46 \leq \log T \leq 4,58$ para a temperatura dos sistemas.

$$\log M = 1,461731X^3 - 17,588530X^2 + 71,886095X - 99,294987, \quad (5.2)$$

com RMQR $\sim 0,27$ e com limites de validade nos intervalos $3,46 \leq \log T \leq 4,58$ para a temperatura dos sistemas.

$$\log R = 1,328634X^3 - 16,567952X^2 + 69,621778X - 98,077369, \quad (5.3)$$

com RMQR $\sim 0,32$ e com limites de validade nos intervalos $3,46 \leq \log T \leq 4,58$ para a temperatura dos sistemas.

A qualidade dos ajustes dessas calibrações aos dados também foram analisadas a partir do comportamento das distribuições dos resíduos, mostrando que os mesmos apresentam distribuição normal, com pequenos desvios apenas nas extremidades superiores e inferiores da distribuição.

5.2 Perspectivas

Os resultados do presente trabalho permitiu a atualização da calibração da temperatura com parâmetros de luminosidade, massa e raio, utilizando todos os dados disponíveis na literatura. Para continuidade e aplicações desse trabalho, sugerimos os seguintes estudos.

- Aplicação das calibrações para estimar parâmetros de entrada em códigos para obtenção de parâmetros de sistemas binários como o PHOEBE e o JKTEBOP;

- Aplicação das calibrações para estimar os parâmetros fundamentais de estrelas simples nos mais diversos estudos;
- Realizar estudo comparativo com outras calibrações afim de quantificar a eficácia das anteriores, baseadas em uma menor quantidade de estrelas e menor precisão nas medidas.
- Realizar um estudo de correlação múltipla no sentido de estabelecer relações entre os parâmetros orbitais e os fundamentais (massa, raio e temperatura).

Apêndice A

Tabelas com os principais parâmetros estelares da amostra

As tabelas a seguir se referem alguns parâmetros encontrados no catálogo *DEBCat* [20]. As colunas estão denominadas das seguintes maneiras:

- Coluna 1: Identificação dos sistemas binários;
- Coluna 2: Logaritmo da massa para a estrela primária ($\log M_1$);
- Coluna 3: Logaritmo do raio para a estrela primária ($\log R_1$);
- Coluna 4: Logaritmo da temperatura para a estrela primária ($\log T_1$);
- Coluna 5: Logaritmo da massa para a estrela secundária ($\log M_2$);
- Coluna 6: Logaritmo do raio para a estrela secundária ($\log R_2$);
- Coluna 7: Logaritmo da temperatura para a estrela secundária ($\log T_2$);
- Coluna 8: Metalicidade do sistema (M/H).

Tabela A.1: Amostra de estrelas do DEBCat e seus respectivos parâmetros para as estrelas primária e secundária.

System	$\log M_1$	$\log R_1$	$\log T_1$	$\log M_2$	$\log R_2$	$\log T_2$	M/H
M55_V54	-0,14	0	3,8	-0,26	-0,28	3,7	-1,86
M4_V65	-0,1	0,06	3,79	-0,22	-0,21	3,68	-1,2
M4_V66	-0,11	-0,03	3,79	-0,13	-0,08	3,77	-1,2
M4_V69	-0,12	-0,06	3,78	-0,14	-0,09	3,77	-1,2
NGC_6362_V40	-0,08	0,12	3,79	-0,1	0	3,79	-1,07
NGC_6362_V41	-0,09	0,03	3,79	-0,14	-0,14	3,76	-1,07
47_Tuc_V69	-0,06	0,12	3,77	-0,07	0,07	3,78	-0,71
V432_Aur	0,03	0,09	3,83	0,08	0,39	3,78	-0,6
KIC_11285625	0,19	0,33	3,84	0,08	0,17	3,86	-0,58
CM_Dra	-0,64	-0,6	3,5	-0,67	-0,62	3,49	-0,3
RW_Lac	-0,03	0,07	3,76	-0,06	-0,02	3,75	-0,3
WZ_Oph	0,09	0,15	3,79	0,09	0,15	3,79	-0,27
V1130_Tau	0,12	0,17	3,82	0,14	0,25	3,82	-0,25
KIC_6131659	-0,04	-0,06	3,76	-0,16	-0,19	3,66	-0,23
BG_Ind	0,15	0,36	3,8	0,11	0,23	3,82	-0,2
V636_Cen	0,02	0,01	3,77	-0,07	-0,08	3,7	-0,2
VZ_Hya	0,1	0,12	3,81	0,06	0,05	3,8	-0,2
ASAS_J052821+0338.5	0,14	0,26	3,71	0,12	0,24	3,67	-0,15
KOI-2939	0,09	0,25	3,79	-0,01	-0,01	3,76	-0,14
BK_Peg	0,15	0,3	3,8	0,1	0,17	3,8	-0,12

Tabela A.2: Amostra de estrelas do DEBCat e seus respectivos parâmetros para as estrelas primária e secundária.

System	$\log M_1$	$\log R_1$	$\log T_1$	$\log M_2$	$\log R_2$	$\log T_2$	M/H
GX_Gem	0,17	0,37	3,79	0,17	0,35	3,79	-0,12
V530_Ori	0	-0,01	3,78	-0,23	-0,23	3,59	-0,12
IM_Vir	-0,01	0,03	3,75	-0,18	-0,17	3,63	-0,1
BW_Aqr	0,17	0,31	3,8	0,14	0,25	3,79	-0,07
V785_Cep	0,04	0,15	3,77	0,03	0,14	3,77	-0,06
KIC_9777062	0,2	0,24	3,89	0,15	0,19	3,85	-0,03
CV_Vel	0,78	0,61	4,26	0,77	0,6	4,25	0
DW_Car	1,05	0,66	4,45	1,03	0,63	4,42	0
EF_Aqr	0,09	0,13	3,79	-0,02	-0,02	3,72	0
V578_Mon	1,16	0,73	4,48	1,01	0,63	4,41	0
Y_Cyg	1,25	0,76	4,52	1,25	0,76	4,53	0
CO_And	0,11	0,24	3,79	0,1	0,23	3,79	0,01
V501_Mon	0,22	0,28	3,88	0,16	0,2	3,85	0,01
LL_Aqr	0,08	0,12	3,78	0,01	0	3,76	0,02
NP_Per	0,12	0,14	3,81	0,02	0,09	3,66	0,02
UX_Men	0,09	0,13	3,79	0,07	0,11	3,79	0,04
EW_Ori	0,07	0,07	3,78	0,05	0,04	3,77	0,05
V1229_Tau	0,35	0,27	4	0,2	0,19	3,86	0,06
EK_Cep	0,31	0,2	3,95	0,05	0,12	3,76	0,07
KX_Cnc	0,06	0,03	3,77	0,05	0,02	3,77	0,07

Tabela A.3: Amostra de estrelas do DEBCat e seus respectivos parâmetros para as estrelas primária e secundária.

System	$\log M_1$	$\log R_1$	$\log T_1$	$\log M_2$	$\log R_2$	$\log T_2$	M/H
CD_Tau	0,16	0,25	3,79	0,14	0,2	3,79	0,08
LV_Her	0,08	0,13	3,79	0,07	0,12	3,78	0,08
V375_Cep	0,11	0,21	3,79	-0,06	-0,05	3,7	0,09
AD_Boo	0,15	0,21	3,82	0,08	0,08	3,79	0,1
YZ_Cas	0,35	0,4	3,98	0,12	0,12	3,84	0,1
CoRoT_102918586	0,22	0,21	3,87	0,17	0,17	3,85	0,11
RS_Cha	0,27	0,33	3,91	0,26	0,37	3,89	0,17
V565_Lyr	0	0,04	3,75	-0,03	-0,01	3,74	0,28
V568_Lyr	0,04	0,15	3,75	-0,08	-0,11	3,68	0,28
HW_CMa	0,24	0,22	3,88	0,25	0,22	3,89	0,33
AH_Cep	1,18	0,8	4,48	1,13	0,77	4,46	
AP_And	0,11	0,09	3,82	0,1	0,08	3,81	
AQ_Ser	0,13	0,36	3,81	0,15	0,39	3,8	
AR_Aur	0,41	0,26	4,04	0,37	0,26	4,02	
ASAS_J045304-0700.4	-0,08	-0,07	3,73	-0,08	-0,08	3,71	
ASAS_J082552-1622.8	-0,15	-0,16	3,62	-0,16	-0,16	3,61	
ASAS_J212954-5620.1	-0,08	-0,07	3,68	-0,15	-0,14	3,63	
beta_Aur	0,38	0,44	3,97	0,36	0,41	3,96	
BF_Dra	0,15	0,32	3,8	0,14	0,28	3,81	
CG_Cyg	-0,03	-0,05	3,72	-0,09	-0,08	3,67	

Tabela A.4: Amostra de estrelas do DEBCat e seus respectivos parâmetros para as estrelas primária e secundária.

System	$\log M_1$	$\log R_1$	$\log T_1$	$\log M_2$	$\log R_2$	$\log T_2$	M/H
CU_Cnc	-0,36	-0,36	3,5	-0,4	-0,41	3,5	
CV_Boo	0,01	0,1	3,76	-0,01	0,07	3,75	
CW_Cep	1,13	0,75	4,45	1,08	0,71	4,44	
DL_Her	0,71	0,43	4,23	0,66	0,39	4,18	
DM_Vir	0,16	0,25	3,81	0,16	0,25	3,81	
EE_Peg	0,33	0,32	3,94	0,12	0,12	3,81	
EM_Car	1,36	0,97	4,53	1,33	0,92	4,53	
EP_Cru	0,7	0,56	4,2	0,68	0,54	4,19	
EPIC_203710387	-0,93	-0,38	3,46	-0,97	-0,35	3,46	
EY_Cep	0,18	0,17	3,85	0,18	0,17	3,84	
FL_Lyr	0,09	0,11	3,79	-0,02	-0,02	3,72	
FS_Mon	0,21	0,31	3,83	0,16	0,21	3,82	
FT_Ori	0,34	0,27	3,98	0,25	0,21	3,94	
GG_Lup	0,61	0,38	4,17	0,4	0,24	4,04	
GG_Ori	0,37	0,27	4	0,37	0,26	4	
GU_Boo	-0,21	-0,21	3,59	-0,22	-0,21	3,58	
GZ_CMa	0,34	0,4	3,95	0,3	0,33	3,93	
HD_71636	0,18	0,2	3,84	0,11	0,13	3,81	
HP_Aur	-0,02	0,01	3,76	-0,09	-0,11	3,71	
HP_Dra	0,05	0,14	3,78	0,04	0,02	3,77	

Tabela A.5: Amostra de estrelas do DEBCat e seus respectivos parâmetros para as estrelas primária e secundária.

System	$\log M_1$	$\log R_1$	$\log T_1$	$\log M_2$	$\log R_2$	$\log T_2$	M/H
HS_Aur	-0,05	0	3,73	-0,06	-0,06	3,72	
HS_Hya	0,12	0,11	3,81	0,1	0,09	3,81	
IM_Per	0,25	0,38	3,88	0,25	0,37	3,88	
IQ_Per	0,55	0,39	4,09	0,24	0,18	3,89	
IT_Cas	0,12	0,2	3,81	0,12	0,19	3,81	
KW_Hya	0,3	0,33	3,9	0,17	0,17	3,84	
LSPM_J1112+7626	-0,4	-0,41	3,49	-0,56	-0,53	3,47	
MG1-116309	-0,25	-0,26	3,59	-0,27	-0,27	3,58	
MG1-2056316	-0,33	-0,36	3,54	-0,42	-0,43	3,52	
MG1-506664	-0,23	-0,25	3,57	-0,26	-0,29	3,56	
MG1-646680	-0,3	-0,34	3,57	-0,35	-0,37	3,56	
MG1-78457	-0,28	-0,3	3,52	-0,31	-0,33	3,52	
MU_Cas	0,66	0,56	4,18	0,67	0,62	4,17	
MY_Cyg	0,26	0,35	3,85	0,26	0,36	3,85	
NGC_7142_V1	0,14	0,21	3,78	0,14	0,21	3,78	
PT_Vel	0,34	0,32	3,97	0,21	0,19	3,88	
PV_Cas	0,44	0,35	4,01	0,45	0,36	4,01	
PV_Pup	0,19	0,19	3,84	0,19	0,18	3,84	
QX_Car	0,97	0,63	4,38	0,93	0,61	4,35	
RR_Lyn	0,28	0,41	3,88	0,18	0,2	3,84	

Tabela A.6: Amostra de estrelas do DEBCat e seus respectivos parâmetros para as estrelas primária e secundária.

System	$\log M_1$	$\log R_1$	$\log T_1$	$\log M_2$	$\log R_2$	$\log T_2$	M/H
RZ_Cha	0,18	0,35	3,81	0,18	0,35	3,81	
TV_Nor	0,31	0,26	3,96	0,22	0,19	3,89	
TZ_Men	0,4	0,3	4,02	0,18	0,16	3,86	
U_Oph	0,72	0,54	4,22	0,68	0,49	4,19	
UScoCTIO_5	-0,48	-0,06	3,51	-0,49	-0,07	3,51	
UZ_Dra	0,13	0,12	3,79	0,09	0,06	3,78	
V1094_Tau	0,04	0,15	3,77	0,01	0,04	3,76	
V1143_Cyg	0,13	0,13	3,81	0,12	0,12	3,81	
V1174_Ori	0	0,13	3,65	-0,14	0,03	3,56	
V1236_Tau	-0,1	-0,1	3,62	-0,11	-0,09	3,62	
V1647_Sgr	0,34	0,26	3,98	0,29	0,22	3,96	
V2080_Cyg	0,08	0,2	3,78	0,06	0,2	3,78	
V2365_Oph	0,29	0,34	3,98	0,02	-0,03	3,81	
V335_Ser	0,33	0,31	3,96	0,28	0,24	3,93	
V3903_Sgr	1,44	0,91	4,58	1,28	0,79	4,53	
V392_Car	0,28	0,21	3,95	0,27	0,2	3,94	
V396_Cas	0,38	0,41	3,97	0,28	0,25	3,93	
V404_CMa	-0,13	-0,14	3,62	-0,18	-0,17	3,6	
V413_Ser	0,57	0,51	4,05	0,53	0,47	4,02	
V442_Cyg	0,19	0,32	3,84	0,15	0,22	3,83	

Tabela A.7: Amostra de estrelas do DEBCat e seus respectivos parâmetros para as estrelas primária e secundária.

System	$\log M_1$	$\log R_1$	$\log T_1$	$\log M_2$	$\log R_2$	$\log T_2$	M/H
V451_Oph	0,44	0,42	4,03	0,37	0,31	3,99	
V459_Cas	0,31	0,3	3,96	0,29	0,29	3,96	
V478_Cyg	1,22	0,87	4,48	1,21	0,87	4,49	
V501_Her	0,1	0,3	3,76	0,08	0,18	3,76	
V539_Ara	0,8	0,65	4,26	0,73	0,57	4,23	
V596_Pup	0,32	0,34	3,98	0,32	0,34	3,98	
V760_Sco	0,7	0,48	4,23	0,66	0,42	4,21	
V885_Cyg	0,3	0,37	3,92	0,35	0,53	3,91	
V906_Sco	0,51	0,55	4,03	0,53	0,66	4,02	
VZ_Cep	0,15	0,19	3,82	0,04	0,02	3,76	
WW_Aur	0,29	0,28	3,9	0,26	0,27	3,89	
WW_Cam	0,28	0,28	3,92	0,27	0,26	3,92	
XY_Cet	0,25	0,27	3,9	0,21	0,25	3,88	
YY_Gem	-0,22	-0,21	3,58	-0,22	-0,22	3,58	
zeta_Phe	0,59	0,46	4,16	0,41	0,27	4,08	
ZZ_UMa	0,06	0,18	3,78	-0,01	0,06	3,72	

Referências Bibliográficas

- [1] FRÓES, A. L. D. Astronomia, astrofísica e cosmologia para o ensino médio. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 36, n. 3, p. 3504, 2014.
- [2] MACIEL, S. C. *Sistemas binários eclipsantes na missão CoRot*. Doutorado em Física.
- [3] CARROLL, B. W.; OSTLIE, D. A. *An introduction to modern astrophysics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2017.
- [4] OLIVEIRA, K. d. S.; SARAIVA, M. d. F. O. *Astronomia e Astrofísica*. [S.l.]: Livraria da Física, 2013.
- [5] OLIVEIRA, A. d. C. *Caracterização de um sistema triplo eclipsante entre as variáveis do levantamento OGLE*. Dissertação (Mestrado em Astrofísica).
- [6] KARTTUNEN, H. et al. *Fundamental astronomy*. [S.l.]: Springer, 2016.
- [7] GÁLVEZ, J. C. T. *Análise de Binárias Eclipsantes no Bojo da galáxia com dados OGLE-II usando o código WILSON-DEVINNEY*. Doutorado em Astrofísica.
- [8] PERCY, J. R. *Understanding variable stars*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007.
- [9] COMINS, N. F. et al. *Descobrimos o Universo*. [S.l.]: Bookmann, 2010.
- [10] KUTNER, M. L. *Astronomy: A physical perspective*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2003.
- [11] RStudio Team. *RStudio: Integrated Development Environment for R*. Boston, MA, 2016. Disponível em: <<http://www.rstudio.com/>>.
- [12] R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2018. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>.
- [13] MELLO, D. R. Aprendendo física com as estrelas binárias. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 36, n. 3, 2014.
- [14] AITKEN, R. G. *The binary stars*. [S.l.]: Dover New York, 1964.
- [15] SOBRINHO, J. Estrelas binárias e estrelas variáveis. *Formação Contínua de docentes: Introdução a Astronomia*, v. 13, 2013.
- [16] KALLRATH, J.; MILONE, E. F. *Eclipsing binary stars: modeling and analysis*. [S.l.]: Springer, 2009.

- [17] BÖHM-VITENSE, E. *Introduction to stellar astrophysics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1989. v. 1.
- [18] OSORIO, Y. F. M. *Determinação do período orbital de sistemas binários eclipsantes*. Dissertação (Mestrado em Física).
- [19] BATTEN, A. H. *Binary and Multiple Systems of Stars: International Series of Monographs in Natural Philosophy*. [S.l.]: Elsevier, 2013. v. 51.
- [20] SOUTHWORTH, J. et al. Debcats: A catalog of detached eclipsing binary stars. *Living Together: Planets, Host Stars, and Binaries*, Astronomical Soc Pacific, v. 496, p. 164–166, 2015.
- [21] ANDERSEN, J. Accurate masses and radii of normal stars. *The Astronomy and Astrophysics Review*, Springer, v. 3, n. 2, p. 91–126, 1991.
- [22] HARMANEC, P. Stellar masses and radii based on modern binary data. *Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia*, v. 39, p. 329–345, 1988.
- [23] FILHO, D. B. F.; JÚNIOR, J. A. d. S. Desvendando os mistérios do coeficiente de correlação de pearson (r). Universidade Federal de Pernambuco, 2009.
- [24] PARANHOS, R. et al. Desvendando os mistérios do coeficiente de correlação de pearson: o retorno. *Leviathan (São Paulo)*, n. 8, p. 66–95, 2014.
- [25] ZOU, K. H.; TUNCALI, K.; SILVERMAN, S. G. Correlation and simple linear regression. *Radiology*, Radiology Society of North America, v. 227, n. 3, p. 617–628, 2003.
- [26] ASUERO A. G.; SAYAGO, A. G. A. G. The correlation coefficient: An overview. *Critical reviews in analytical chemistry*, v. 36, n. 1, p. 41–59, 2006.
- [27] MYERS, L.; SIROIS, M. J. Spearman correlations coeficientes, differences between. *Encyclopedia of statistical sciences*, wiley Online Library, v. 12, 2004.
- [28] DALY LESLIE; BOURKE, G. J. *Interpretation and uses of medical statistics*. [S.l.]: John Wiley Sons, 2008.
- [29] KENDALL, M. G. *Advanced Theory Of Statistics*. [S.l.]: Charles Griffin:London, 1943. v. 1.
- [30] MARAN, S. P. *The Astronomy and astrophysics encyclopedia*. [S.l.: s.n.], 1991.
- [31] DUQUENNOY, A.; MAYOUR, M. *Binaries as tracers of stellar formation*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1992.
- [32] PRADO, A. et al. *À luz das estrelas: ciência através da astronomia*. [S.l.]: DP&A Editora LTDA, 2006.
- [33] VERNER, G. et al. Verification of the kepler input catalog from asteroseismology of solar-type stars. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 738, n. 2, p. L28, 2011.
- [34] POPPER, D. M. Orbits of detached main-sequence eclipsing binaries of types late f to k. ii. uv leonis, uv piscium, and bh virginis. *The Astronomical Journal*, v. 114, p. 1195, 1997.

- [35] TORRES, G.; RIBAS, I. Absolute dimensions of the m-type eclipsing binary yy geminorum (castor c): a challenge to evolutionary models in the lower main sequence. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 567, n. 2, p. 1140, 2002.
- [36] COX, A. N. *Allen's astrophysical quantities*. [S.l.]: Springer, 2000.
- [37] SILVA, R. O. d. *Composição Química, Evolução e Cinemática de Estrelas de Tipo Solar*. Dissertação (Mestrado em Astrofísica).
- [38] KEWLEY, L. J.; ELLISON, S. L. Metallicity calibrations and the mass-metallicity relations for star-forming galaxies. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 681, n. 2, p. 1183, 2008.
- [39] HAYWOOD, M. On the metallicity of the milky way thin disc and photometric abundance scales. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, The Royal Astronomical Society, v. 337, n. 1, p. 151–160, 2002.
- [40] HOLMBERG, J.; NORDSTRÖM, B.; ANDERSEN, J. The geneva-copenhagen survey of the solar neighbourhood ii-new uvby calibrations and rediscussion of stellar ages, the g dwarf problem, age-metallicity diagram, and heating mechanisms of the disk. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 475, n. 2, p. 519–537, 2007.